30 вариантов заданий

К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

+800 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ЧАСТИ 2(С)

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

с теорией вероятностей и статистикой

ЕГЭ

РАЗРАБОТАНО МИОО

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

30 вариантов заданий

2013

- + 800 заданий части 2(С)
- Ответы и решения
- Критерии оценок
- Бланки ответов

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Разработано МИОО
для использования в образовательных учреждениях
Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий
для подготовки к единому государственному экзамену по математике

30 вариантов заданий
+ 800 заданий части 2(С)
Ответы и решения
Критерии оценок
Бланки ответов

Издательство
«ЭКЗАМЕН»

МОСКВА
2013

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 **ЕГЭ** 2013. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2(С) / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; **под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко**. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 215, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-05523-5

Часть I книги содержит 30 вариантов комплектов типовых тестовых заданий по математике, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена.

В Части II книги отдельно представлены качественная информация о заданиях части 2(С) и обширная подборка задач части 2(С), скомпонованных по всем темам школьной математики.

Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов по математике, степени трудности заданий.

Авторы пособия — ведущие специалисты, принимающие непосредственное участие в разработке методических материалов для подготовки к выполнению контрольных измерительных материалов ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов, приводятся решения всех заданий части 2(С) одного из вариантов, а также ответы на все задания части 2(С) Части II книги.

Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 60×90/8.
Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 10,46. Усл. печ. л. 27.
Тираж 50 000 экз. Заказ 1825

Отпечатано в ОАО «Щербинская типография»
117623, г. Москва, ул. Типографская, д. 10. Тел.: 659-23-27.

ISBN 978-5-377-05523-5

СОДЕРЖАНИЕ

ЧАСТЬ I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ РАБОТЫ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

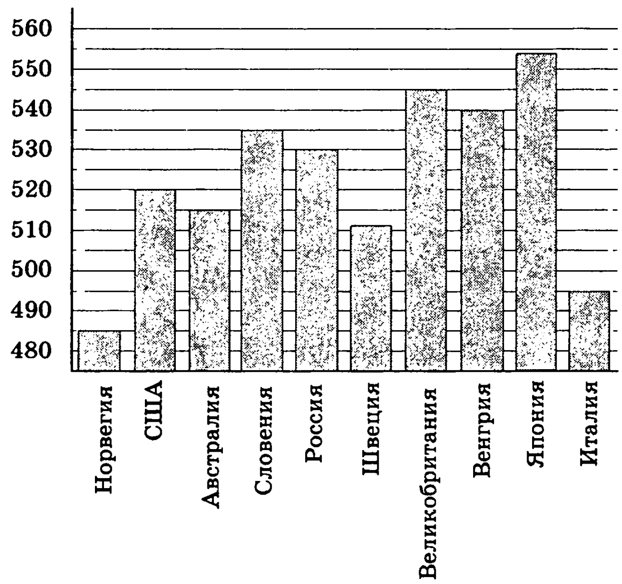
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

Часть 1

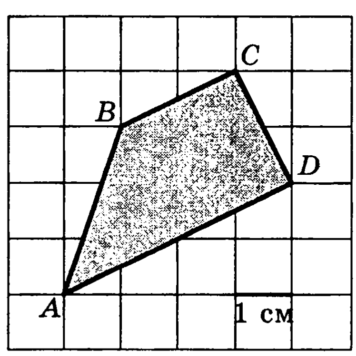
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Поезд Екатеринбург-Москва отправляется в 7 : 23, а прибывает в 9 : 23 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

B2. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит Великобритании. Определите, какое место занимает Россия.



B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

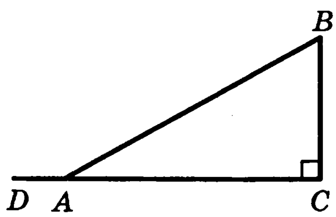


B4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 м^2. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

B5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x + 7) = -2$.

B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол B равен 60°. Найдите синус угла BAD.

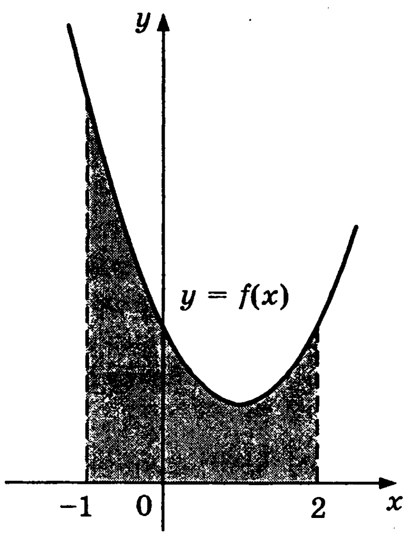


B7. Найдите значение выражения $\dfrac{9\sin 132°}{\sin 228°}$.

B8. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

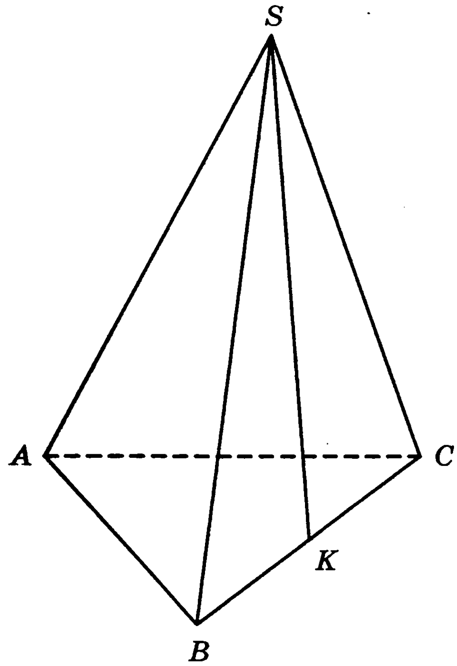
$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 5.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



B9

B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $AB = 4$, а $SK = 21$. Найдите площадь боковой поверхности.



B10

B10. В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

B11

B11. Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B12

B12. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 45%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B13

B13. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4,5;0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $7\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

С1

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С2

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + 3\cdot 2^{-x} \le 4, \\ \dfrac{2x^2 - 8x}{x-7} \le x. \end{cases}$$

С3

С4. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC.

С4

С5. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = \left(x^2 + 3x + 2\right)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С5

С6. Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел −1, 2, 4, −6, 7, −8, −10, 12. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел чисел −1, 2, 4, −6, 7, −8, −10, 12. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

С6

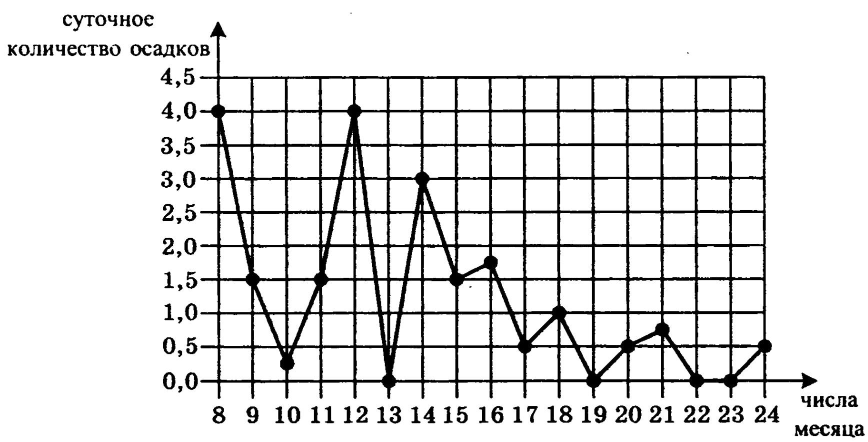
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

Часть 1

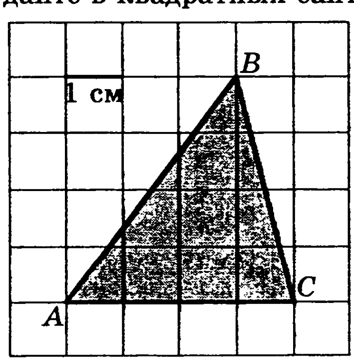
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В квартире, где проживает Дмитрий, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 178 куб.м. воды, а 1 июля — 189 куб.м. Какую сумму должен заплатить Дмитрий за холодную воду за июнь, если цена за один куб.м. холодной воды составляет 19 р. 60 коп? Ответ дайте в рублях.

B2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



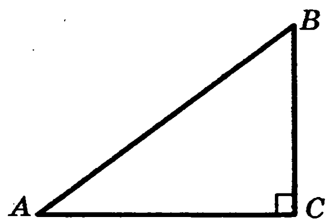
B3. Найдите площадь треугольника ABC. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4. Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

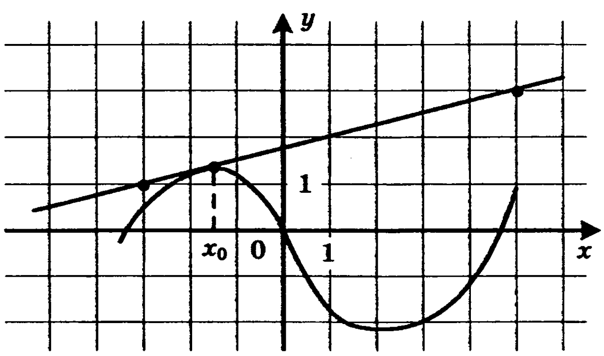
B5. Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 5$.

B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите $\sin B$.

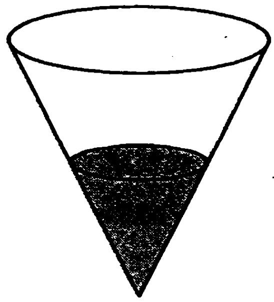


B7. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



B9. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

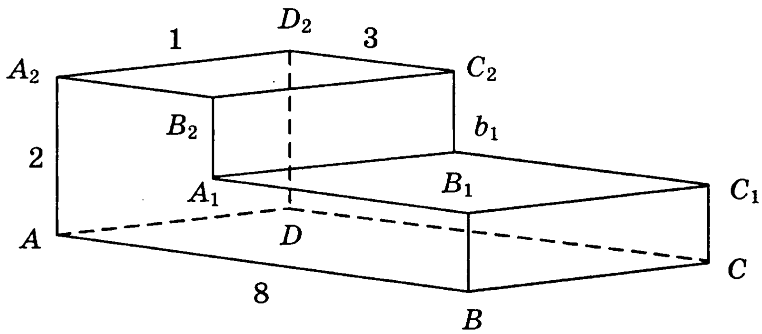


B10

B10. Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска окончатся одинаково.

B11

B11. Найдите расстояние между вершинами A и C_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



B12

B12. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15$ ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

B13

B13. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 4x - 4\operatorname{tg} x + \pi - 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. а) Решите уравнение $19 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5; -4]$.

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{2x^2 - 10x + 6}{x - 5} \le x, \\ 1 + \log_6(4 - x) \le \log_6(16 - x^2). \end{cases}$$

C4. Точки A_1, B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC. Углы треугольника $A_1B_1C_1$ равны 90°, 60° и 30°. Найдите углы треугольника ABC.

C5. Найдите наибольшее целое значение a, при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4\sin\frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos\frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

C6. Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

Часть 1

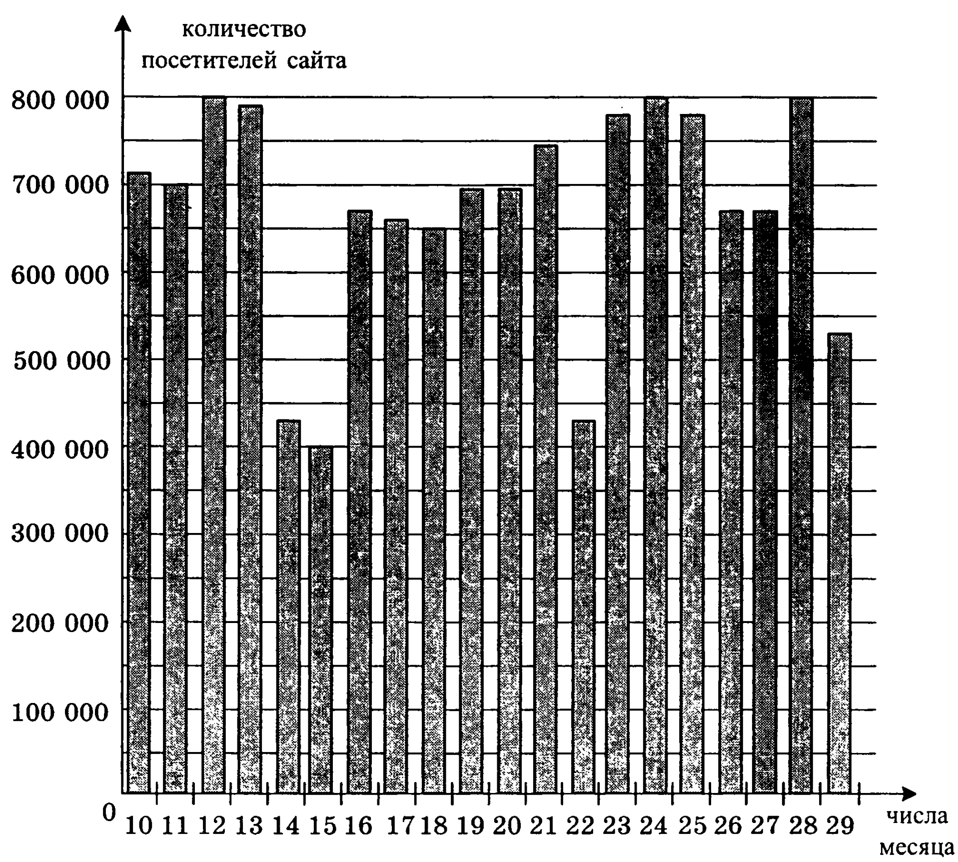
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

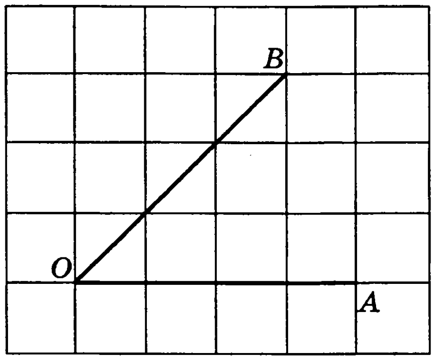
В1. Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

B2

В2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



B3. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



B3

B4. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле:

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

B4

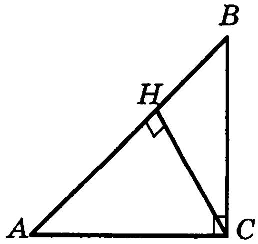
Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2200	4	3	3
Б	1850	3	2	5
В	2050	4	2	3
Г	2100	3	3	4

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$.

B5

B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC = 4$. Найдите высоту CH.

B6

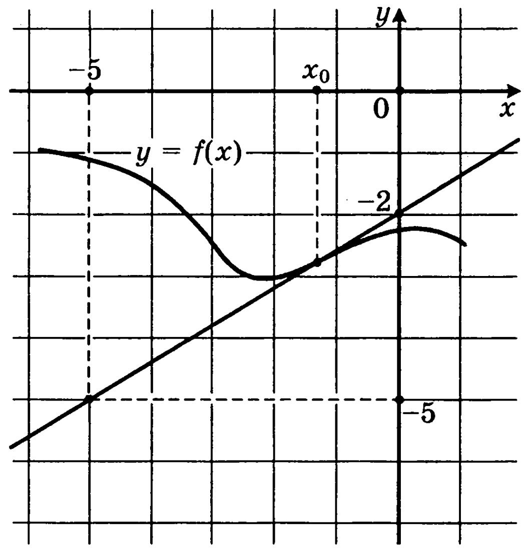


B7. Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

B7

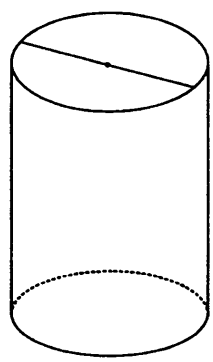
B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



B9

B9. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 16π, а высота — 2. Найдите диаметр основания.



B10

B10. Валя выбирает случайное трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

B11

B11. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3.

B12

B12. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа m_0 = 200 мг. Период его полураспада T = 4 мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

B13. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 3\operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\ 0\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\cos 4x - \cos 2x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C1

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D, если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.

C2

C3. Решите неравенство $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3\log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$.

C3

C4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H. Известно, что $CH = AB$. Найдите угол ACB.

C4

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}(x+3)^2 + (y-9)^2 = 25,\\ y = |x-a| + 4\end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

C5

C6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

C6

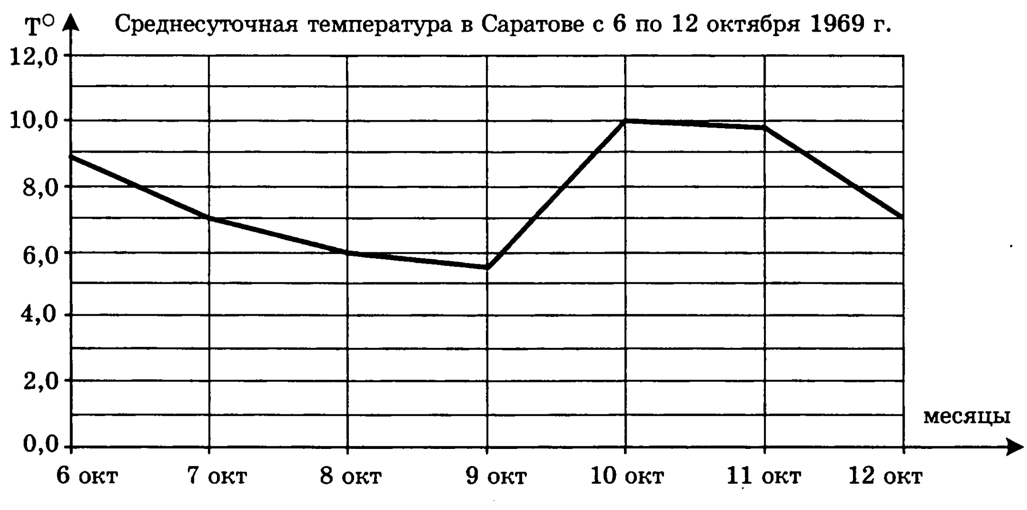
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

Часть 1

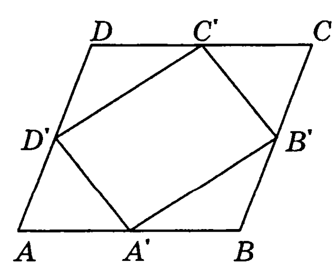
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

B2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 6. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.



B4. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле:

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	3	5	5	3
Б	4	5	3	4	3
В	4	4	3	3	4

B4

B5. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-24 - 5x} = 4$.

B5

B6. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 21°, угол CAD равен 30°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

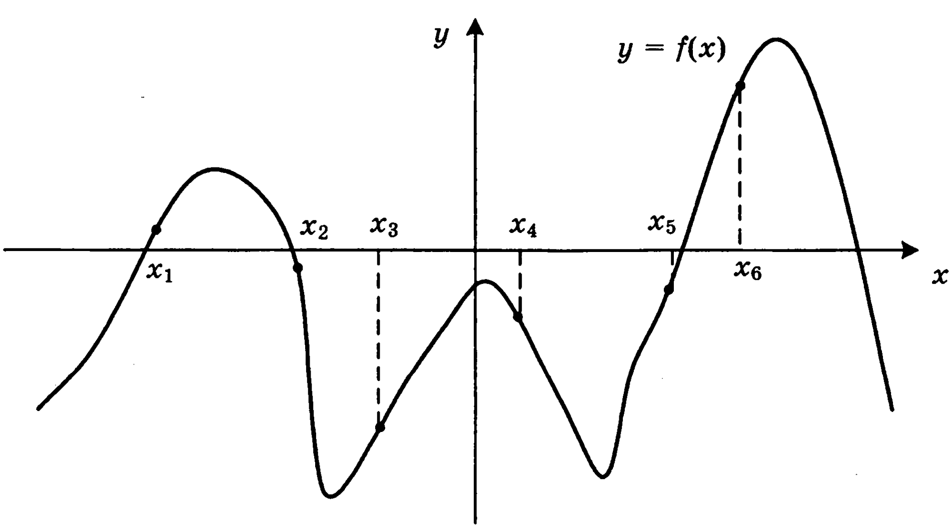
B6

B7. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in (0;\ 0{,}5\pi)$.

B7

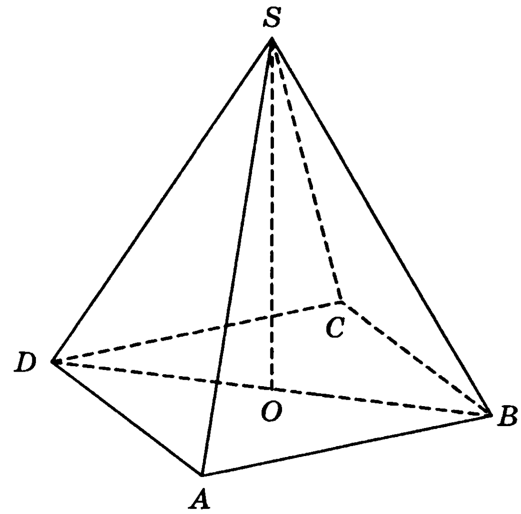
B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

B8



B9

B9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SA = 26$, $BD = 20$. Найдите длину отрезка SO.



B10

B10. Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

B11

B11. Объем цилиндра равен 12 см^3. Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

B12

B12. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B13

B13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos x - \frac{21}{\pi}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

С1

С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки C до прямой A_1F_1.

С2

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \le 2, \\ \log^4_{x-3}\left(x^2 - 17\right) + \log^2_{x^2-17}(x-3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

С3

С4. Основания трапеции равны a и b. Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2 : 3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

С4

С5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = |x - a| - x^2$ не меньше 1.

С5

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

Часть 1

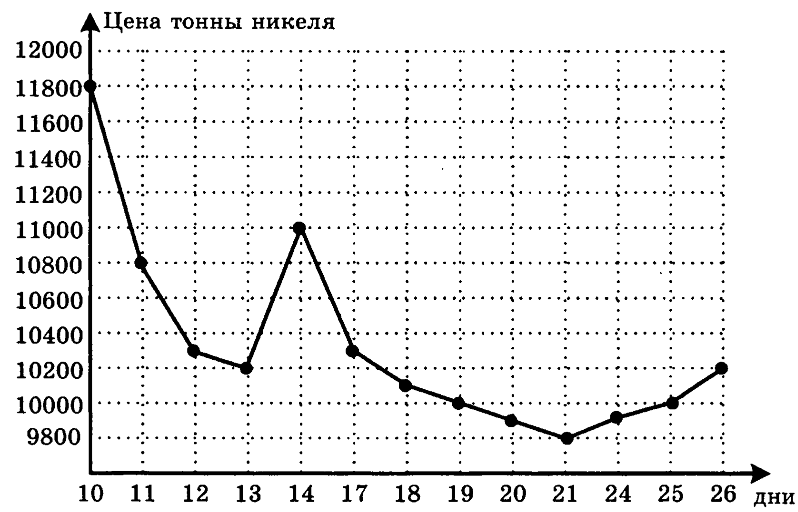
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

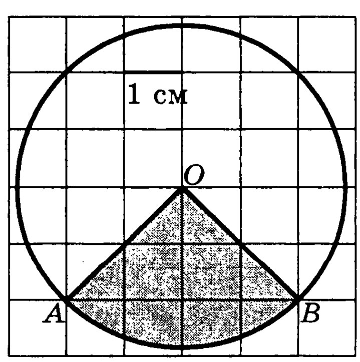
B2

B2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



B3

B3. Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

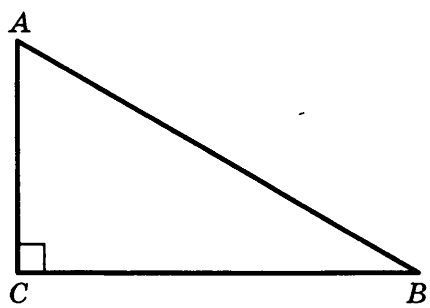


B4. В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

B5. Найдите корень уравнения $\log_7(x-6)=2$.

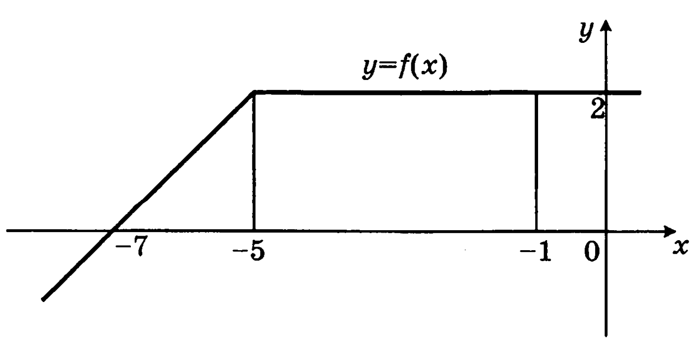
B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 60°, $AB = 8$. Найдите AC.



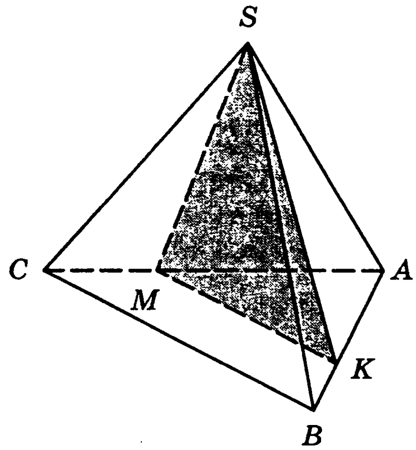
B7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

B8. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

$$\int_{-7}^{-1} f(x)dx.$$



B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ ребра AB и AC разделены точками K и M соответственно в отношении $2:1$, считая от вершины A (см. рис.) Найдите угол между плоскостью основания ABC и плоскостью сечения SKM. Ответ выразите в градусах.



B10. При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

B11. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 15%, если температура холодильника $T_2 = 340°$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B13. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

B14. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $4^x - 2^{x+3} + 12 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2;3]$.

C1

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C2

С3. Решите неравенство $\log_{x+2}(36+16x-x^2) - \frac{1}{16}\log^2_{x+2}(x-18)^2 \geq 2$.

C3

С4. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$ и верхнее основание $BC = 5$. Известно, что $\cos\angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите AC.

C4

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}(x-a)(ax-2a-3) \geq 0,\\ ax \geq 4\end{cases}$$

не имеет решений.

C5

С6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

Часть 1

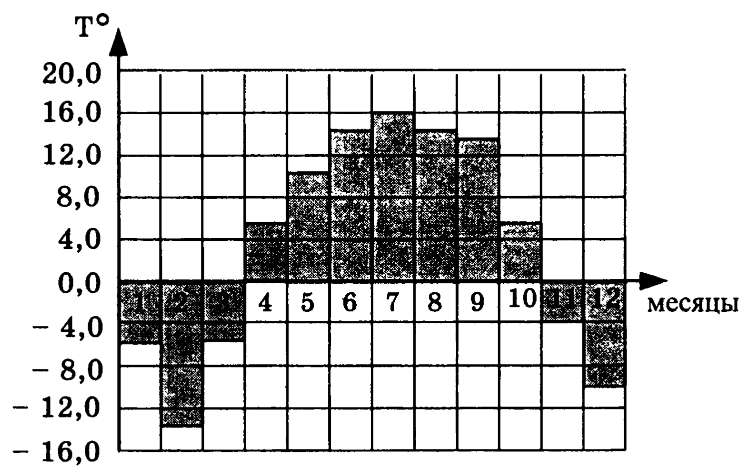
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

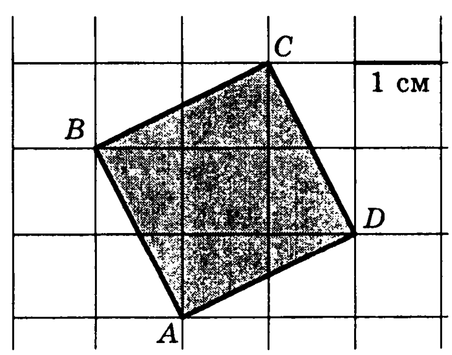
B2

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3

B3. Найдите площадь квадрата *ABCD*. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



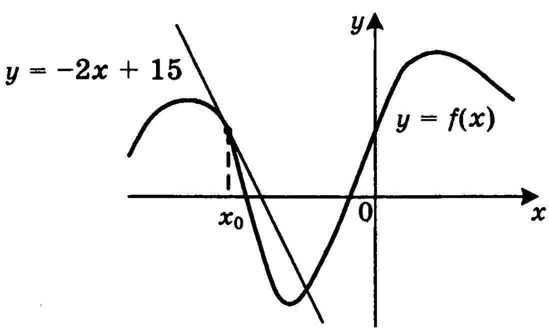
B4. В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.
Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?
1. В. купит все три товара сразу.
2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.
В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

B5. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

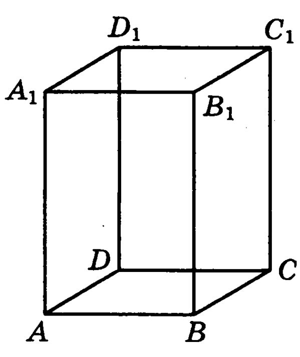
B6. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\sin B$.

B7. Найдите значение выражения $\frac{5\sin 61°}{\sin 299°}$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0.



B9. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 30°. Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



B10. В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

B11. В цилиндрический сосуд, в котором находится 4 литра воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.

B12. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B13. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};\ 0\right]$.

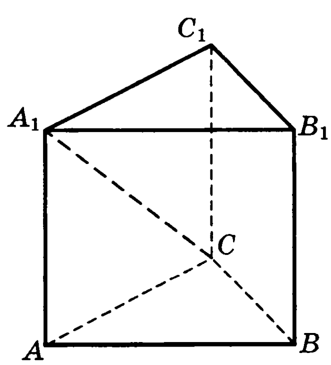
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + 3\operatorname{tg} x - 5 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C.



C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^{x} + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \dfrac{1}{x} + \log_3\left(x^2 + 3x - 9\right) \le \log_3\left(x^2 + 3x + \dfrac{1}{x} - 10\right). \end{cases}$$

C4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B. Известно, что расстояние между центрами равно a, причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB.

C5. Найдите все a, при каждом из которых уравнение $\sin|\operatorname{arctg} x| + a\cos\left(\dfrac{\operatorname{arctg} x}{2}\right) = \dfrac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$ имеет хотя бы одно решение.

C6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

Часть 1

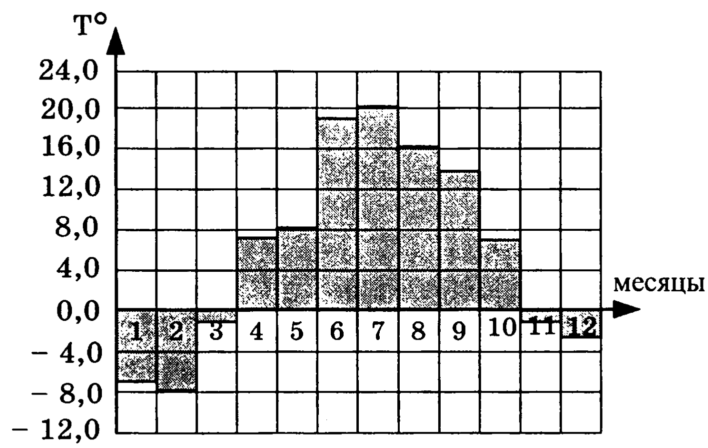
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 6 человек следует взять 2,5 фунта чернослива, 1/4 фунта миндаля и 1/3 фунта сливочного масла. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 9 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

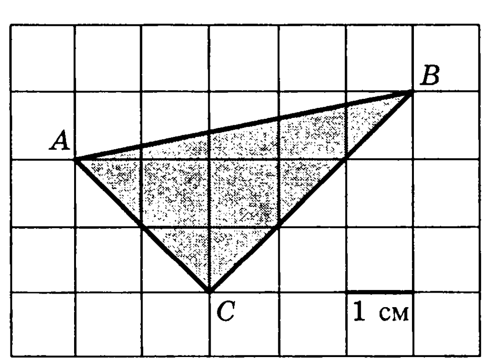
B2

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже $14°C$.



B3

B3. Найдите площадь треугольника ABC. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

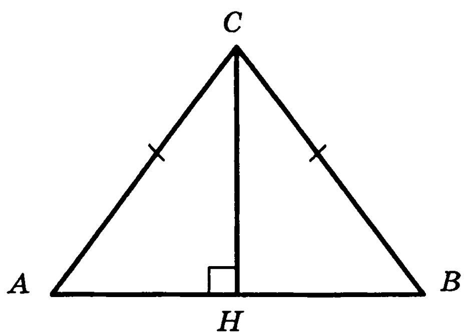


B4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 м^2. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

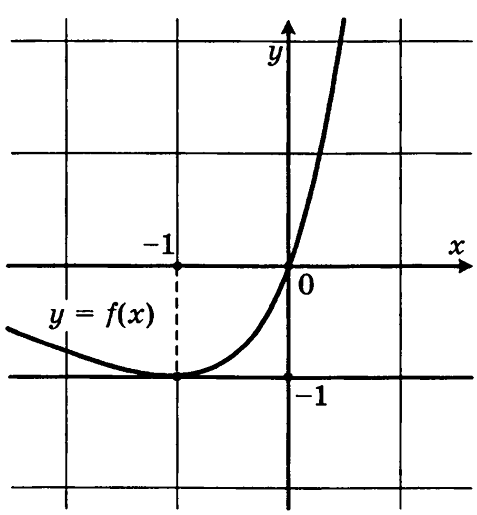
B5. Найдите корень уравнения $\log_5(x-4)=2$.

B6. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB.



B7. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{162}-5\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

B8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0=-1$.



B9

B10

B11

B12

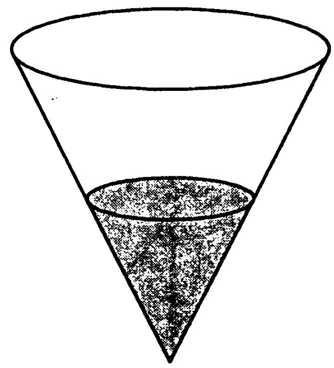
B13

B14

B9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BC = 3\sqrt{2}$, $CC_1 = 6$. Найдите угол между AC_1 и плоскостью ABC.

B10. В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

B11. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 50 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



B12. При температуре 0 °C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t°) = l_0(1 + \alpha \cdot t°)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(\mathrm{C}°)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B13. Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 8\,\mathrm{tg}\,x - 8x - 2\pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\sin x} = 1.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

C1

C2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AB и плоскостью SAD.

C2

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \le \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10\right). \end{cases}$$

C3

C4. В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN, O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC = 24$, $MN = 12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC.

C4

C5. При каких a уравнение $|x^2 - 4x - 5| - 3a = |x - a| - 1$ имеет ровно три корня?

C5

C6. При каком наибольшем n найдется n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

C6

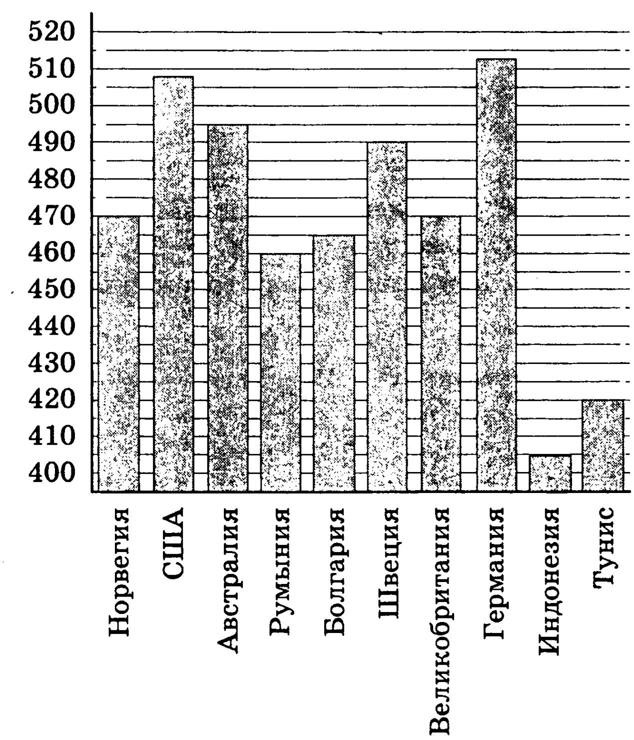
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

Часть 1

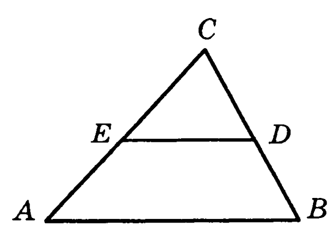
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

B2. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран третье место принадлежит Австралии. Определите, какое место занимает Тунис.



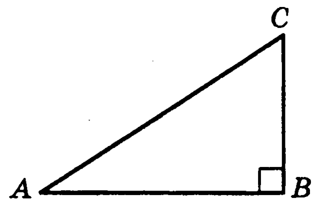
B3. Площадь треугольника ABC равна 28. DE — средняя линия. Найдите площадь трапеции $ABDE$.



B4. Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

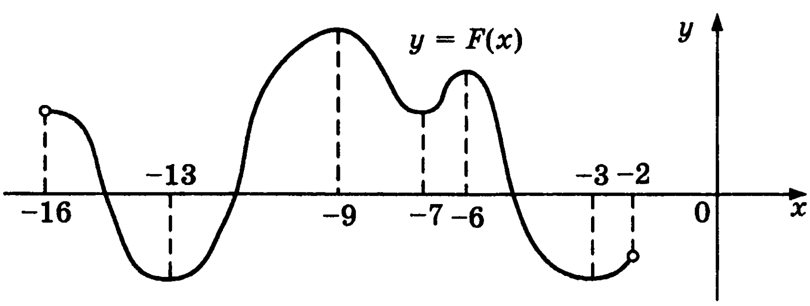
B5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(5-x)=-2$.

B6. Один острый угол прямоугольного треугольника на 30° больше другого. Найдите больший острый угол.

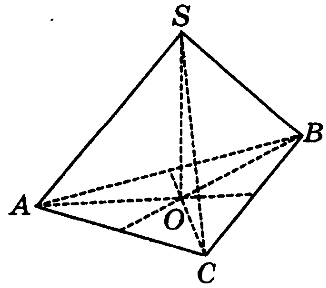


B7. Найдите значение выражения $\dfrac{18}{3^{\log_3 2}}$.

B8. На рисунке изображен график первообразной $y=F(x)$ некоторой функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-16;-2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-15;-8]$.



B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 16, объем пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка OS.



B10

B10. В некоторой местности утро в мае бывает либо ясным, либо облачным. Наблюдения показали:
Если майское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,2.
Если майское утро облачное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,6.
Вероятность того, что утро в мае будет облачным, равна 0,4.
Найдите вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет.

B11

B11. Объем данного правильного тетраэдра равен 3 см^3. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3.

B12

B12. Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле:

$$R = r_{пок} - \frac{r_{пок} - r_{экс}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{пок} + 0,1}},$$

где $r_{пок}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{экс}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.
Найдите рейтинг интернет-магазина «Эпсилон», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,61.

B13

B13. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$ на отрезке $[0;\ 7]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. а) Решите уравнение $\dfrac{3}{\sin(\pi - x)} - \dfrac{1}{\sin^2 x} = 2.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

C2. В правильной шестиугольной пирамиде $SA...F$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF.

C2

C3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$.

C3

C4. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Известно, что $\angle AO_1B = 90°$, $\angle AO_2B = 60°$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.

C4

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C5

C6. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трех членов?

в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

Часть 1

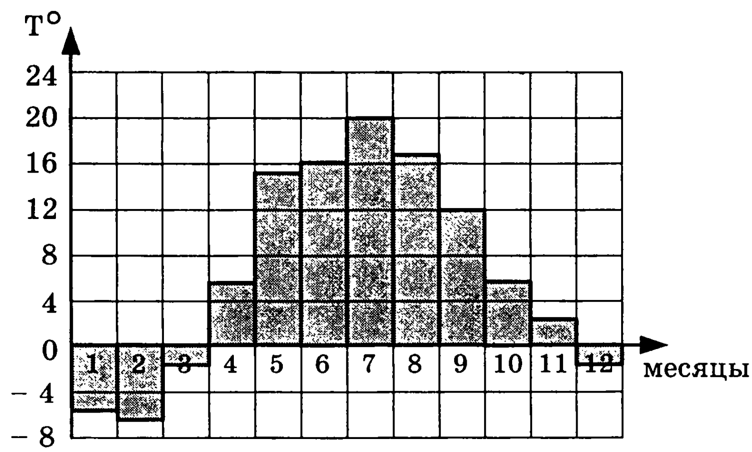
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 36 000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

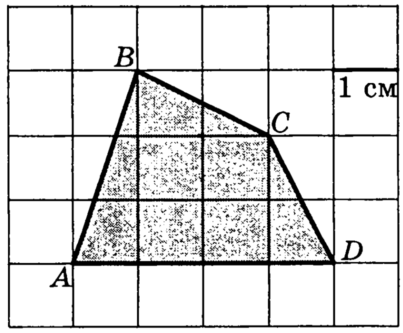
B2

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3

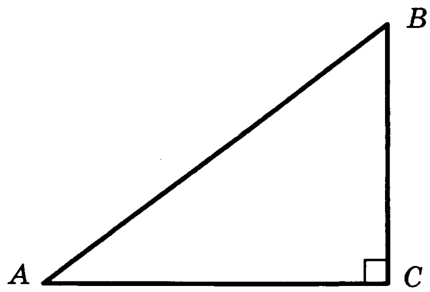
B3. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4. Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

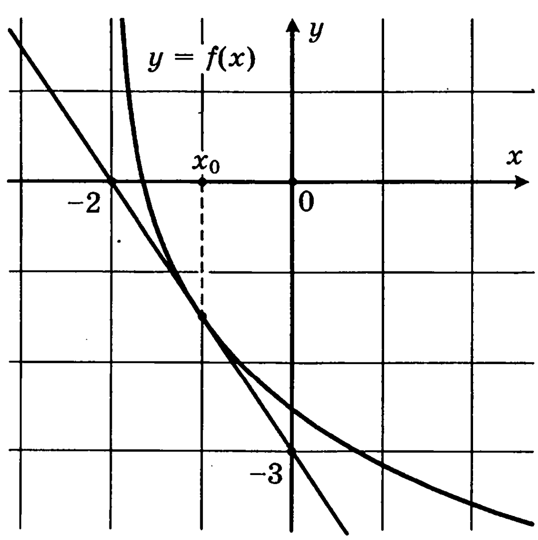
B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$.

B6. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos B$.

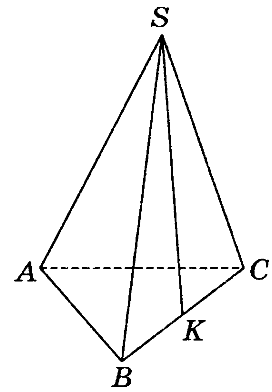


B7. Найдите значение выражения $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $AB = 7$, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка SK.



B10. В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали:
Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.
Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5.
Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна 0,2.
Найдите вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

B11. Объем конуса равен 6 см^3. Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

B12. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $46{,}17 \cdot 10^{12}$, определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

B13. Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2400 м^2.

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $\left(6\cos^2 x - 5\cos x - 4\right)\sqrt{-43\sin x} = 0$.

С2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3\cdot 10^x - 4\cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}\left(x^2 - 12|x| + 37\right) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}\left(x^2 - 12|x| + 37\right) \geq 0. \end{cases}$$

С4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O, угол AOC равен 60°. В треугольник ABC вписана окружность с центром M. Найдите угол AMC.

С5. При каких a уравнение $\left|x^2 + 4x - 5\right| - 3a = |x + a| - 1$ имеет ровно три корня?

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

C1

C2

C3

C4

C5

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

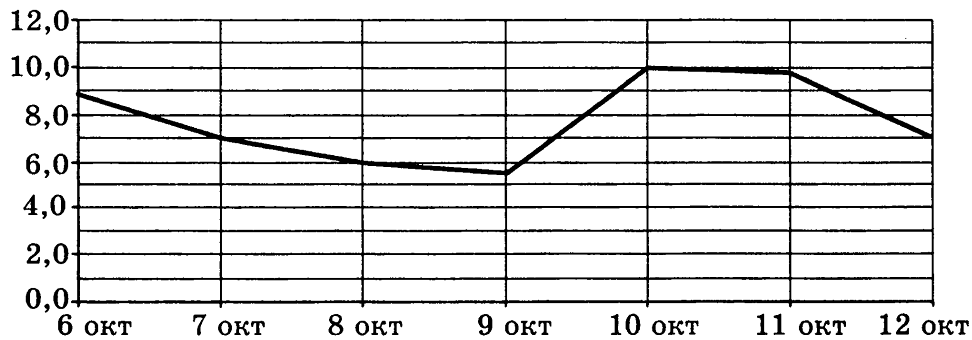
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 11% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,32 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 5 кг в течение суток?

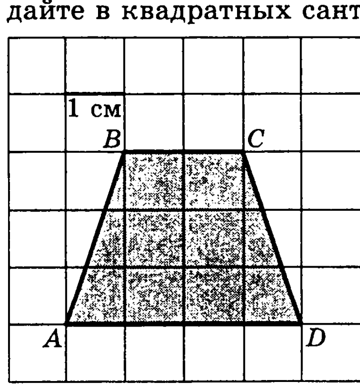
B2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

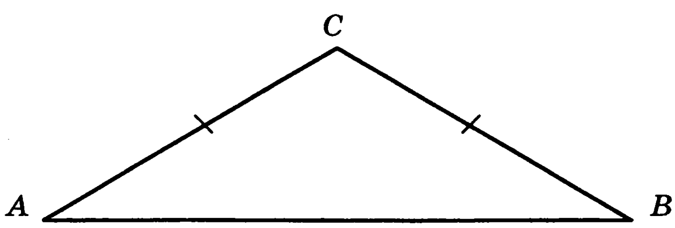


B4. Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

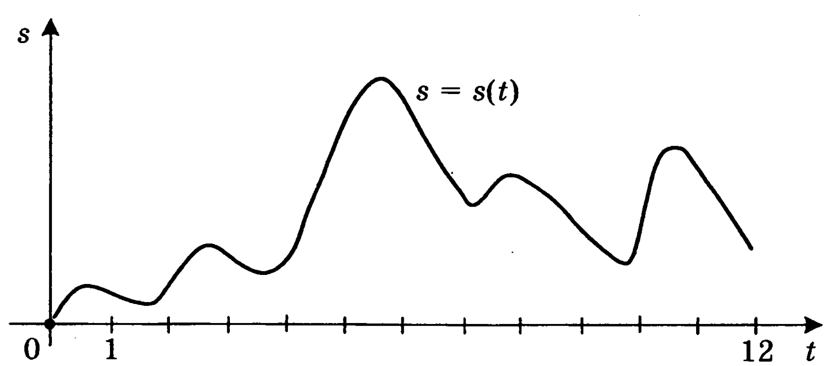
B5. Найдите корень уравнения $\log_4(5-x)=2$.

B6. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120°, $AB=\sqrt{3}$. Найдите AC.



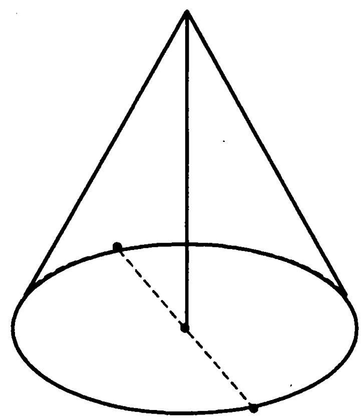
B7. Найдите значение выражения $\dfrac{4\sin 17^\circ \cos 17^\circ}{\cos 56^\circ}$.

B8. Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.
Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



B9

B9. Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.



B10

B10. В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке?

B11

B11. Объем данного правильного тетраэдра равен 64 см^3. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3.

B12

B12. Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

B13

B13. Города A, B и C соединены прямолинейным шоссе, причем город B расположен между городами A и C. Из города A в сторону города C выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города B в сторону города C выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами A и B равно 112 км?

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$ на отрезке $[-1; 4]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\cos^2 x - \sin 2x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

C1

C2. В кубе $A...D_1$ найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1.

C2

C3. Решите систему неравенств

C3

$$\begin{cases} 2^{2x-1} - 7 \cdot 2^{x-1} + 5 \le 0, \\ \dfrac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \dfrac{2}{x - 3} \le x. \end{cases}$$

C4. Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

C4

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $4x - \left|3x - |x + a|\right| = 9|x - 3|$ имеет два корня.

C5

C6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 672 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 11

Часть 1

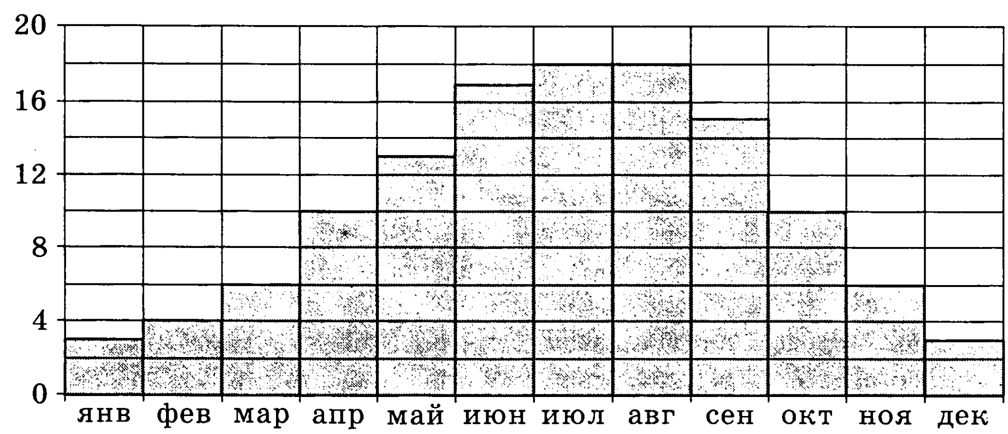
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

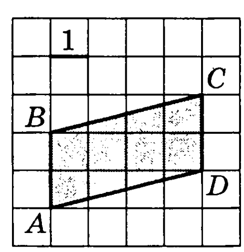
B2

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.



B3

B3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



B4

B4. Строительная фирма собирается приобрести 85 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2700	15000	При заказе на сумму больше 250000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	14000	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2750	12000	

B5. Решите уравнение $\sqrt{7-x}=4$.

B5

B6. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 8$.

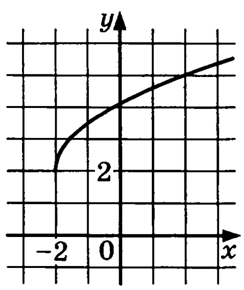
B6

B7. Вычислите $\log_5 135 - \log_5 5{,}4$.

B7

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2;\ 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.

B8



B9. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды в два раза больше высоты боковой грани, проведенной к стороне основания пирамиды. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

B9

B10. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадется вопрос по круглым червям.

B10

B11. Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна 80 см^2. Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^2.

B11

B12

B13

B14

B12. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1{,}6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

B13. Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 11x + \cos x + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C2

C3

C4

C5

C6

C1. Решите уравнение $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1, причем $BP : PB_1 = 1 : 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

C3. Решите неравенство $\dfrac{3\log_2 x}{2 + \log_2 x} \le 2\log_2 x - 1$.

C4. Медиана AM и биссектриса CD прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90°$) пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника ABC, если $CO = 9$, $OD = 5$.

C5. Найдите значения параметра a, для каждого из которых при любом значении параметра b имеет хотя бы одно решение система уравнений

$$\begin{cases} (1 + 3x^2)^a + (b^2 - 4b + 5)^y = 2, \\ x^2y^2 + (b - 2)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

C6. Найдите все пары натуральных чисел $k < n$, удовлетворяющие уравнению $\left(\sqrt{n}\right)^k = \left(\sqrt{k}\right)^n$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 12

Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

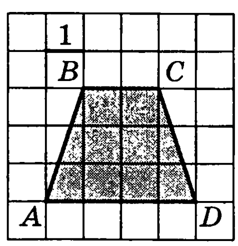
B1

B2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее +6 °C. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.

B2

B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

B3



B4. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

B4

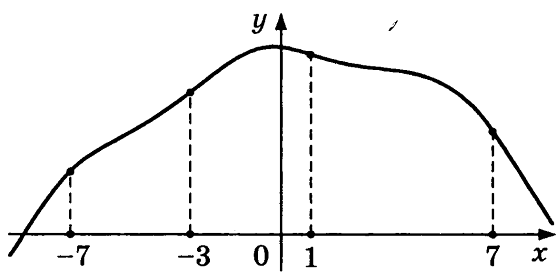
Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B5. Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.

B6. В треугольнике ABC углы A и B равны соответственно 45° и 67°. Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины C. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6{,}5$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки −7, −3, 1, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



B9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.

B10. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 16 см^2. Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2.

B12. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\,\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К?

B13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака? B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x - 11x + 7$ на отрезке $[-\pi; 0]$. B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\dfrac{\sin x(2\sin x + 1)(\sqrt{2}\sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0$. C1

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $A...D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12. C2

C3. Решите систему неравенств: C3

$$\begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \ge 0, \\ \log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \le 0. \end{cases}$$

C4. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 5 и 20. Найдите биссектрису угла при основании треугольника. C4

C5. Найдите все пары чисел a и b, для каждой из которых имеет не менее пяти решений $(x; y)$ система уравнений C5

$$\begin{cases} bx(2x - y) + (y-1)(2x - y) = bx + y - 1, \\ 4x^2 + y^2 + axy = 1. \end{cases}$$

C6. Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n. C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 13

Часть 1

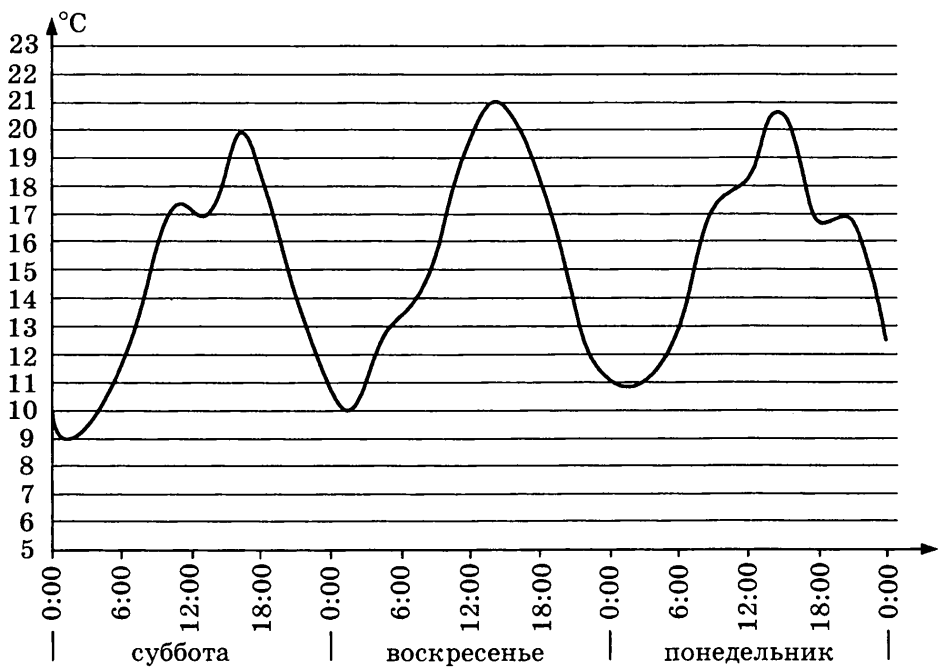
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

B1. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей?

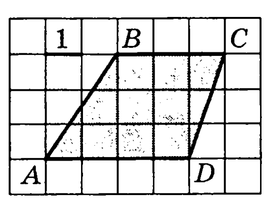
B2

B2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3

B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



B4. Семья из трех человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?

B4

B5. Решите уравнение $\log_2 x = 5$.

B5

B6. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если $AP = 5$, $BM = 6$, $CK = 7$.

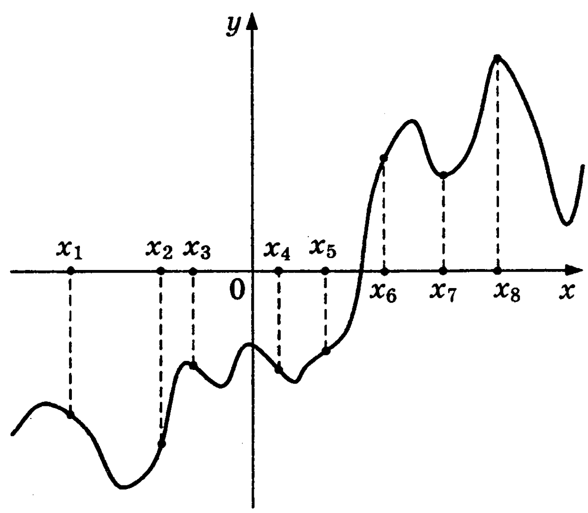
B6

B7. Вычислите $\log_6 144 - \log_6 4$.

B7

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?

B8



B9. Расстояние между скрещивающимися ребрами правильной треугольной пирамиды равно 12, а синус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 0,3. Найдите высоту основания пирамиды.

B9

B10. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

B10

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2. Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2.

B11

B12

B12. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 760$ К, $a = 34$ К/мин, $b = -0{,}2$ К/мин^2. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

B13

B13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

B14

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 13 - 7\sin x - 9x$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $\dfrac{\left(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}\right)\log_{13}(2\sin^2 x)}{\log_{31}\left(\sqrt{2}\cos x\right)} = 0$.

C2

C2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1.

C3

C3. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 + 6^x + 4 \le 44 \cdot \log_5(x+3), \\ 4x + 6^x \ge 44 \cdot \log_5(x+3). \end{cases}$

C4

C4. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки K, L и M, причем $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LC = 1 : 2$, $CM : MA = 3 : 1$. В каком отношении отрезок KL делит отрезок BM?

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a+1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$

C6

C6. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n, при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 14

Часть 1

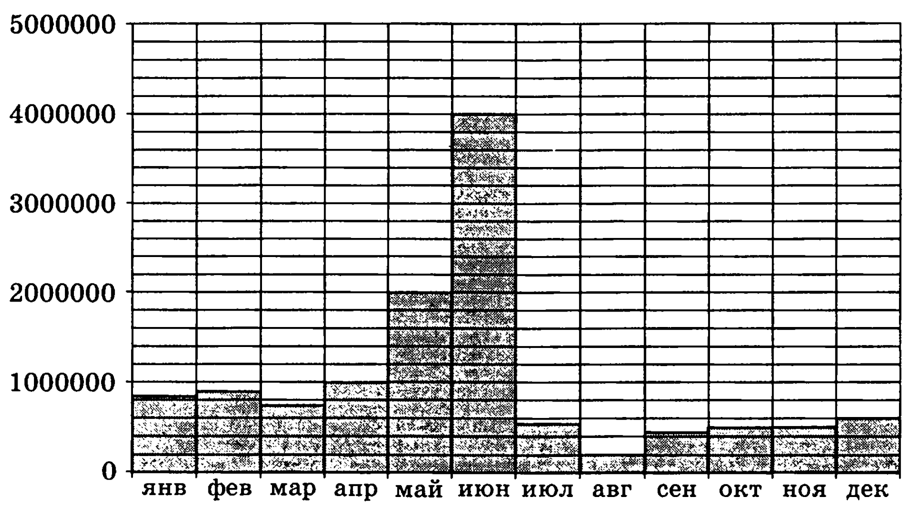
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?

B1

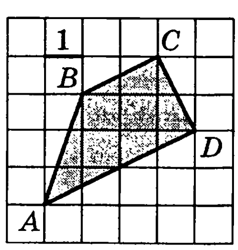
B2. На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом ЕГЭ в 2009 году.

B2

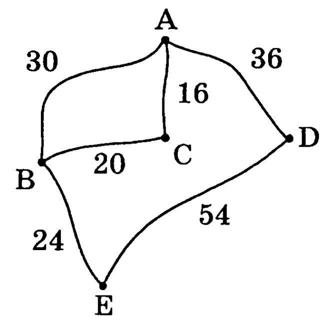


B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

B3



B4. На рисунке показаны схема дорог и расстояние в километрах между населенными пунктами A, B, C, D и E вдоль этих дорог. Мопед, грузовик и автобус одновременно выезжают из города A и добираются в город E разными путями. Мопед едет через поселки C и B, грузовик — только через B, а автобус едет через город D. Мопед был в пути 1 час 20 минут, грузовик — 1 час, а автобус — 1 час 40 минут. Найдите среднюю скорость того транспортного средства, у которого эта скорость наибольшая. Ответ дайте в км/ч.

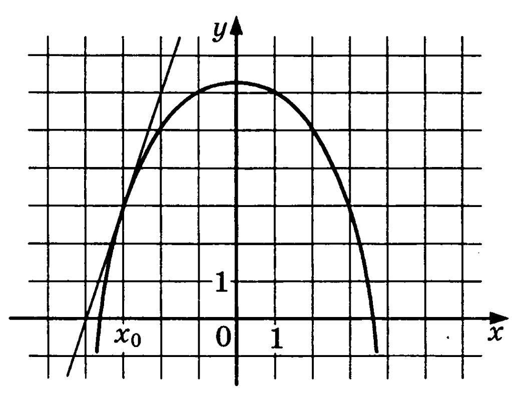


B5. Решите уравнение $5^{x+5} = 0{,}04$.

B6. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M. Найдите MA, если $MB = 12$, $MC = 16$, $MD = 6$.

B7. Найдите значение выражения $\dfrac{28}{2^{\log_2 7}}$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.



B9. Тангенс угла между боковым ребром правильной четырехугольной пирамиды и плоскостью ее основания равен $\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

B11. Объем цилиндра равен 20 см^3. Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3.

B12. Время полета мяча, брошенного под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле $t = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ (c). При каком наименьшем значении угла (в градусах) время в полете будет не меньше 2,5 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с? Ускорение свободного падения g считать равным 10 м/с^2.

B13. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = \dfrac{54}{\pi}x + 6\sin x + 13$ на отрезке $\left[-\dfrac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $6\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2}; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

C2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости DEA_1.

C3. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \dfrac{24 + 2x - x^2}{14} > 1$.

C4

C5

C6

C4. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает в точке D продолжение стороны AB за точку A, причем $AD = \frac{2}{3}AB$. Найдите площадь треугольника ABC, если $AC = 1$.

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.

C6. Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на $27 - K$. Найдите a.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 15

Часть 1

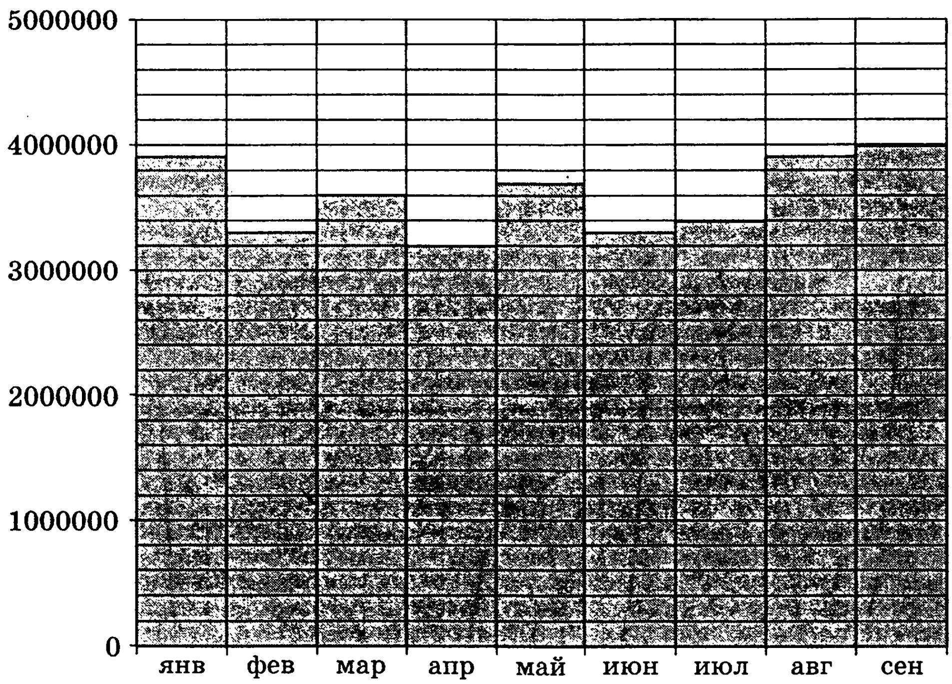
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

B1

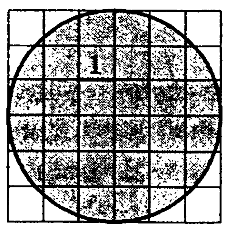
B2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.

B2



B3. Найдите площадь S круга. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

B3



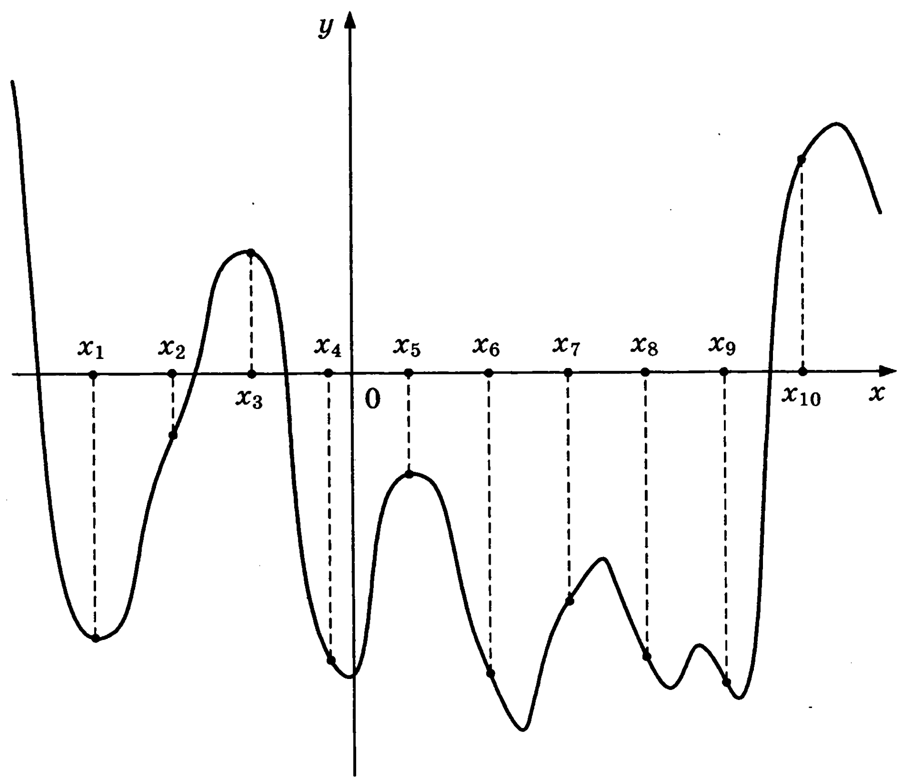
B4. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 $;
доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 $;
доставка заказа из 9 и более дисков — 28 $.
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

B5. Решите уравнение $\sqrt{x+4}=7$.

B6. В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3{,}5$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{10}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



B9. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна $\sqrt{73}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

B10. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

B10

B11. Объем цилиндра равен 24 $см^3$. Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в $см^3$.

B11

B12. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

B12

B13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 11\operatorname{tg} x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x + 6 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

C1

C2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC. Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB, AC и AD, если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

C2

C3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \le 0, \\ \log^2_{|x|}(x^2) + \log_2(x^2) \le 8. \end{cases}$

C3

C4

C4. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B. Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A, а большую — в точке C. Известно, что $AC = 3$. Найдите BC.

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + 7|y| = 1, \\ x^2 + 49y^2 + 4a + 1 = 2x \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

C6

C6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 16

Часть 1

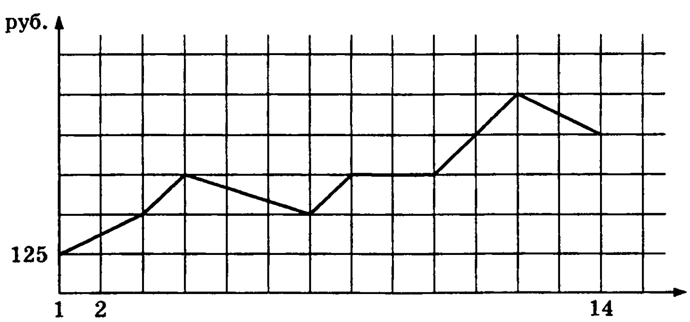
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

B1

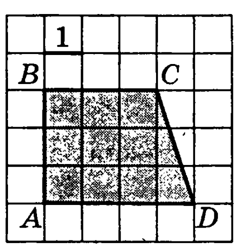
B2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.

B2



B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

B3



B4. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

B4

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	

B5

B5. Решите уравнение $\log_{25}(2 - 3x) = 0{,}5$.

B6

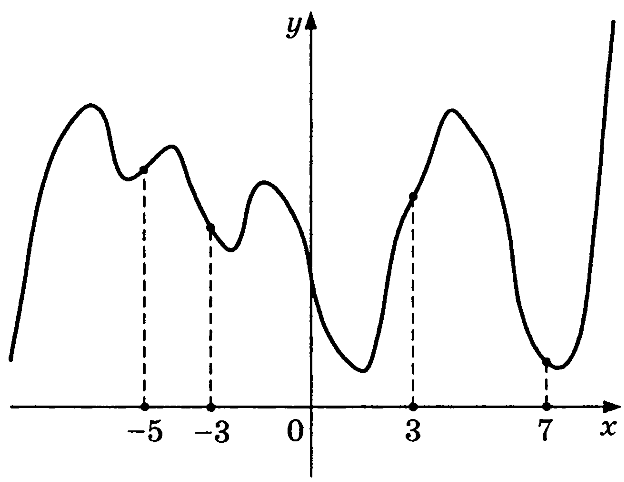
B6. Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l. Расстояние от точки A до прямой l равно 7, а расстояние от точки B до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l.

B7

B7. Найдите значение выражения $\dfrac{60}{6^{\log_6 5}}$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5, -3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



B9

B9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $10\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 7. Найдите тангенс угла между боковым ребром и основанием пирамиды.

B10

B10. В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.

B11. Объем данной правильной треугольной призмы равен 80 см^3. Найдите объем правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы. Ответ дайте в см^3.

B11

B12. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \dfrac{4mg}{\pi D^2}$, где m = 2700 кг — их общая масса, D (в метрах) — диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения g равным 10 м/с^2, а π равным 3, определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па.

B12

B13. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 12\operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{4}\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\dfrac{3\operatorname{ctg}^2 x + 4\operatorname{ctg} x}{5\cos^2 x - 4\cos x} = 0$.

C1

C2. В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10$, $BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC.

C2

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4\log_9(x+4,5) - 1 \ge 3^{4x^2-9}, \\ 3 - 4\log_9(x+4,5) \ge 3^{9-4x^2}. \end{cases}$$

C3

C4. Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R > r$) соответственно касаются в точке A. Через точку B, лежащую на окружности S_1, проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M. Найдите BM, если известно, что $AB = a$.

C4

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

C6

C6. Найдите все такие натуральные n, что при вычеркивании первой цифры у числа 4^n снова получается число, являющееся натуральной степенью числа 4.

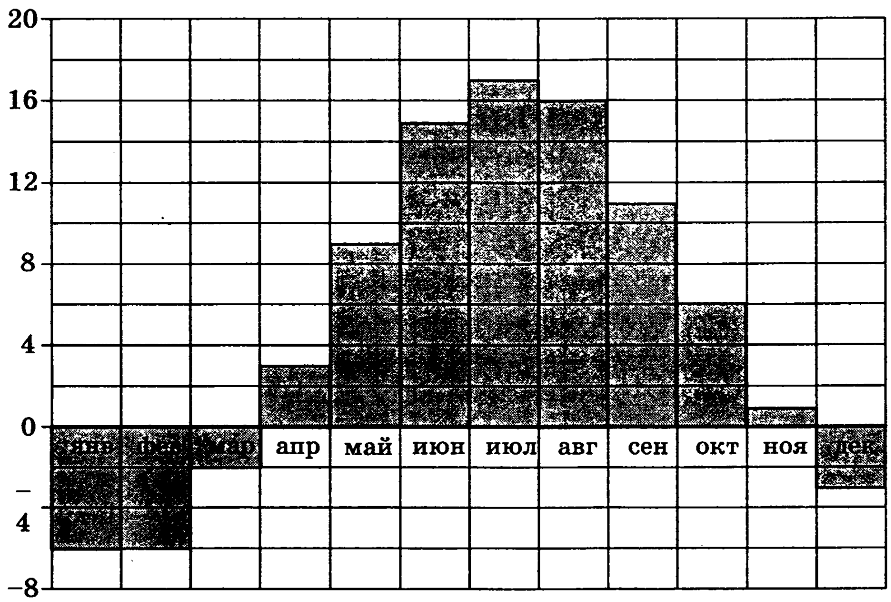
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 17

Часть 1

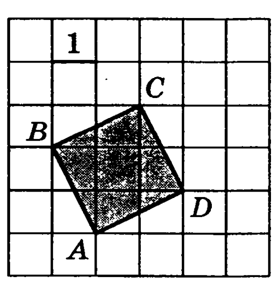
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек. Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была отрицательная.



B3. Найдите площадь квадрата $ABCD$.



B4

B4. Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B5

B5. Решите уравнение $2^{5-x} = 0{,}25$.

B6

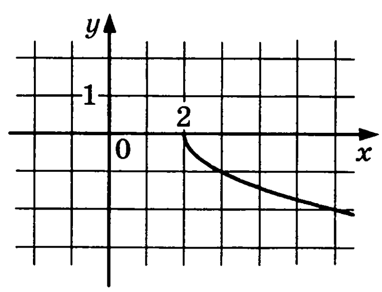
B6. Отрезок AB является хордой окружности с центром O. Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A, если угол AOB равен 56°. Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Найдите значение выражения $\dfrac{30}{5^{\log_5 3}}$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1;\ 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.



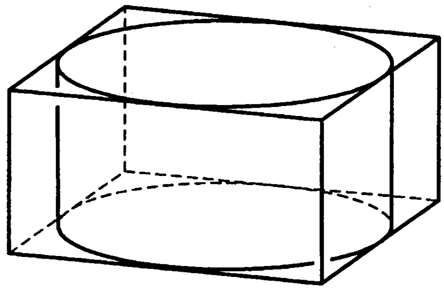
B9

B9. Высота PH боковой грани PCD правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна $4\sqrt{3}$ и равна стороне CD основания пирамиды. Найдите расстояние между прямыми AB и PH.

B10

B10. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

B11. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



B12. Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1{,}4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

B13. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13\text{tg}\, x - 18$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $7\sin^2 x + 8\cos x - 8 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

C3. Решите неравенство $\log^2_{x+2}(x-18)^2 + 32 \le 16\log_{x+2}(36+16x-x^2)$.

B11

B12

B13

B14

C1

C2

C3

C4

C4. Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A. Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K. Известно, что $\angle OAK = 60°$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} z\cos(x-y) + (2+xy)\sin(x+y) = z, \\ x^2 + (y-1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a\sin^2 z)\big((1-a)\ln(1-xy)+1\big) = 0. \end{cases}$$

C6

C6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них *не была* простой?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 18

Часть 1

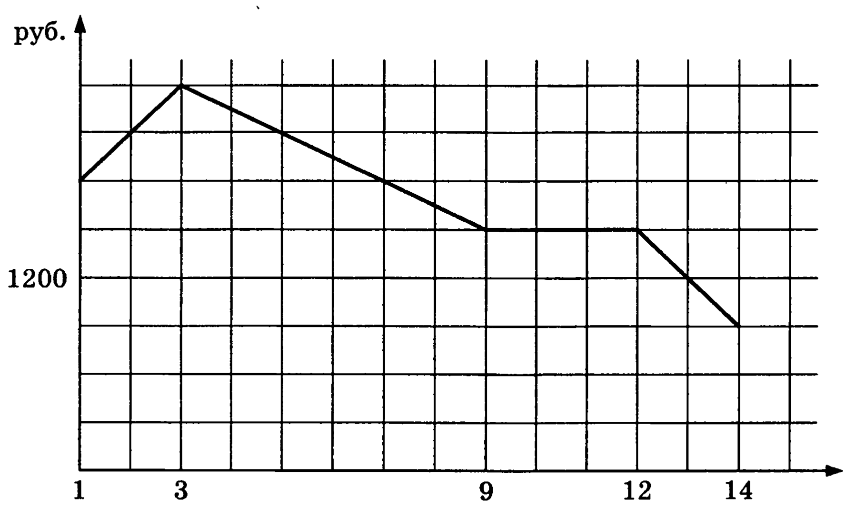
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортилось 20% перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15% помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

B1

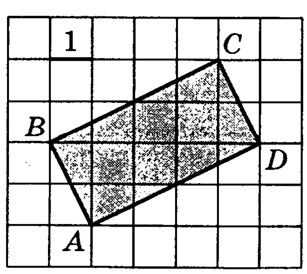
B2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

B2



B3. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

B3



B4. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;
доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;
доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

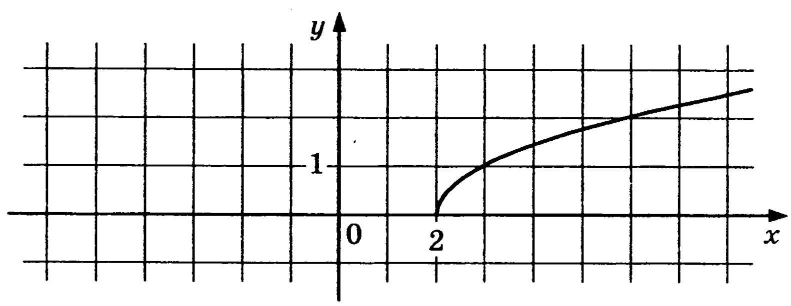
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

B5. Решите уравнение $\sqrt{x+9} = 5$.

B6. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.

B7. Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.

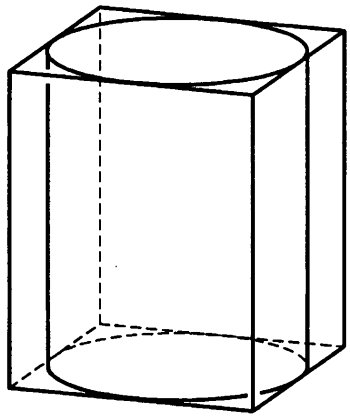


B9. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

B10. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

B11. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.

B11



B12. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени m_0 = 280 мкг изотопа железа-59, период полураспада которого T =45 суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

B12

B13. Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{20-x}$ на отрезке [19; 21].

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\dfrac{\log_5(-2\cos x)}{\sqrt{5\operatorname{tg} x}} = 0$.

C1

C2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между плоскостями AB_1C_1 и A_1B_1C.

C2

C3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \le 0$.

C3

C4

C5

C6

C4. Дана окружность радиуса 2 с центром O. Хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причем $\angle CDA = 120°$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC, если $OD = \sqrt{3}$.

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases}(x-2a-5)^2+(y-3a+5)^2=16,\\(x-a-2)^2+(y-2a+1)^2=81.\end{cases}$$

C6. Найдите все такие целые a и b, что корни уравнения

$$x^2 + (2a+9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 19

Часть 1

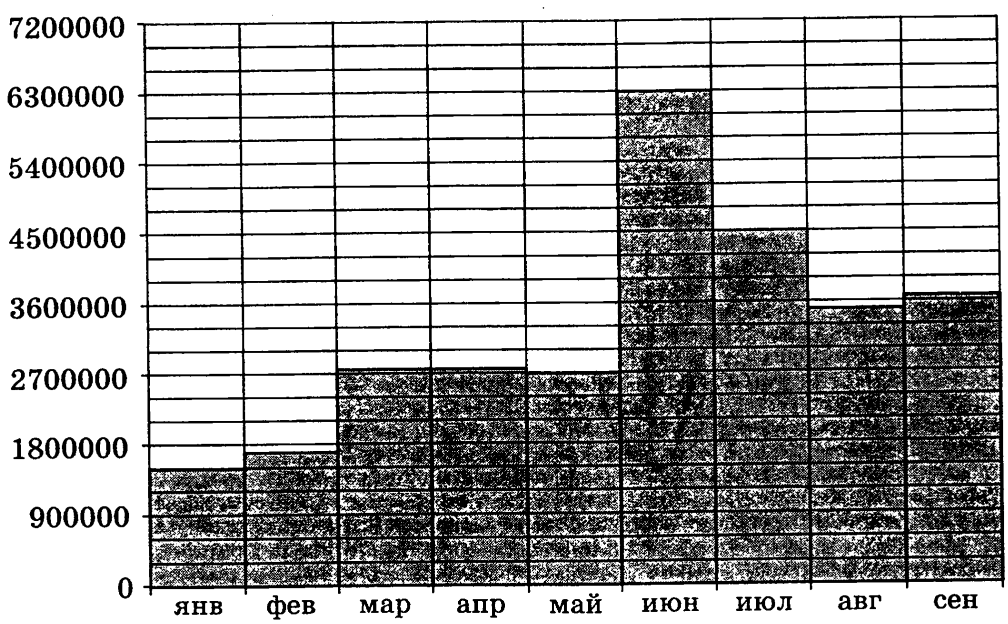
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

B1

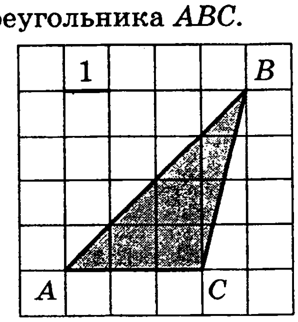
B2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом ФУТБОЛ было меньше 3600000.

B2



B3. Найдите площадь треугольника ABC.

B3



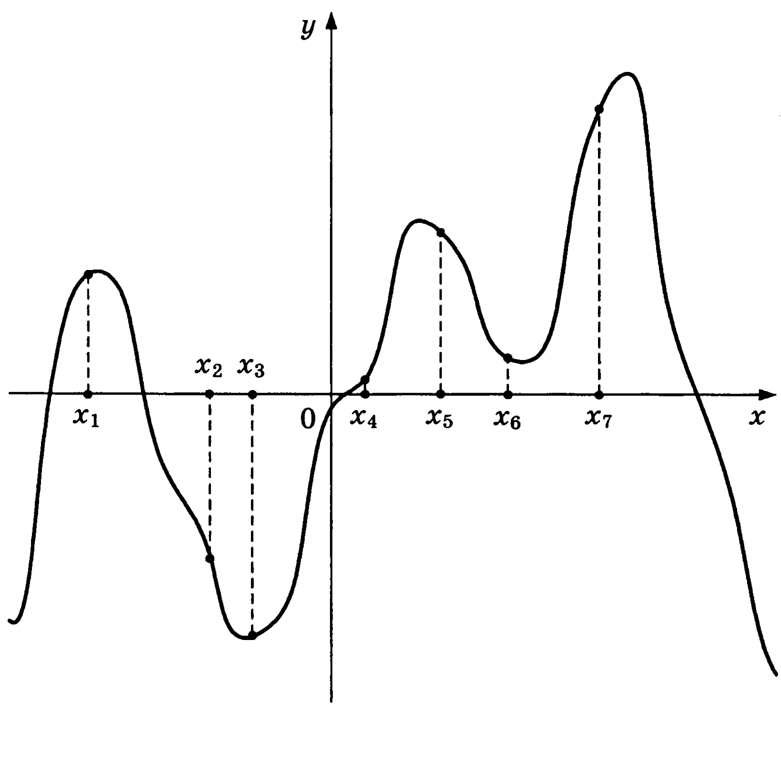
B4. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

B5. Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

B6. Найдите число сторон правильного многоугольника, каждый из углов которого равен 140°.

B7. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.

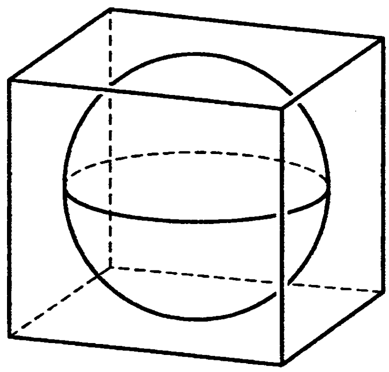
B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



B9. Тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания правильной четырехугольной пирамиды равен $3\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

B10. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

B11. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



B12. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0{,}2$ К/мин^2. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

B13. Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишите.

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$ на отрезке [6; 8].

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

C2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK, если K — середина ребра C_1D_1.

C3

C3. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \log_7(x^2-9) \le 1, \\ \dfrac{2x^2+x-28}{6^{x-6}+5^{x-5}-4} \le 0. \end{cases}$

C4

C4. Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C. Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB, причем точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB. Окружность S_1 касается меньших дуг AB и OC этих окружностей, а также прямой OA, а окружность S_2 касается окружности с центром B, прямой OA и окружности S_1. Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2.

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет ровно три решения система уравнений

$$\begin{cases} y+a=|x|+5, \\ x^2+(y-2a+5)^2=4. \end{cases}$$

C6

C6. Решите в целых числах уравнение $3^n+8=x^2$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 20

Часть 1

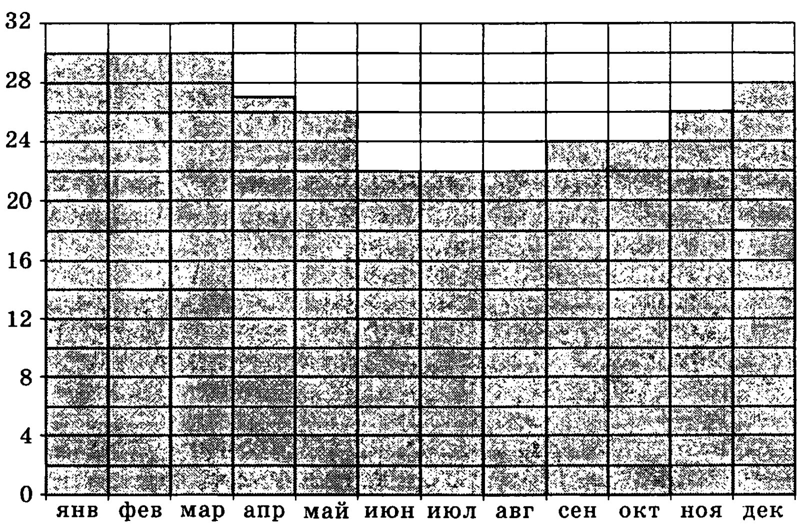
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?

В1

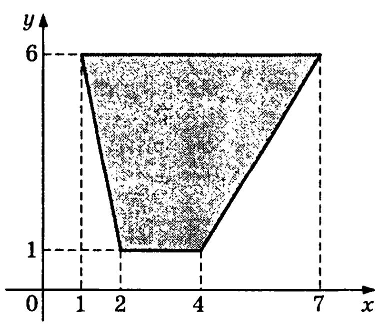
В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В2



В3. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).

В3



B4. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

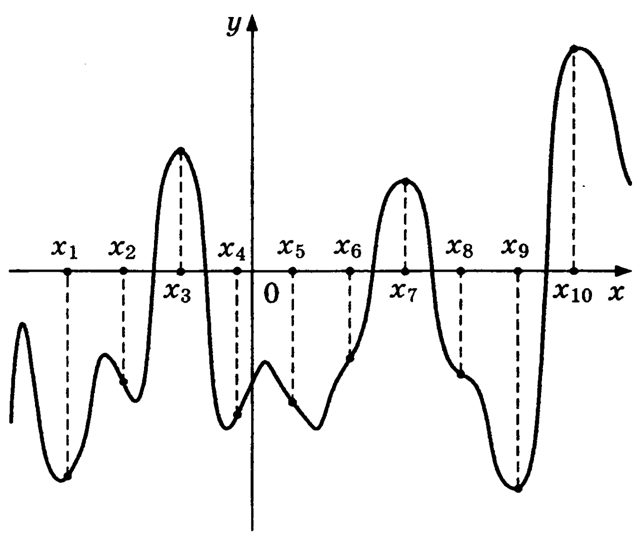
Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

B6. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



B9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

B11. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 6, боковые ребра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

B12. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20$ °С, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 88$ °С. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°С), причем $x = \alpha \dfrac{cm}{\gamma} \log_2 \dfrac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200 \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 63 \dfrac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

B13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = -\dfrac{2}{3} x\sqrt{x} + 3x + 19$ на отрезке [8; 21].

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.

C3

C4

C5

C5

С3. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \log_7^2(x^2+4x-20) \le x-3, \\ \log_7^2(x^2+2x-14) \le 3-x. \end{cases}$

С4. Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60°. На двух его сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.

С5. Найдите все пары значений параметров a, b, при каждой из которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} xyz + z = a, \\ xyz^2 + z = b, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4. \end{cases}$$

С6. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел 2^{50} и 5^{50}. Сколько всего цифр выписали?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 21

Часть 1

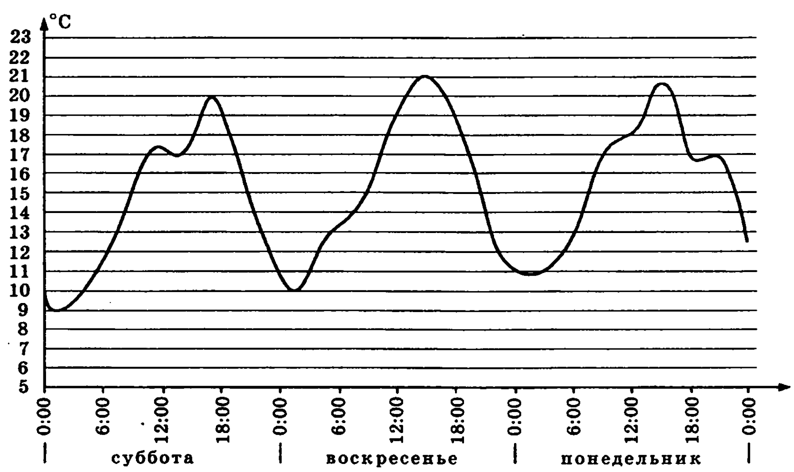
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортилось 20% перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15% помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

B1

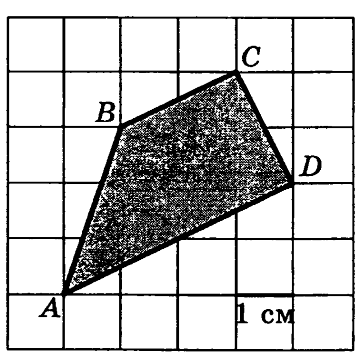
B2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.

B2



B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B3



B4

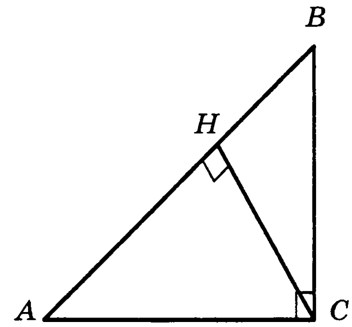
B4. Семья из трех человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?

B5

B5. Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

B6

B6. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC = 4$. Найдите высоту CH.

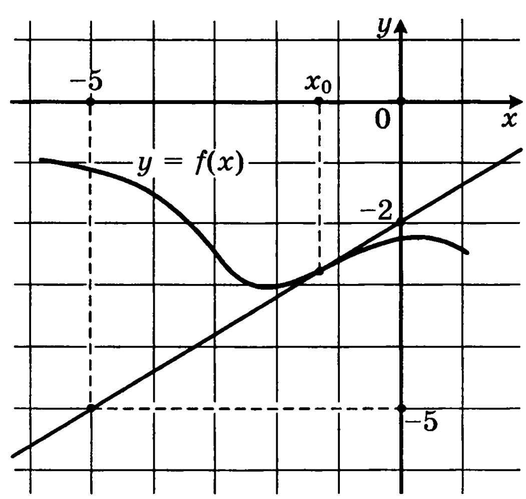


B7

B7. Найдите значение выражения $\frac{9\sin 132°}{\sin 228°}$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

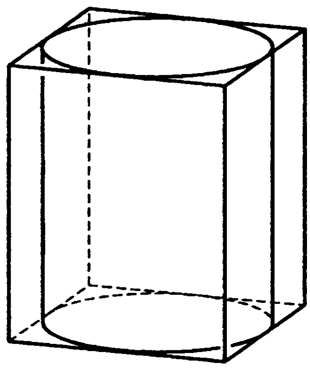


B9

B9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

B11. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



B12. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 760$ К, $a = 34$ К/мин, $b = -0{,}2$ К/мин^2. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

B13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 13 - 7\sin x - 9x$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

B10

B11

B12

B13

B14

C1

C2

C3

C4

C5

C6

C2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK, если K — середина ребра C_1D_1.

C3. Решите неравенство $\log_{x+2}(36+16x-x^2) - \frac{1}{16}\log^2_{x+2}(x-18)^2 \geq 2$.

C4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H. Известно, что $CH = AB$. Найдите угол ACB.

C5. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = \left(x^2 + 3x + 2\right)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C6. Найдите все такие целые a и b, что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 22

Часть 1

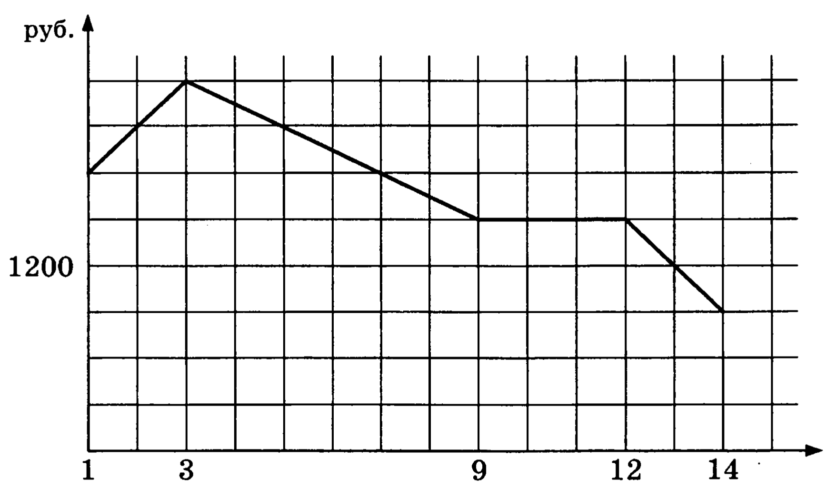
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

B1

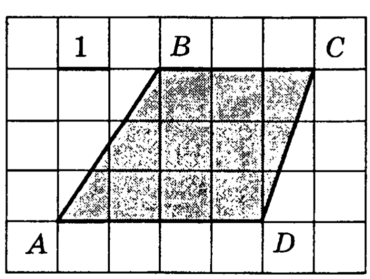
B2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

B2



B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

B3



B4

B4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 м^2. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

B5

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

B6

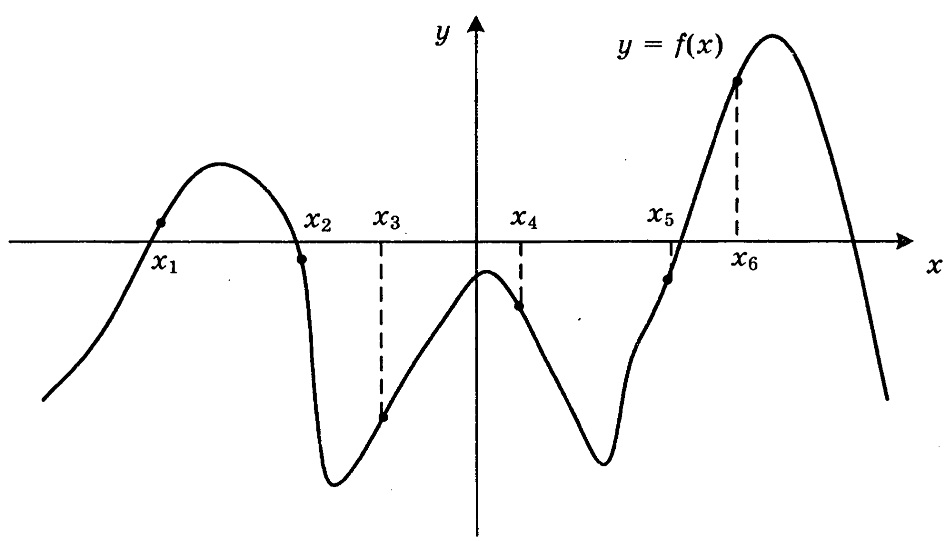
B6. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

B8

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



B9

B9. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

B10. В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

B11. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3.

B12. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 15%, если температура холодильника $T_2 = 340°$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{20-x}$ на отрезке [19; 21].

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D, если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.

C3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \le 0$.

C4. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC.

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых име единственное решение $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a+1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$

C6

C6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисе произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

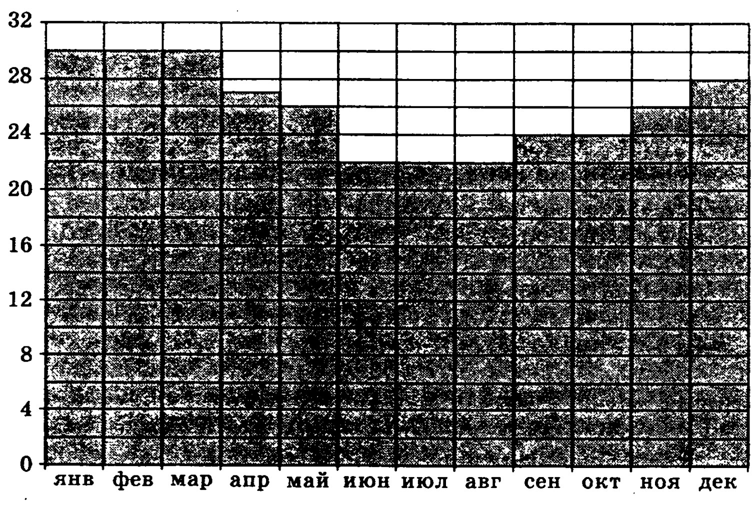
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 23

Часть 1

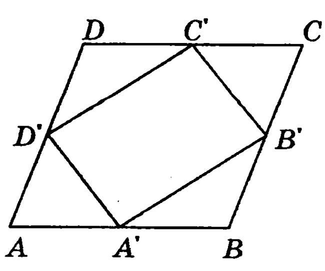
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей? B1

B2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия. B2



B3. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 6. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма. B3



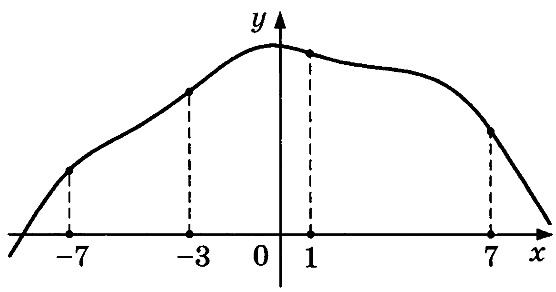
B4. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

B5. Решите уравнение $\log_2 x = 5$.

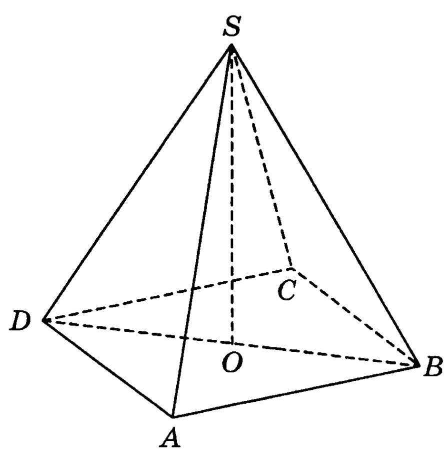
B6. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.

B7. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in (0;\ 0{,}5\pi)$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7, -3, 1, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



B9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SA = 26$, $BD = 20$. Найдите длину отрезка SO.



B10. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

B11. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 6, боковые ребра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

B11

B12. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа m_0 = 200 мг. Период его полураспада T = 4 мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

B12

B13. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$$

на отрезке [8; 21].

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение

$$\frac{\sin x(2\sin x + 1)(\sqrt{2}\sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0.$$

C1

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро AA_1 = 7. Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.

C2

C3. Решите систему неравенств:

C3

$$\begin{cases} \log_7(x^2 - 9) \le 1, \\ \dfrac{2x^2 + x - 28}{6^{x-6} + 5^{x-5} - 4} \le 0. \end{cases}$$

C4

C5

C6

C4. Дана окружность радиуса 2 с центром O. Хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причем $\angle CDA = 120°$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC, если $OD = \sqrt{3}$.

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-9)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

C6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 24

Часть 1

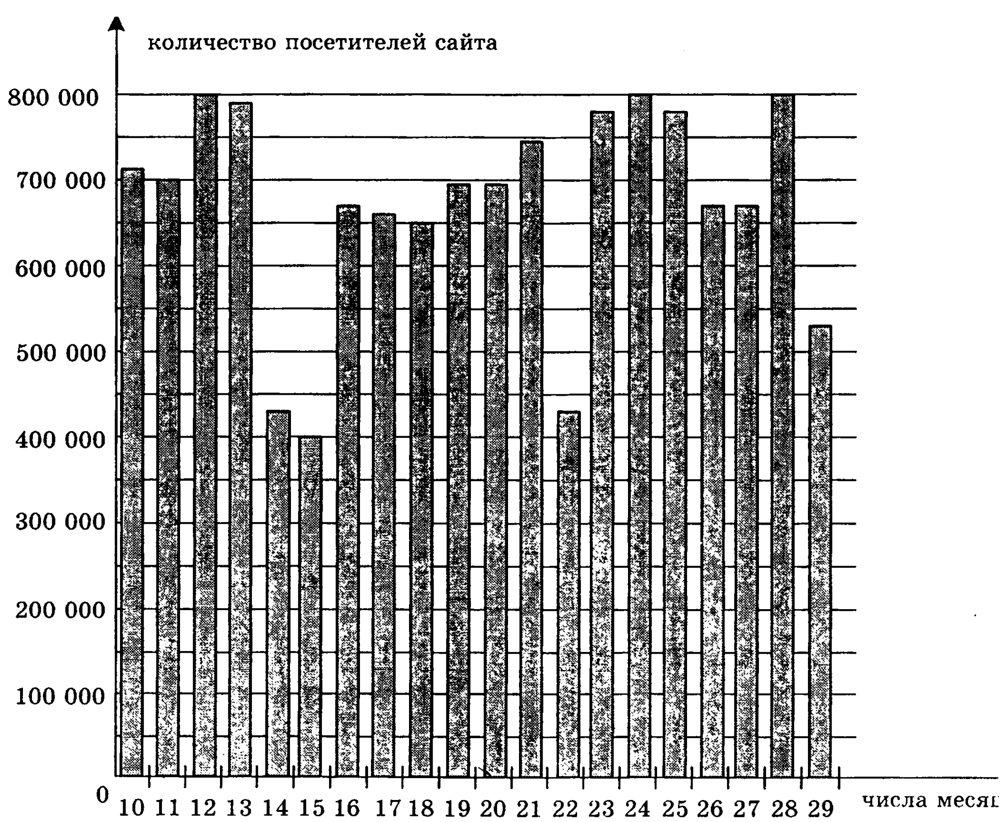
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

B1

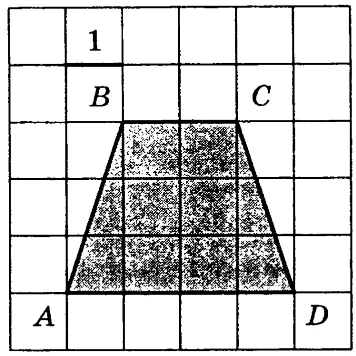
B2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.

B2



B3

B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



B4

B4. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

B5

B5. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-24-5x} = 4$.

B6

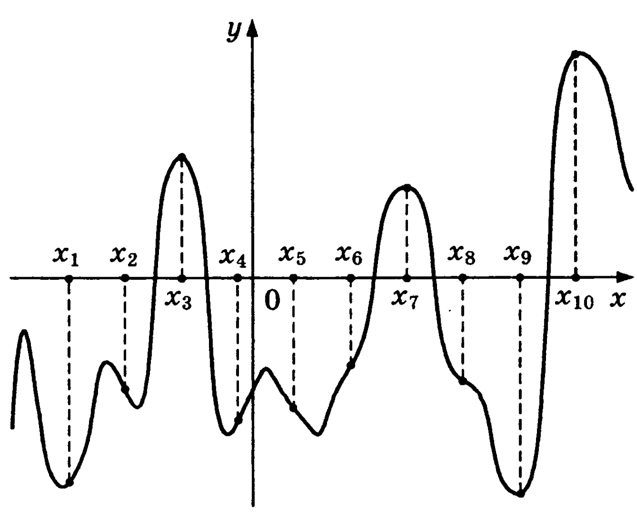
B6. Найдите число сторон правильного многоугольника, каждый из углов которого равен 140°.

B7

B7. Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4{,}5$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



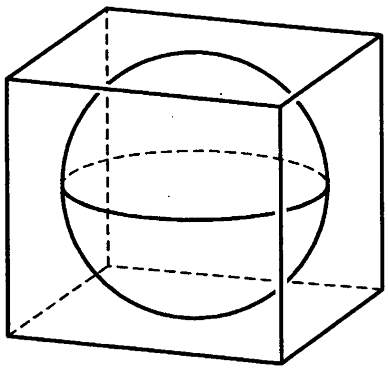
B9. Расстояние между скрещивающимися ребрами правильной треугольной пирамиды равно 12, а синус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 0,3. Найдите высоту основания пирамиды.

B9

B10. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

B10

B11. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



B11

B12. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B12

B13. Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

B13

B14. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$$

на отрезке $[-2;\ 1]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

С1. а) Решите уравнение $\cos 4x - \cos 2x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C2

С2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между плоскостями AB_1C_1 и A_1B_1C.

C3

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 6^x + 4 \le 44 \cdot \log_5(x+3), \\ 4x + 6^x \ge 44 \cdot \log_5(x+3). \end{cases}$$

C4

С4. Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60°. На двух его сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.

C5

С5. Найдите все пары чисел a и b, для каждой из которых имеет не менее пяти решений $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} bx(2x-y) + (y-1)(2x-y) = bx + y - 1, \\ 4x^2 + y^2 + axy = 1. \end{cases}$$

C6

С6. Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел −1, 2, 4, −6, 7, −8, −10, 12. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел чисел −1, 2, 4, −6, 7, −8, −10, 12. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

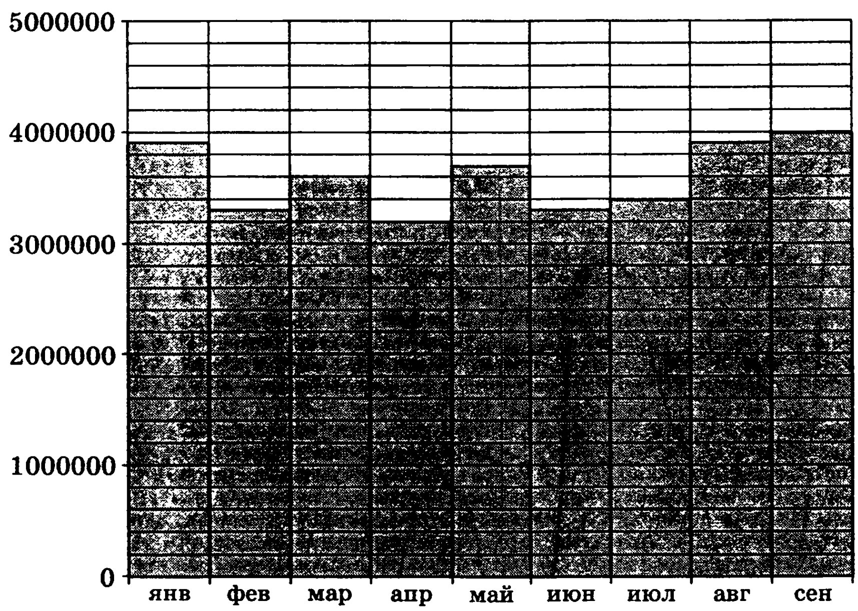
ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 25

Часть 1

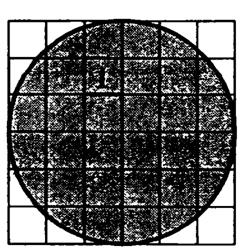
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

B2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



B3. Найдите площадь S круга. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



B4

B4. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 $;
доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 $;
доставка заказа из 9 и более дисков — 28 $.
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

B5

B5. Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 7$.

B6

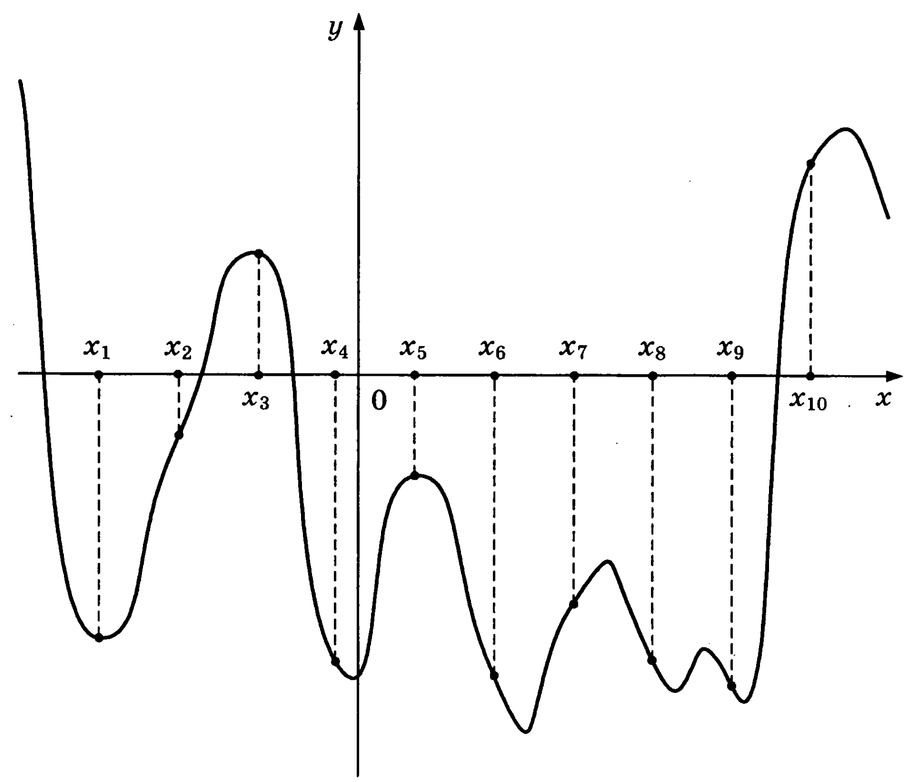
B6. В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3{,}5$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{10}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



B9

B9. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна $\sqrt{73}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

B10. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

B10

B11. Объем цилиндра равен 24 см^3. Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3.

B11

B12. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

B12

B13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 11\text{tg}\, x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\text{tg}^2\, x + 5\, \text{tg}\, x + 6 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

C1

C2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC. Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB, AC и AD, если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

C2

C3. Решите систему неравенств

C3

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \le 0, \\ \log^2_{|x|}(x^2) + \log_2(x^2) \le 8. \end{cases}$$

C4

C4. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B. Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A, а большую — в точке C. Известно, что $AC = 3$. Найдите BC.

C5

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + 7|y| = 1, \\ x^2 + 49y^2 + 4a + 1 = 2x \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

C6

C6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 26

Часть 1

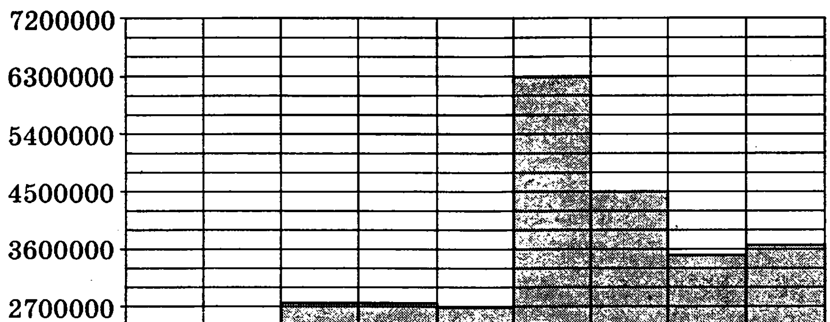
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

B1

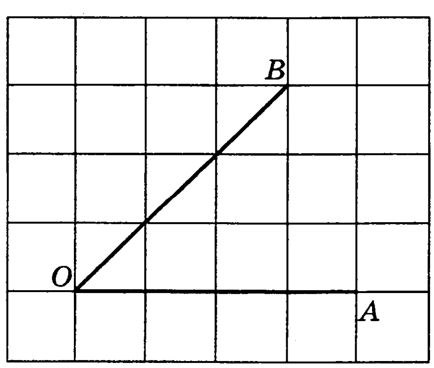
B2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом ФУТБОЛ было меньше 3600000.

B2



B3. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

B3



8-1825

B4

B4. В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

B5

B5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$.

B6

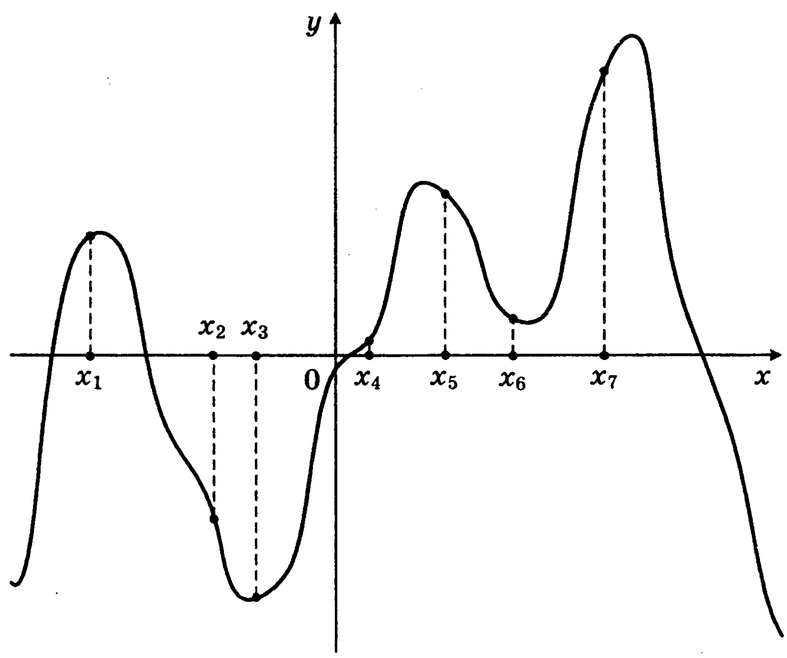
B6. В треугольнике ABC углы A и B равны соответственно 45° и 67°. Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины C. Ответ дайте в градусах.

B7

B7. Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6{,}5$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



B9

B9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.

B10. Валя выбирает случайное трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

B11. Объем цилиндра равен 12 см^3. Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

B12. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20$ °C, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 88$ °C. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°C), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

B13. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$ на отрезке [6; 8].

B10

B11

B12

B13

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $7\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \le 2, \\ \log^4_{x-3} (x^2 - 17) + \log^2_{x^2-17} (x-3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

C1

C2

C3

C4

C5

C6

C4. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 5 и 20. Найдите биссектрису угла при основании треугольника.

C5. Найдите все пары значений параметров a, b, при каждой из которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} xyz + z = a, \\ xyz^2 + z = b, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4. \end{cases}$$

C6. Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 27

Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

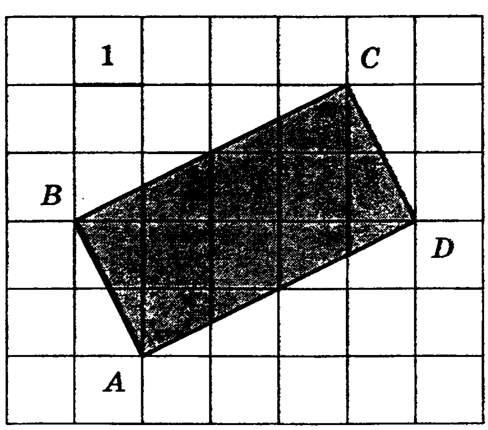
В1

В2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее +6 °С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.

В2

В3. Найдите площадь прямоугольника *ABCD*.

В3



B4. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле:

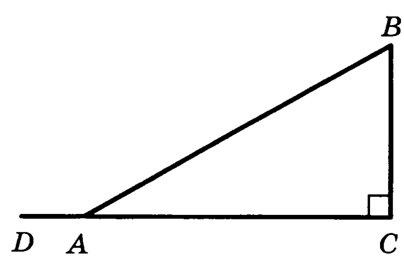
$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2200	4	3	3
Б	1850	3	2	5
В	2050	4	2	3
Г	2100	3	3	4

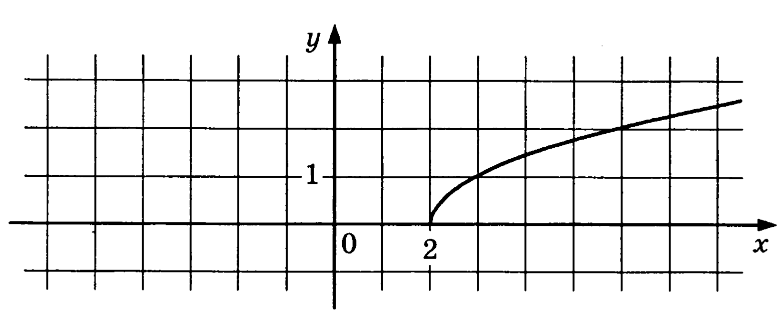
B5. Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.

B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол B равен 60°. Найдите синус угла BAD.

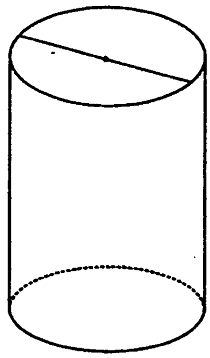


B7. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.



B9. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 16π, а высота — 2. Найдите диаметр основания.



B10. При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 16 см^2. Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2.

B12. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К?

B13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4,5; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{\log_5(-2\cos x)}{\sqrt{5 \operatorname{tg} x}} = 0$.

C2

C2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки C до прямой A_1F_1.

C3

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_7^2(x^2+4x-20) \le x-3, \\ \log_7^2(x^2+2x-14) \le 3-x. \end{cases}$$

C4

C4. Основания трапеции равны a и b. Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2 : 3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

C5

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \ge 0, \\ ax \ge 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

C6

C6. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n, при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 28

Часть 1

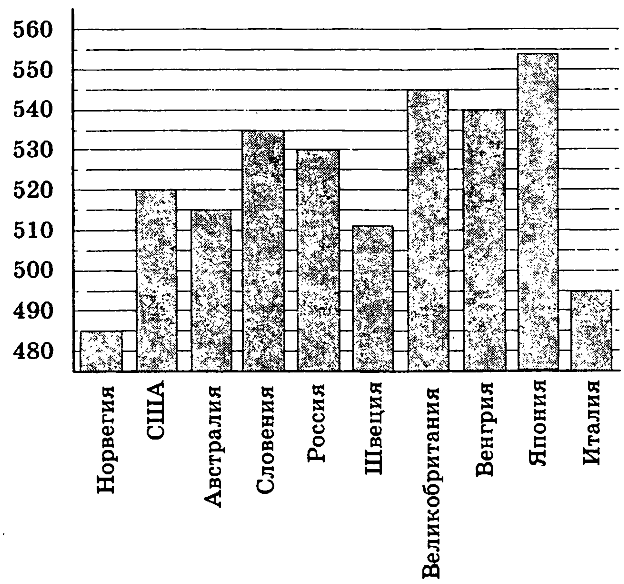
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?

B1

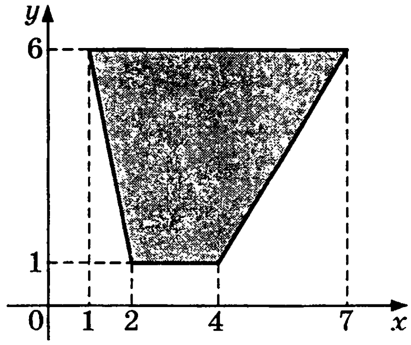
B2. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит Великобритании. Определите, какое место занимает Россия.

B2



B3. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).

B3



B4. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле:

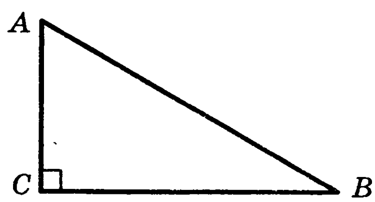
$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	3	5	5	3
Б	4	5	3	4	3
В	4	4	3	3	4

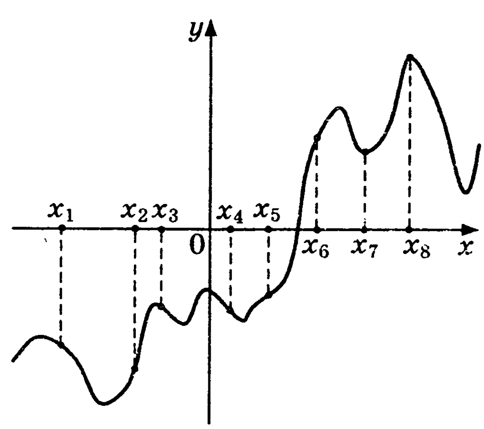
B5. Найдите корень уравнения $\log_7(x-6) = 2$.

B6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 60°, $AB = 8$. Найдите AC.

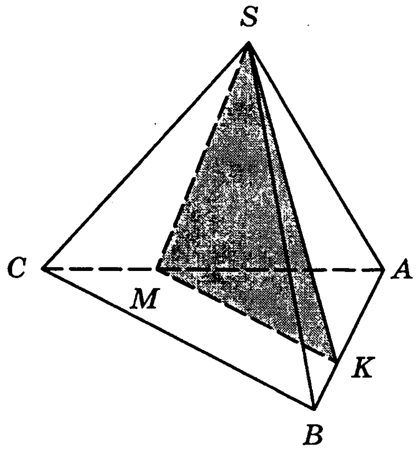


B7. Вычислите $\log_6 144 - \log_6 4$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?



B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ ребра AB и AC разделены точками K и M соответственно в отношении $2:1$, считая от вершины A (см. рис.) Найдите угол между плоскостью основания ABC и плоскостью сечения SKM. Ответ выразите в градусах.



B9

B10. Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

B10

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2. Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2.

B11

B12. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 45%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B12

B13. Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишите.

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos x - \frac{21}{\pi}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};\ 0\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

С1. а) Решите уравнение $4^x - 2^{x+3} + 12 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

C2

С2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1.

C3

С3. Решите неравенство

$$\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3\log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1.$$

C4

С4. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки K, L и M, причем $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LC = 1 : 2$, $CM : MA = 3 : 1$. В каком отношении отрезок KL делит отрезок BM?

C5

С5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = |x - a| - x^2$ не меньше 1.

C6

С6. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел 2^{50} и 5^{50}. Сколько всего цифр выписали?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 29

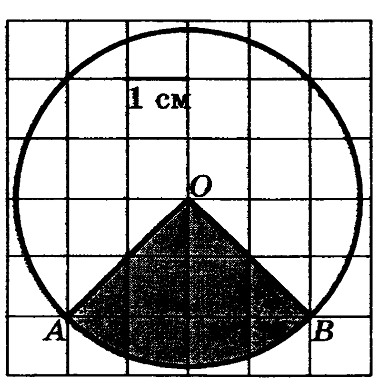
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. Поезд Екатеринбург-Москва отправляется в 7 : 23, а прибывает в 9 : 23 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В3. Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

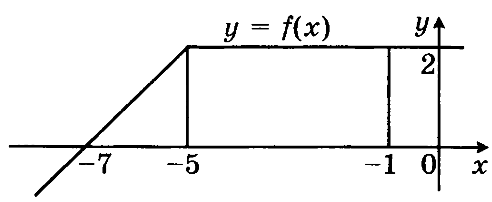
Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

B5. Решите уравнение $\sqrt{x+9}=5$.

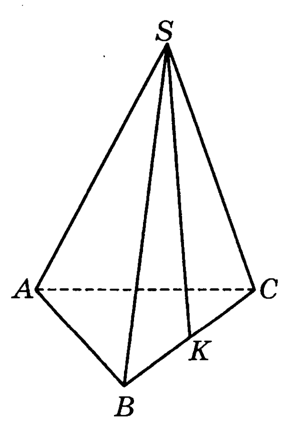
B6. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 21°, угол CAD равен 30°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.

B8. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_{-7}^{-1} f(x)dx$.



B9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $AB = 4$, а $SK = 21$. Найдите площадь боковой поверхности.



B10. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

B11. Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B12. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0{,}2$ К/мин^2. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

B13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

B14. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2\cos x - 11x + 7$$

на отрезке $[-\pi; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение

$$\frac{\left(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}\right)\log_{13}(2\sin^2 x)}{\log_{31}\left(\sqrt{2}\cos x\right)} = 0.$$

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $A\ldots D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12.

C3

C4

C5

C6

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + 3 \cdot 2^{-x} \le 4, \\ \dfrac{2x^2 - 8x}{x - 7} \le x. \end{cases}$$

C4. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$ и верхнее основание $BC = 5$. Известно, что $\cos\angle BCD = -\dfrac{2}{7}$. Найдите AC.

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет ровно три решения система уравнений

$$\begin{cases} y + a = |x| + 5, \\ x^2 + (y - 2a + 5)^2 = 4. \end{cases}$$

C6. Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 30

Часть 1

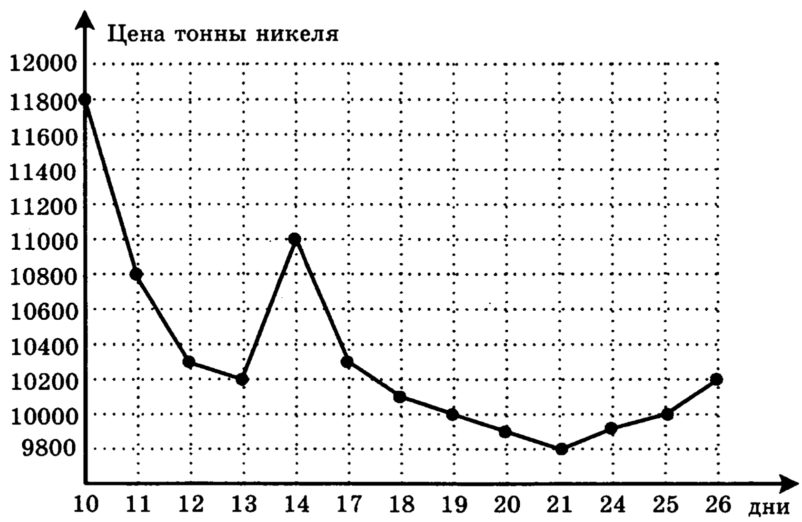
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

B1

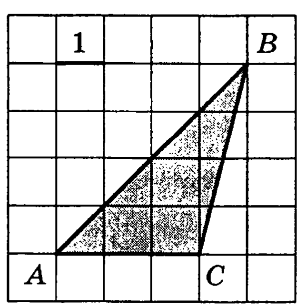
B2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

B2



B3. Найдите площадь треугольника ABC.

B3



B4. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;
доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;
доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$.

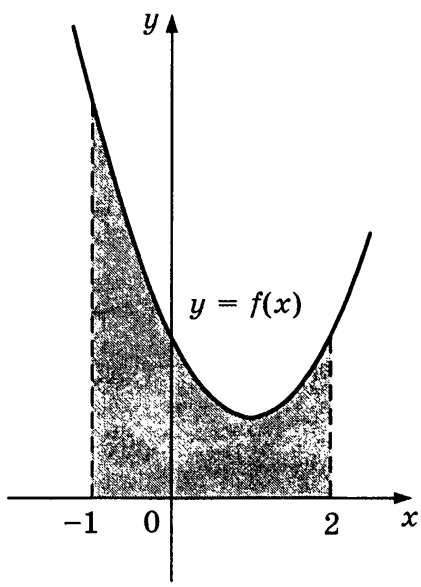
B6. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если $AP = 5$, $BM = 6$, $CK = 7$.

B7. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.

B8. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 5.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



B9. Тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания правильной четырехугольной пирамиды равен $3\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

B10. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

B10

B11. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B11

B12. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени m_0 = 280 мкг изотопа железа-59, период полураспада которого T = 45 суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

B12

B13. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

B13

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3\operatorname{tg} x - 3x + 5$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

B14

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

C1

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C2

C3

C4

C5

C6

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0, \\ \log_x (x-2) \cdot \log_x (x+2) \leq 0. \end{cases}$$

C4. Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C. Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB, причем точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB. Окружность S_1 касается меньших дуг AB и OC этих окружностей, а также прямой OA, а окружность S_2 касается окружности с центром B, прямой OA и окружности S_1. Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2.

C5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} (x-2a-5)^2 + (y-3a+5)^2 = 16, \\ (x-a-2)^2 + (y-2a+1)^2 = 81. \end{cases}$$

C6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

ЧАСТЬ II

ИНФОРМАЦИЯ О ЗАДАНИЯХ ЧАСТИ 2(С). ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2(С)

Информация о заданиях части 2(С)

Демоверсия ЕГЭ по математике

Приводим часть 2 из демоверсии ЕГЭ по математике. Она состоит из заданий типа С. Предлагаем также их решения и критерии оценивания.

Часть 2(С)

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.

С2. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.

С3. Решите неравенство $\log_{x+3}\left(9 - x^2\right) - \frac{1}{16}\log^2_{x+3}(x-3)^2 \geq 2$.

С4. На стороне BA угла ABC, равного 30°, взята такая точка D, что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, D и касающейся прямой BC.

С5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} a(x^4+1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение.

С6. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1) a и b, что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b, то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.

Решения и критерии оценивания заданий части 2 (С)

Оценки заданий части 2 зависят от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальный балл.

Эксперты проверяют математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов. Однако они не исчерпывают всех возможных ситуаций.

Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

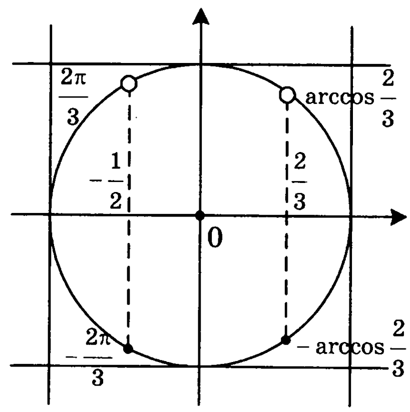
При выполнении задания экзаменуемый может использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

С1. Решите уравнение $\dfrac{6\cos^2 x-\cos x-2}{\sqrt{-\sin x}}=0$.

Решение.

$$\frac{6\cos^2 x-\cos x-2}{\sqrt{-\sin x}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}6\cos^2 x-\cos x-2=0\\ -\sin x>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(\cos x+\dfrac{1}{2}\right)\left(\cos x-\dfrac{2}{3}\right)=0\\ \sin x<0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=-\arccos\dfrac{2}{3}+2\pi n, & n\in\mathbb{Z},\\ x=-\arccos\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k, & k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$



Ответ: $x=-\arccos\dfrac{2}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\quad n,k\in\mathbb{Z}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ.
1	Верно найдены нули числителя, но или не произведен отбор найденных решений, или допущены ошибки в отборе.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

С2. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.

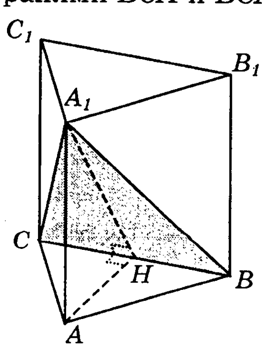
Решение. Обозначим H середину ребра BC (см. рисунок). Так как треугольник ABC равносторонний, а треугольник A_1BC – равнобедренный, отрезки AH и A_1H перпендикулярны BC. Следовательно, $\angle A_1HA$ – линейный угол двугранного угла с гранями BCA и BCA_1.

Из треугольника A_1AB найдем: $AA_1=1$.

Из треугольника AHB найдем: $AH=\sqrt{3}$.

Из треугольника HAA_1 найдем:

$$tg\angle A_1HA=\frac{AA_1}{AH}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Искомый угол равен 30°.

Ответ: 30°.

Возможны другие решения. Например, решение задачи с использованием векторов или метода координат.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С2
2	Обоснованно получен правильный ответ.
1	Способ нахождения искомого угла правильный, но получен неверный ответ или решение не закончено.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

С3. Решите неравенство $\log_{x+3}\left(9-x^2\right)-\frac{1}{16}\log^2_{x+3}(x-3)^2 \geq 2$.

Решение.

$$\log_{x+3}\left(9-x^2\right)-\frac{1}{16}\log^2_{x+3}(x-3)^2 \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{x+3}(x+3)(3-x)-\frac{4}{16}\log^2_{x+3}|x-3| \geq 2 \quad (\Rightarrow 3-x>0)$$

$$\Leftrightarrow 1+\log_{x+3}(3-x)-\frac{1}{4}\log^2_{x+3}(3-x) \geq 2$$

$$\Leftrightarrow l^2-4l+4 \leq 0\text{, где } l=\log_{x+3}(3-x),$$

$$\Leftrightarrow (l-2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \log_{x+3}(3-x)=2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=(x+3)^2 \\ 1 \neq x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+6)(x+1)=0 \\ -2 \neq x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$$

Ответ: $x=-1$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С3
3	Обоснованно получен правильный ответ.
2	Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом значений x.
1	Ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верной системе рациональных неравенств.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

С4. На стороне BA угла ABC, равного 30°, взята такая точка D, что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, D и касающейся прямой BC.

Решение 1. Центр O искомой окружности принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку AD. Обозначим P середину отрезка AD, Q – основание перпендикуляра, опущенного из точки O на прямую BC, E – точку пересечения серединного перпендикуляра с прямой BC (см. рисунок а). Из условия касания окружности и прямой BC следует, что отрезки OA, OD и OQ равны радиусу R окружности.

Заметим, что точка O не может лежать по ту же сторону от прямой AB, что и точка E, так как в этом случае расстояние от точки O до прямой BC меньше, чем расстояние от нее до точки A.

Из прямоугольного треугольника BPE с катетом $BP = 2$ и $\angle B = 30°$ находим, что $PE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Так как $OA = R$ и $AP = 1$, получаем: $OP = \sqrt{R^2 - 1}$ и, следовательно, $OE = \sqrt{R^2 - 1} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

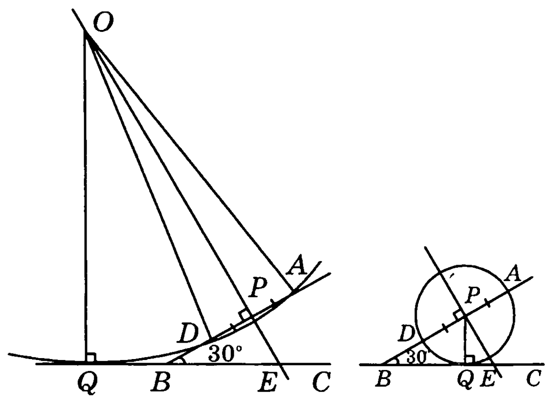
Из прямоугольного треугольника OQE, в котором $\angle E = 60°$, находим:

$$R = OQ = \frac{\sqrt{3}}{2}OE = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{R^2 - 1} + 1.$$

В результате получаем уравнение для R: $\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{R^2 - 1} = R - 1$.

Возведем в квадрат обе части этого уравнения и приведем подобные члены.

Получим уравнение $R_2 - 8R + 7 = 0$, решая которое находим два корня $R_1 = 1$, $R_2 = 7$. Если радиус равен 1, то центром окружности является точка P (см. рисунок б).



а) б)

Ответ: 1 или 7.

Решение 2. Пусть точка Q касания окружности с прямой BC лежит на луче BC (см. рисунок а). По теореме о касательной и секущей $BQ^2 = BA \cdot BD = (BD + DA) \cdot BD = (1 + 2) \cdot 1 = 3$, откуда BQ = $\sqrt{3}$.

Пусть O – точка пересечения луча BA и перпендикуляра к BC, проведенного через точку Q. Из прямоугольного треугольника BQO находим: $BO = \frac{BQ}{\cos 30°} = 2$, тогда $AO = OD = 1$ и $OQ = \frac{1}{2}BO = 1$.

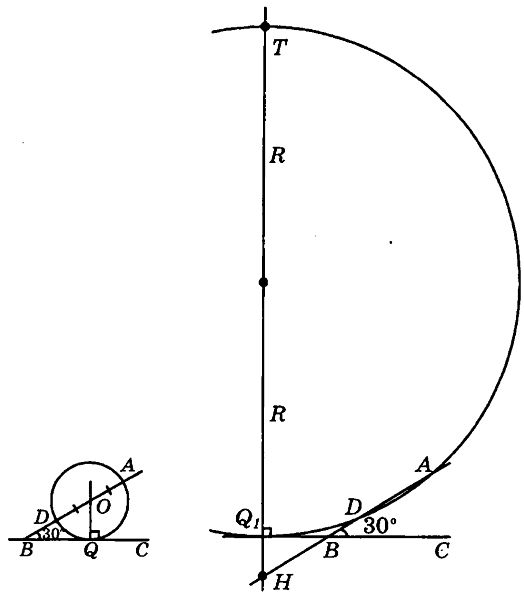
Таким образом, точка O удалена от точек A, D и Q на одно и то же расстояние, равное 1. Следовательно, O – центр искомой окружности, а ее радиус равен 1.

Пусть теперь точка Q_1 касания окружности с прямой BC лежит на продолжении BC за точку B (см. рисунок б), а прямая, проходящая через точку Q_1 перпендикулярно BC, пересекает прямую AB в точке H, а окружность вторично – в точке T. Тогда

$$BQ_1 = \sqrt{BA \cdot BD} = \sqrt{3}, \quad \angle HBQ_1 = \angle ABC = 30°,$$

$$BH = \frac{BQ_1}{\cos 30°} = 2, \quad HQ_1 = \frac{1}{2}BH = 1.$$

Если R – радиус окружности, то $Q_1T = 2R$. По теореме о двух секущих $HQ_1 \cdot HT = HA \cdot HD$, то есть $1 \cdot (1 + 2R) = (2 + 3) \cdot 3$, откуда находим, что $R = 7$.



а) б)

Ответ: 1 или 7.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С4
3	Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и обоснованно получен правильный ответ.
2	Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой обоснованно получено правильное значение искомой величины.
1	Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неверное из-за арифметической ошибки.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} a(x^4+1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение.

Решение.

1. Если пара (x, y) — решение системы, то пара $(-x, y)$ — тоже. Поэтому если система имеет единственное решение (x, y), то $x = 0$, откуда $\begin{cases} a = y + 2 \\ y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ a = \pm 2 + 2 \end{cases} \Rightarrow a = 0,\ 4.$

2. При $a = 0$ система принимает вид $\begin{cases} 0 = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ и имеет, по меньшей мере, два решения: $x = \pm 2,\ y = 0$.

3. При $a = 4$ система принимает вид $\begin{cases} 4(x^4+1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4x^4 + |x| + 2 \\ y^2 = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2, \end{cases}$

поскольку если $x \neq 0$, то $\begin{cases} y = 4x^4 + |x| + 2 > 2, \\ y^2 = 4 - x^2 < 4, \end{cases}$ что невозможно.

Ответ: $a = 4$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C5
4	Обоснованно получен правильный ответ.
3	Получен правильный ответ. Решение в целом верное, но либо недостаточно обоснованное, либо содержит вычислительные погрешности.
2	Верно получены необходимые условия на значения a, однако в проверке достаточных условий допущены ошибки.
1	Получены только необходимые условия на значения a.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

C6. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1) a и b, что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b, то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.

Решение. Пусть десятичная запись числа b состоит из n цифр. Тогда по условию задачи можно записать равенство $\frac{b}{a} = a + \frac{b}{10^n}$, поэтому $10^n(b - a^2) = ab$.

Из этого уравнения следует, что $b > a^2 \geq a$. Так как числа a и b взаимно простые, числа $b - a^2$ и ab тоже взаимно простые. (Действительно, пусть p – общий простой делитель этих чисел. Тогда если p делитель a, то p будет делителем b. Если же p – делитель b, то p будет делителем a^2, значит, p – делитель a. Противоречие.)

Поэтому $b - a^2 = 1$ и, следовательно, $ab = 10^n$. Последнее равенство при взаимно простых a и b возможно только в двух случаях:

1) $b = 10^n$, $a = 1$, но в этом случае не выполняется равенство $b - a^2 = 1$.

2) $b = 5^n$, $a = 2^n$. В этом случае равенство $b - a^2 = 1$ принимает вид $5^n - 4^n = 1$, откуда $(\frac{5}{4})^n = 1 + (\frac{1}{4})^n$.

Функция $f(n) = (\frac{5}{4})^n$ возрастает, а функция $g(n) = 1 + (\frac{1}{4})^n$ убывает.

Поэтому уравнение $f(n) = g(n)$ имеет не более одного корня, и так как $f(1) = g(1)$, единственным корнем уравнения является $n = 1$.

Ответ: $a = 2$, $b = 5$.

Возможны другие формы записи ответа. Например:

А) (2; 5); Б) $\frac{5}{2} = 2,5$; В) $\begin{cases} a = 2, \\ b = 5. \end{cases}$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C6
4	Обоснованно получен правильный ответ.
3	Получена система необходимых и достаточных условий на пару искомых чисел и найдено ее решение, но недостаточно обоснована его единственность.
2	Составлено верное уравнение в натуральных числах, из которого сделаны существенные выводы для нахождения искомой пары чисел, уравнение до конца не решено, но верный ответ приведен.
1	Составлено, но не решено верное уравнение в натуральных числах, верный ответ приведен.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ

Вариант 1

Приводим набор заданий (с решениями) типа С одного из вариантов ЕГЭ (части 2) по математике.

С1. Решите систему уравнений $\begin{cases} y+\sin x = 0 \\ (3\sqrt{\sin x}-1)(2y+6)=0. \end{cases}$

С2. В правильной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра $AB = 8\sqrt{3}$ и $SC = 17$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M — точка пересечения медиан грани SBC.

С3. Решите неравенство $\log_2\left[(7^{-x^2}-6)(7^{-x^2+9}-1)\right]+\log_2\dfrac{7^{-x^2}-6}{7^{-x^2+9}-1} > \log_2(7^{3-x^2}-5)^2$.

С4. В треугольнике ABC $AB = 12$, $BC = 5$, $AC = 10$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD : DC = 4 : 9$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ABD и ACD, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2\left|x-a^2\right| - 8x$ имеет более двух точек экстремума.

С6. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 6, 7, ..., 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Решение задачи С1.

$$\begin{cases} y+\sin x = 0 \\ (3\sqrt{\sin x}-1)(2y+6)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sin x \\ \left(\sqrt{\sin x}-\dfrac{1}{3}\right)\left(y-(-3)\right)=0 \end{cases}$$

Рассмотрим два случая:

$$1)\ \begin{cases} y=-\sin x \\ \sqrt{\sin x}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \dfrac{1}{9} \\ y=-\dfrac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{9}+\pi n, \quad n\in\mathbb{Z}, \\ y = -\dfrac{1}{9} \end{cases}$$

$$2)\ \begin{cases} y=-\sin x \\ y=-3 \\ \sin x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 3 \\ y=-3 \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

Ответ: $x = (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{9}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z},\quad y=-\dfrac{1}{9}$.

Решение задачи С2 (см. рис.).

Пусть SN — медиана треугольника SBC, а H и K — проекции точек S и M на основание ABC. Тогда

1) $AN, SN \perp BC$, поэтому $H, K \in AN$;

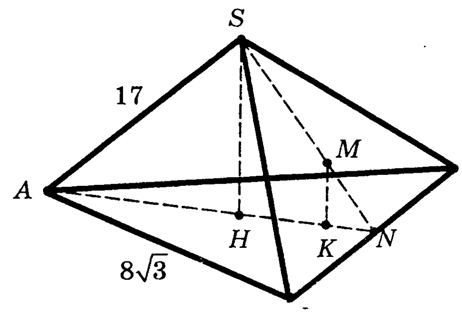
2) $AN = AB\sin 60^\circ = 8\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 12 \Rightarrow AH = \dfrac{2}{3}AN = 8$

$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ (теорема Пифагора, $\triangle ASH$);

3) $MK : SH = KN : HN = MN : SN = 1:3$ (по свойству медианы и из подобия $\triangle NMK \sim \triangle NSH$)

$$\Rightarrow MK = \frac{1}{3}SH = 5,\quad AK = AN - KN = \left(1 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)AN = \frac{8}{9}\cdot 12 = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\angle MAN = \frac{MK}{AK} = \frac{5}{32/3} = \frac{15}{32}.$$



Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{15}{32}$.

Решение задачи С3.

$$\log_2(7^{-x^2} - 6)(7^{-x^2+9} - 1) + \log_2\frac{7^{-x^2} - 6}{7^{-x^2+9} - 1} > \log_2(7^{3-x^2} - 5)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(7^{-x^2} - 6)^2 > \log_2(7^{3-x^2} - 5)^2 \\ (7^{-x^2} - 6)(7^{9-x^2} - 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2\left(6 - 7^{-x^2}\right) > \log_2\left|7^{3-x^2} - 5\right| \\ 7^{9-x^2} < 1 \quad (\Rightarrow 7^{3-x^2} < 7^{9-x^2} < 1 < 5) \end{cases} \text{(так как } 7^{-x^2} < 7^0 = 1 < 6\text{)} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 7^{-x^2} > 5 - 7^{3-x^2} \\ 9 - x^2 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7^{3-x^2} + 1 > 7^{-x^2} \\ x^2 > 0 \end{cases} \text{— верно, так как } 7^{3-x^2} + 1 > 1 \ge 7^{-x^2},\ \Leftrightarrow |x| > 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -3. \end{array}\right.$$

Ответ: $x < -3,\ x > 3$.

Решение задачи С4 (см. рис.).

1. $BD = \dfrac{4}{4+9}BC = \dfrac{20}{13} = a$, $CD = \dfrac{9}{4+9}BC = \dfrac{45}{13} = b$.

2. Обозначим $DE = x$, $DF = y$, $DA = z$. Тогда по свойству касательных имеем

$$2x = DE + DK = DA + DB - BK - AF = z + a - 12$$

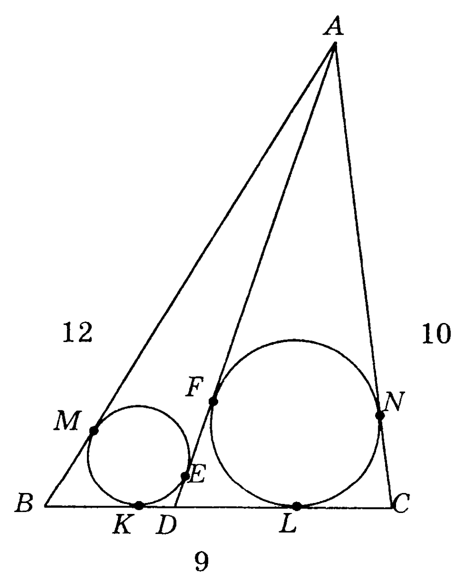
и, аналогично, $2y = z + b - 10$.

3. Поэтому

$$2(y - x) = b - a + 12 - 10 = \frac{45}{13} - \frac{20}{13} + 2 = 2 + \frac{25}{13}$$

$$\Rightarrow EF = y - x = 1\frac{25}{26}.$$

Ответ: $1\dfrac{25}{26}$.



Решение задачи С5.

1. При $x \ge a^2$ функция f имеет вид

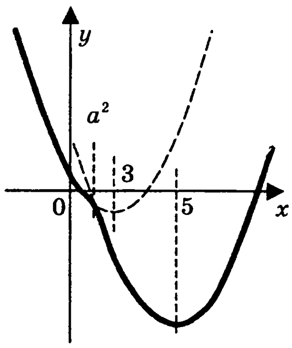
$$f(x) = x^2 - 2\left(x - a^2\right) - 8x = x^2 - 10x + 2a^2 = (x-5)^2 - 25 + 2a^2,$$

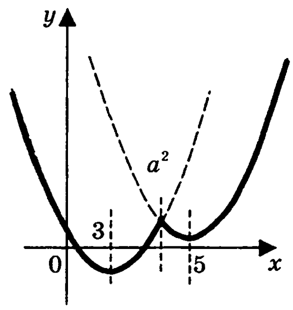
поэтому ее график есть часть параболы с ветвями вверх и осью симметрии $x = 5$.

2. При $x \le a^2$ функция f имеет вид

$$f(x) = x^2 + 2\left(x - a^2\right) - 8x = x^2 - 6x - 2a^2 = (x-3)^2 - 9 - 2a^2,$$

поэтому ее график есть часть параболы с ветвями вверх и осью симметрии $x = 3$.





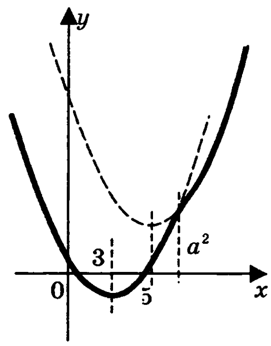


рис. а) рис. б) рис. в)

3. Каждая из парабол имеет по одной точке минимума, и обе они проходят через общую точку $\left(a^2; f(a^2)\right)$, поэтому вид графика функции f зависит от расположения точки $x = a^2$ относительно точек 3 и 5: см. схемы графиков на рис. а) (где $a^2 \le 3$), б) (где $3 < a^2 < 5$), в) (где $a^2 \ge 5$).

4. Функция f имеет более двух точек экстремума тогда и только тогда, когда точка $x = a^2$ является ее точкой максимума (рис. б), т.е. когда $3 < a^2 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$.

Ответ: $\sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$.

Решение задачи С6.

1. Если все числа первого набора взяты с плюсами, а второго — с минусами, то сумма максимальна и равна

$$5(14 + \ldots + 20) - 7(-6 - \ldots - 10) = 5\left(\frac{14+20}{2}\cdot 7\right) + 7\left(\frac{6+10}{2}\cdot 5\right) = 35 \cdot 25 = 875.$$

2. Так как предыдущая сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней нечетно, причем это свойство суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной, а значит, не может быть равной 0.

3. Значение 1 сумма может принять при следующей расстановке знаков у чисел:

$$5(-14 - 15 + 16 - 17 + 18 - 19 + 20) - 7(-6 + 7 - 8 + 9 - 10) = -5 \cdot 11 + 7 \cdot 8 = -55 + 56 = 1.$$

Ответ: 1 и 875.

Вариант 2

Предлагаем для самостоятельного решения набор заданий типа С еще одного варианта ЕГЭ (части 2) по математике.

С1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (2\sqrt{\cos x} - 1)(7y - 3) = 0. \end{cases}$$

С2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра: $AB = 35, AD = 12, CC_1 = 21$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1DB.

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_{9^{x-2}} 729}{\log_{9^{x-2}}(-9x)} \le \frac{1}{\log_9 \log_{\frac{1}{9}} 9^x}.$$

С4. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N так, что $BM : MN = 3 : 5$. Найдите BC, если $AB = 12$.

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 2ax + |\,x^2 - 8x + 15\,|$$

больше 1.

С6. Каждое из чисел 4,5,...,10 умножают на каждое из чисел 10,11,...,18 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 63 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Вариант 3

Следующий набор заданий типа С варианта ЕГЭ по математике — также для самостоятельного решения.

С1. Решите уравнение

$$\frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0 .$$

С2. В прямой треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ известны боковое ребро $AA_1 = 5$, ребро $AB = 4$ основания ABC и угол $\angle ABC = 120^\circ$. Найдите расстояние между серединой ребра AB и прямой B_1C_1.

С3. Решите неравенство

$$\log_4 (x+5)^4 \cdot \log_{16} (x+3)^2 + \log_2 \frac{(x+3)^3}{(x+5)} - 3 < 0 .$$

С4. В прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 вписана окружность. Касательная к ней делит треугольник на две части. Найдите периметр той части, которая представляет собой треугольник.

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y = 2 + ax \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

С6. На доске написано более 50, но менее 60 чисел. Все числа — целые, а их среднее арифметическое равно 2. Среднее арифметическое всех неположительных из них равно -5, а всех неотрицательных 10. Сколько чисел написано на доске? Каких чисел написано больше: неположительных или неотрицательных? Какое наименьшее количество неотрицательных чисел может быть среди них?

ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2 (С)

УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ

1. Рациональные уравнения и неравенства

Решите уравнения

1.1. $x^2 = 9$.

1.2. $(x^2 - 2x + 1)^2 = 1$.

1.3. $(x+1)^2 = (2x+5)^2$.

1.4. $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

1.5. $3x^2 - 7x + 5 = 0$.

1.6. $x^2 - 2011x + 2010 = 0$.

1.7. $x^2 - 2010x - 2011 = 0$.

1.8. $2x^4 - 7x^2 + 5 = 0$.

1.9. $x^4 + x^2 - 12 = 0$.

1.10. $3x^6 + 7x^3 - 6 = 0$.

1.11. $(x-1)^4 - 8(x-1)^2 - 9 = 0$.

1.12. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} + x + \dfrac{1}{x} = 0$.

1.13. $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6} = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6}$.

1.14. $\dfrac{x^2 + x}{2x^2 + 2x} = \dfrac{x^2 + x}{x^2 + 3x}$.

1.15. $\dfrac{2x^2 + x + 2}{4x^2 + 5x - 14} = \dfrac{2x^2 + x + 6}{4x^2 + 5x - 10}$.

1.16. $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) = 24$.

1.17. $(x+4)(x+5)(x+6)(x+7) = 1680$.

1.18. $\dfrac{(x-1)^2}{3} + \dfrac{48}{(x-1)^2} = 10(\dfrac{x-1}{3} - \dfrac{4}{x-1})$.

Решите неравенства

1.19. $2x^2 - 7x + 5 \le 0$.

1.20. $3x^2 + 7x - 6 > 0$.

1.21. $x^2 - 2011x + 2010 < 0$.

1.22. $x^2 + 2012x + 2011 \ge 0$.

1.23. $2x^2 - 6x + 5 \ge 0$.

1.24. $3x^2 - 9x + 7 \le 0$.

1.25. $4x^2 - 12x + 9 \le 0$.

1.26. $2x^4 - 7x^2 + 5 < 0$.

1.27. $x^4 + x^2 - 12 \le 0$.

1.28. $3x^6 + 7x^3 - 6 > 0$.

1.29. $\dfrac{5x+4}{3x-1} < 0$.

1.30. $\dfrac{2x+3}{3x+5} > 0$.

1.31. $(x-1)(3-x)(x-2)^2 > 0$.

1.32. $\dfrac{(x-2)(x+1)^2}{-x} < 0$.

1.33. $\dfrac{x}{x^2 + 3x - 4} < 0$.

1.34. $\dfrac{(x+1)x^2}{5x - x^2} \ge 0$.

1.35. $\dfrac{x^2+1}{x-1-x^2}<0$.

1.36. $\dfrac{x^2-8x+15}{x^2+x+1}\geq 0$.

1.37. $\dfrac{3x^2+1}{x^2+5x+6}\geq 0$.

1.38. $\dfrac{2x^2+21x+40}{x^2+3}\geq 0$.

1.39. $\dfrac{x^2+14x+49}{2x^2-x-1}>0$.

1.40. $\dfrac{x^4-3x^3+2x^2}{x^2-x-30}>0$.

1.41. $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-5x-6}<0$.

1.42. $\dfrac{x^2-10x+25}{5-4x-x^2}\geq 0$.

1.43. $\dfrac{5x-x^2-4}{x^2-6x+9}\geq 0$.

1.44. $\dfrac{(2-(x+1)^2)(x-4)^2}{x(x^2-x-6)}\geq 0$.

1.45. $\dfrac{1}{2-x}\leq 2$.

1.46. $\dfrac{x-1}{x+3}>2$.

1.47. $\dfrac{5x+1}{x^2+3}>-1$.

1.48. $\dfrac{1}{x+2}<\dfrac{3}{x-3}$.

1.49. $\dfrac{1-x}{(x+1)^2}<1$.

1.50. $x+\dfrac{60}{x}\geq 17$.

1.51. $\dfrac{x^2+1}{x}<\dfrac{1}{x}+1$.

1.52. $\dfrac{x-1}{x+1}<x$.

1.53. $x\geq\dfrac{6}{x+5}$.

1.54. $\dfrac{x+6}{x-6}+\dfrac{3x-2}{2}\geq 0$.

1.55. $2+\dfrac{3}{x}>\dfrac{2}{x-1}$.

1.56. $\dfrac{4x}{x+3}>x+1$.

1.57. $\dfrac{2x^2+3x-459}{x^2+1}>1$.

1.58. $\dfrac{3}{2-x^2}\leq 1$.

1.59. $\dfrac{1}{x}<\dfrac{x^2+1}{x}+1$.

1.60. $\dfrac{12}{x^2}+\dfrac{7}{x}+1<0$.

1.61. $\dfrac{9}{(x+2)^2}\geq 1$.

1.62. $(x-1)^4-15(x-1)^2-16>$

1.63. $\dfrac{x^2+3x+24}{x^2+3x+3}<4$.

1.64. $-2<\dfrac{x^2+2}{1-x^2}$.

1.65. $\dfrac{3x-2}{x^2+6x}>\dfrac{1}{2}$.

1.66. $\dfrac{5+2x}{3x^2+2x-16}<1$.

1.67. $\dfrac{1}{x^2+5x+6}\geq\dfrac{1}{2}$.

1.68. $\dfrac{1}{x^2-8x-9}\geq\dfrac{1}{3x^2+5x+2}$

1.69. $\frac{19+33x}{7x^2+11x+4}>2$.

1.70. $\frac{4}{x}+\frac{2}{2-x}<1$.

1.71. $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x}>\frac{1}{x+1}$.

1.72. $\frac{7}{x(x+1)}+\frac{9}{x}+1<0$.

1.73. $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)}>1$.

1.74. $(x^2-3x+1)(x^2-3x-3)\ge 5$.

1.75. $(x^2+2x)(2x+2)-9\frac{2x+2}{x^2-2}\ge 0$.

1.76. $\frac{1}{x+9}+\frac{1}{x+1}\ge\frac{1}{x}$.

1.77. $\frac{7}{x^2+5x+6}-\frac{9}{x+3}+1\le 0$.

1.78. $\dfrac{\frac{1}{x}-1}{1-\frac{1}{x-6}}\ge 0$.

1.79. $-2<\frac{x^2+2}{1-x^2}\,\frac{3}{x-1}<1$.

1.80. $(\frac{x}{2}+\frac{5}{8}-\frac{15}{88+32x})^2\ge 1$.

2. Иррациональные уравнения и неравенства

Решите уравнения

2.1. $(x^2-1)\sqrt{5x-1}=0$.

2.2. $\sqrt{8-3x^2}=1$.

2.3. $\sqrt{2x-1}-\sqrt{x+4}=0$.

2.4. $\sqrt{x^2-9}=\sqrt{x-3}$.

2.5. $\sqrt{12-x}=x$.

2.6. $x-\sqrt{x-1}=3$.

2.7. $\sqrt{7+x}+x+1=0$.

2.8. $\sqrt{4+4x+x^2}+x=4$.

2.9. $\sqrt{2x^2+21x+4}=2+11x$.

2.10. $\sqrt{3x^2+25x+51}=7+2x$.

2.11. $\frac{\sqrt{2x+1}+1}{x}=1$.

2.12. $\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}-6=0$.

2.13. $\sqrt{3-x}+\frac{4}{\sqrt{3-x}+3}=2$.

2.14. $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}=\frac{3}{2}$.

2.15. $2x^2-3x-\sqrt{2x^2-3x+9}+3=0$.

2.16. $\sqrt{1-3x}-\sqrt{4-x}=1$.

2.17. $\sqrt{4+x}-\sqrt{5-x}=3$.

2.18. $\sqrt{13-4x}=\sqrt{12-3x}-\sqrt{1-x}$.

2.19. $\sqrt{x^4+2x-5}=1+x$.

2.20. $\sqrt{13-x}-\sqrt{x-3}=\sqrt{x}$.

2.21. $\sqrt{x}-1=\sqrt{x-\sqrt{x+7}-1}$.

2.22. $\sqrt{x-1}+\sqrt{(x-1)(x+1)}-\sqrt{x^3}=0$.

2.23. $\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+2}=x-7$.

2.24. $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+1}=\sqrt{x+33}-\sqrt{x+6}$.

2.25. $\sqrt{3x^2-5x+8}-\sqrt{3x^2-5x+1}=1$.

2.26. $\sqrt{1-x\sqrt{x^2-24}}+x+1=0$.

2.27. $\sqrt[3]{1-x}=1-\sqrt{x}$.

2.28. $6\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{x-1}=5\sqrt[6]{(x-2)(x-1)}$.

2.29. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$.

2.30. $(5x+2)\sqrt{1-x}+(5x-7)\sqrt{x}=0$.

Решите неравенства

2.31. $x\cdot\sqrt{x^2-x-2}\ge 0$.

2.32. $\sqrt{\dfrac{x-3}{3-2x}}>-1$.

2.33. $\sqrt{3x-4}>\sqrt{4-x}$.

2.34. $\sqrt{x^2-2x-3}<1$.

2.35. $\sqrt{x^2}+x<1$.

2.36. $0<x+\sqrt{2-x}$.

2.37. $0<x+\sqrt{x+2}$.

2.38. $x<\sqrt{x+30}$.

2.39. $\sqrt{2x-1}<x-2$.

2.40. $\sqrt{2x^2-3x-5}<x-1$.

2.41. $3+x>3\sqrt{1-x^2}$.

2.42. $\sqrt{(x+1)(x-10)}>x$.

2.43. $\sqrt{(x+5)(3x+4)}>4(x-1)$.

2.44. $\dfrac{3}{\sqrt{2+x}}<\sqrt{2+x}+2$.

2.45. $\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}<\dfrac{3}{2}$.

2.46. $3\sqrt{x-1}-\sqrt{x+2}>1$.

2.47. $\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{3}{4}}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2}<0$.

2.48. $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}>\sqrt{x-1}$.

2.49. $\sqrt{7x-6}-\sqrt{3x-16}>\sqrt{5x-22}$.

2.50. $\sqrt{x^2-3x+2}-\sqrt{x^2+x+1}<1$.

2.51. $\sqrt{1+x}\le\sqrt[4]{5-x}$.

2.52. $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\ge 2$.

2.53. $\sqrt{2-\sqrt{x}}<\sqrt{x+1}$.

2.54. $x+4+\dfrac{x^2}{(1+\sqrt{x-1})^2}>0$.

2.55. $x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}>\dfrac{35}{12}$.

2.56. $\dfrac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}+\dfrac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}>2$.

2.57. $\sqrt{25-x^2}+\sqrt{x^2-7x}>3$.

2.58. $x^2\ge x(2+\sqrt{12-2x-x^2})$.

2.59. $\sqrt{x+\dfrac{1}{x^2}}+\sqrt{x-\dfrac{1}{x^2}}>\dfrac{2}{x}$.

2.60. $\sqrt{x+3}-\sqrt{-x-1}<1+\sqrt{(x+3)(-x-1)}$.

3. Уравнения и неравенства с модулем

Решите уравнения

3.1. $|x+2|=x+2$.

3.2. $|x-2|=2(3+x)$.

3.3. $|3x+2|=x+11$.

3.4. $|1-x^2|=15$.

3.5. $|2x-5|=5-2x$.

3.6. $x^2+|x|-6=0$.

3.7. $(x-5)^2-|x-5|=30$.

3.8. $x^2+6x+8+|x+4|=0$.

3.9. $3|x+2|+x^2+6x+2=0$.

3.10. $|1-5x^2|=4$.

3.11. $|x-4|=|5-2x|$.

3.12. $|x^2+13x+35|=|35-x^2|$.

3.13. $|2x-8|-|x+5|=12$.

3.14. $|x|-|x+2|=2$.

3.15. $|5x+3|+|2x+1=|7x+4|$.

3.16. $|x|-2|x-1|+3|x-2|=0$.

3.17. $2|x-6|-|x|+|x+6|=18$.

3.18. $||||x+1|+2|-1|+1|=2$.

3.19. $|2x+15|=22-|2x-7|$.

3.20. $|x^2+2x-1|=\dfrac{1-5x}{3}$.

Решите неравенства

3.21. $|2x+5|<1$.

3.22. $\left|3x+\dfrac{5}{2}\right|\geq 2$.

3.23. $|x^2+5x|<6$.

3.24. $2|x-1|\leq 4-x$.

3.25. $|x+1|>\dfrac{1-x}{2}$.

3.26. $|x+2|\leq|4-x|$.

3.27. $|x-1|-|x+4|>7$.

3.28. $|x-2|+x+\dfrac{3}{2}<|x+1|$.

3.29. $x^2-6|x|+8<0$.

3.30. $x^2-|x|-6\leq 0$.

3.31. $|x^2+2x|+x\leq 0$.

3.32. $|x+4|>x^2+7x+12$.

3.33. $x^2+5x+9\leq|x+6|$.

3.34. $3x^2+9x+2\geq|x+3|$.

3.35. $|x+6|>|x^2+5x+9|$.

3.36. $\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{|x|}\geq 2$.

3.37. $\dfrac{3}{|x+1|}\geq 5-2x$.

3.38. $\dfrac{|x-3|-1}{4-2|x-4|}\geq -1$.

3.39. $\frac{|2+x|+x}{|x+3|-1} \le 2$.

3.40. $\frac{|1-x|+10}{4|x-1|+3} > 2$.

3.41. $\frac{1}{|x+1|-1} \ge \frac{2}{|x+1|-2}$.

3.42. $|2x+4|-|3x-9| > |x+1|-6$.

3.43. $||x+1|-|x-1|| < 1$.

3.44. $|x^2+2x-3|+3x+3 < 0$.

3.45. $x^2-|5x+3|+x < 2$.

3.46. $x^2+4 \ge |3x-2|+7x$.

3.47. $(|x+1|-3)(|x-2|-5) < 0$.

3.48. $|x^2-x-2|+|x-4| \le x^2-2x+6$.

3.49. $|x^2+2x-8|+2x > 0$.

3.50. $x^2-x-10 < 2|x+2|$.

3.51. $2x > \frac{5x+3}{|x+2|}$.

3.52. $\frac{|x-1|+|x+2|}{199-x} < 1$.

3.53. $\frac{|x+2|}{|x+1|-1} \ge 1$.

3.54. $\frac{3}{|x-3|-1} \ge |x-2|$.

3.55. $\left|\frac{x^2+3x-1}{x^2-x+1}\right| < 3$.

3.56. $\frac{x^2-7|x|+10}{x^2+6x+9} < 0$.

3.57. $\frac{|x+3|}{x^2+5x+6} \ge 2$.

3.58. $\frac{x^2-|x|-12}{x+3} \le 2x$.

3.59. $|x^3+1| \ge 1+x$.

3.60. $\left|\frac{x^2+5x+4}{x^2-4}\right| \le 1$.

4. Тригонометрические уравнения и неравенства

Решите уравнения

4.1. $\sqrt{3}\sin x = 2$.

4.2. $\sin x = \frac{\pi}{6}$.

4.3. $\sqrt{2}\cos^2 5x = \cos 5x$.

4.4. $(2\sin 2x - \cos 2x)(1+\cos 2x) = \sin^2 2x$.

4.5. $\sqrt{3}\sin x - \mathrm{tg}x + \mathrm{tg}x \cdot \sin x = \sqrt{3}$.

4.6. $2\cos 4x + \cos 2x = 1$.

4.7. $3\cos(\frac{\pi}{2}+x) = 2\cos^2 x$.

4.8. $\frac{4\sin x - 2\cos 2x - 1}{\cos 2x + \sqrt{3}\cos x - 2} = 0$.

4.9. $\frac{6\sin x - 2\cos 2x - 4\cos^2 x - 3}{\sqrt{7}\sin x - 3\cos x} = 0$.

4.10. $4\sin^4\frac{x}{2} + 12\cos^2\frac{x}{2} = 7$.

4.11. $3tg^2x + 7 = \frac{2}{\sin^2 x}$.

4.12. $\sin 3x + \sin x = \sin 2x$.

4.13. $\sin 2x + \sin 3x + \cos 5x = 1.$

4.14. $3\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x =$ (

4.15. $4\sin x \cdot \cos x - 3\sin^2 x = 1.$

4.16. $\cos x - \sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 1.$

4.17. $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x.$

4.18. $6(\sin x + \cos x) - 2\sin x \cdot \cos x + 6$

4.19. $(\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x)^2 = 5 + \cos(\frac{\pi}{2} + 2x).$

4.20. $\cos 3x - \sin(9x - 2) = 0.$

4.21. $4\cos x - 3\sin x = 5.$

4.22. $\sin x - \operatorname{tg}\frac{\pi}{10} \cdot \cos x = 1.$

4.23. $2\cos 3x = \sqrt{3}\cos x + \sin x.$

4.24. $\operatorname{tg}3x = \operatorname{tg}x.$

4.25. $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi/4) - \operatorname{tg}x}{1 + \operatorname{tg}(\pi/4) \cdot \operatorname{tg} x} = 2.$

4.26. $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) + \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg} x.$

4.27. $\dfrac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = (\sin x - \cos x)^2.$

4.28. $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + x) = 7 - 5\operatorname{tg} 2x.$

4.29. $\sin^4 \dfrac{2x}{3} + \cos\dfrac{2x}{3} = \dfrac{5}{8}.$

4.30. $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = \dfrac{1}{2}.$

4.31. $\dfrac{2\sin^4 x - 1}{\cos^4 x} = 2.$

4.32. $\cos 2x \cdot (2\cos^2 2x - 1) = \dfrac{1}{4}.$

4.33. $2\sin^3 x - \sin^2 x + 2\sin x\cos^2 x - \cos^3 x = 0.$

4.34. $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x.$

4.35. $2\sin^8 x - 2\cos^8 x = \cos^2 2x - \cos 2x.$

4.36. $(3 - \operatorname{ctg}^2 x)\sin 2x = 2(1 + \cos 2x).$

4.37. $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} x + 4\cos^2 x = 0.$

4.38. $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2}\cos x) + \operatorname{ctg}(\pi\sin x) = 0.$

4.39. $\operatorname{tg} 3x = (2 + \sqrt{3})\operatorname{tg} x.$

4.40. $\operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 7x = 1.$

4.41. $\operatorname{tg} 14x + 3\operatorname{ctg} 7x + \sin 3x - 2\sqrt{2}\sin(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}) = \dfrac{4}{\sqrt{3} + 1}.$

4.42. $2\cos x - \sqrt{2}\sin 28x = 3\sqrt{2} - 2\cos 28x \cdot \sin x.$

4.43. $2\sin^2 x + \sin(x^2) = 1.$

4.44. $\sin(\pi\cos x) = \cos(\pi\sin x).$

4.45. $\operatorname{tg}(\pi\operatorname{tg} x) = \operatorname{ctg}(\pi\operatorname{ctg}).$

4.46. $1 + \arcsin x = 0.$

4.47. $2\arccos^2 x - 3\arccos x - 2 = 0.$

4.48. $\arcsin x = \arccos x.$

4.49. $\arcsin(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}}) = \arccos(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}}).$

4.50. $\arcsin 2x = \arccos|x|.$

Решите неравенства

4.51. $\sin x > \frac{1}{2}$.

4.52. $\cos x \le -\frac{1}{2}$.

4.53. $\operatorname{tg} x < 1$.

4.54. $20\sin^2 x + 9\cos x < 21$.

4.55. $\operatorname{tg}\frac{1}{1+x^2} \ge 1$.

4.56. $2\cos^2 2x - (2+\sqrt{2})\cos 2x + \sqrt{2} > 0$.

4.57. $6\sin x \cdot \cos x > \sin x + \cos x + 1$.

4.58. $\sin(\sin x) + \sin x \cdot \cos(\sin x) > 0$.

4.59. $2\cos(\arcsin x) - \sin(\frac{1}{2}\arccos x) \le 0$.

4.60. $\arcsin(\sin x) + 3\arccos(\cos x) \ge 3x - 18$.

5. Показательные уравнения и неравенства

Решите уравнения

5.1. $5^{x^2+6x+8} = 1$.

5.2. $(2/5)^{6x-7} = (5/2)^{14x-3}$.

5.3. $0{,}125 \cdot 2^{-4x-16} = \left(\frac{0{,}25}{\sqrt{2}}\right)^x$.

5.4. $2^{3+2x} = 4^{1-x^2-3x}$.

5.5. $\left(\frac{2}{3}\right)^{4\sqrt{x}} = (2{,}25)^{2\sqrt{x}-4}$.

5.6. $5\sqrt{5}(0{,}2)^{x+0{,}5} = (0{,}04)^x$.

5.7. $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{64} = 8^{x-1}$.

5.8. $32^{(x+8)/(x-4)} = 0{,}25 \cdot 128^{(x+20)/x}$.

5.9. $5^{x+1} = 5^{x-1} + 24$.

5.10. $7^{x+1} - \frac{1}{7}7^x + 2 \cdot 7^{x-1} - 14 \cdot 7^{x-2} = 48$.

5.11. $3^{2x-1} - 9^x + 27^{(2x+2)/3} = 675$.

5.12. $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$.

5.13. $4^{-2/x} - 5 \cdot 2^{-2/x} + 4 = 0$.

5.14. $2^{2+x} + 2^{2-x} = 17$.

5.15. $2^{x+1} \cdot 5^x = 10^{x+1} \cdot 5^{x+2}$.

5.16. $2^x \cdot 5^{x-1} = 200$.

5.17. $2^{(x^2-6)} \cdot 3^{(x^2-6)} = \frac{(6^{-x-1})^4}{6^5}$.

5.18. $(\log_3 8) \cdot (4/9)^x \cdot (27/8)^{x-1} = \log_3 4$.

5.19. $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 3^{x+2} + 3^x$.

5.20. $9^x - 5^x - 3^{2x} \cdot 15 + 5^{x+1} \cdot 3 = 0$.

5.21. $25^x - 7^x - 7 \cdot 5^{2x+1} + 5 \cdot 7^{x+1} = 0$.

5.22. $9^x + 6^x - 2 \cdot 4^x = 0$.

5.23. $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 18 \cdot 9^x$.

5.24. $4^x = 2 \cdot 10^x + 3 \cdot 25^x$.

5.25. $64 \cdot 9^{-x} - 84 \cdot 12^{-x} + 27 \cdot 16^{-x} = 0$.

5.26. $4^{1/x} + 6^{1/x} - 9^{1/x} = 0$.

5.27. $8^x + 8 = 3 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+1}$.

5.28. $3^{-12x-1} - 9^{-6x-1} - 27^{-4x-1} + 81^{1-3x} = 2192$.

5.29. $(2+\sqrt{3})^x + (2-\sqrt{3})^x = 4$.

5.30. $(\sqrt{7+\sqrt{48}})^x + (\sqrt{7-\sqrt{48}})^x = 14$.

Решите неравенства

5.31. $2^{5+10x} > 1$.

5.32. $4^{2x} > 0,125$.

5.33. $2^{-x} > \dfrac{1}{128}$.

5.34. $\sqrt{27} \cdot 3^{x+1} < 9^{4x^2}$.

5.35. $3^{x-3} < 3 \cdot 27^{-\frac{1}{x}}$.

5.36. $5^{-2x-x^2/3} < 5^{2+2x}\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x^2} + 24$.

5.37. $(0,2)^{(2x-1)/x} > 5$.

5.38. $(0,1)^{(1-2x)/(x+1)} > 10^3$.

5.39. $(0,25)^{4x^2+2x-2} < 4^{2x+3}$.

5.40. $(0,3)^{2x^2+3x+6} < 0,00243$.

5.41. $\sqrt{16^{(2x+2)/x}} < \sqrt[3]{8^{3x-7}}$.

5.42. $2^{-x+2} - 2^{-x+1} + 2^{-x-1} - 2^{-x-2} \le 9$.

5.43. $2^{x+1} + 2^{-x} - 3 < 0$.

5.44. $5^{1-2x} > 5^{-x} + 4$.

5.45. $25^x - 5^{x+1} \ge 50$.

5.46. $4^{-x-0,5} - 7 \cdot 2^{-x-1} - 4 < 0$.

5.47. $4^{x+1} - 16^x < 2 \cdot \log_9 27$.

5.48. $2^{x-0,5} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} > 1 + 2^{-x}$.

5.49. $4^{3x^2-x} - 8 < 2 \cdot 8^{x^2-x/3}$.

5.50. $\dfrac{4^x + 2x - 4}{x-1} \le 2$.

5.51. $\dfrac{2^{x-1} - 1}{2^{x+1} + 1} < \dfrac{1}{2}$.

5.52. $\dfrac{2^{1+x} - 2^{-x} + 1}{2^{-x} - 1} \le 0$.

5.53. $8 \cdot \dfrac{3^{x-2} - 1}{3^x - 2^x} < 1 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$.

5.54. $\dfrac{33 \cdot 3^{x-1} - 93}{12 \cdot 9^x - 11 \cdot 3^x - 15} \ge 5$.

5.55. $2^{2-x} - 2^{3-x} - 2^{4-x} > 5^{2-x} - 5^{-x}$.

5.56. $5^{x-2} + 5^{x-3} + 5^{x-4} > 7^{\frac{x}{2}+1} + 7^{\frac{x}{2}} + 7^{\frac{x}{2}-1}$.

5.57. $2^{2x} - 2 \cdot 25^x - 10^x > 0$.

5.58. $2 \cdot 4^x - 25 \cdot 5^{2x} - 5 \cdot 10^x > 0$.

5.59. $9 \cdot 4^{1/x} + 5 \cdot 6^{1/x} < 4 \cdot 9^{1/x}$.

5.60. $5^{2x+1} + 6^{x+1} > 30 + 15^x \cdot 10^x$.

6. Логарифмические уравнения и неравенства

Решите уравнения

6.1. $2\log_8 2^{4x} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 2}$.

6.2. $10^{\lg(\lg\sqrt{x})} - \lg x + \lg x^2 - 3 = 0$.

6.3. $\log_5\left(\frac{x+1}{10}\right) = \log_5\left(\frac{2}{x}\right)$.

6.4. $\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1$.

6.5. $\frac{\log_2 5}{\log_2 10} + \lg(x+10) = 1 + \lg(21x-20) - \lg(2x-1)$.

6.6. $2\log_4(4+x) = 4 - \log_2(x-2)$.

6.7. $\log_3((x+2)(x-2)) = 4\log_9(2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5$.

6.8. $2\log_8(2x) + \log_8(x^2+1-2x) = \frac{4}{3}$.

6.9. $\frac{1}{2}\lg(x+\frac{1}{8}) - \lg(x+\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\lg(x-\frac{1}{2}) - \lg x$.

6.10. $\log_{1/2}(-x-1) + \log_{1/2}(1-x) - \log_{1/\sqrt{2}}(7+x) = 1$.

6.11. $x^{\log_{\sqrt{x}}(x^2+1)} = 25$.

6.12. $\log_{x+1} 2 = 3$.

6.13. $\log_{1-x}(x^2+3x+1) = 1$.

6.14. $\log_{1-x}(x^2-x-6)^2 = 4$.

6.15. $(\lg x)^2 - 6\lg x = \lg x^2 - 5$.

6.16. $(\log_2 x)^2 - 2\log_2\sqrt{x} = 2$.

6.17. $\lg^{-1} x + 4\lg x^2 + 9 = 0$.

6.18. $\log_2\frac{x}{8} = \frac{15}{\log_2\frac{x}{16} - 1}$.

6.19. $\frac{\log_{27}\frac{27}{x^2}}{\log_{27}^2 x} = 3$.

6.20. $\log_2 x - 4\log_{x^2} 4 = 3$.

6.21. $\log_{\sqrt{x}} 2 + 8\log_{16} x^2 + 9 = 0$.

6.22. $3 + 2\log_{x-1} 3 = 2\log_3(x-1)$.

6.23. $1 + 2\log_{(x+5)} 5 = \log_5(x+5)$.

6.24. $\frac{1}{8}(\log_2(x-2)^4)^2 = \frac{\lg(2-x)}{\lg 2}\cdot 2^{2\log_2\sqrt{3}}$.

6.25. $\log_x 9x^2 \cdot \log_9^2 x = 1$.

6.26. $\log_2\sqrt{x+1} + 3\log_2\sqrt{1-x} = \log_2\sqrt{1-x^2}$.

6.27. $\frac{3}{2}\log_{1/4}(x-2)^2 - 3 = \log_{1/4}(x+4)^3 + \log_{1/4}(6-x)^3$.

6.28. $\log_4 x - \log_{1/2}(13-x) = \log_2(10-x)^2 - 2\log_{1/4}(8-x)$.

6.29. $\log_4(\log_2 x) + 3\log_{1/8}(\log_2(2\sqrt{2}x) = 1$.

6.30. $\log_4(2\log_3(1+\log_2(1+3\log_3(x-1)))) = \frac{1}{2}$.

Решите неравенства

6.31. $\log_{11}(3x-1) > 1$.

6.32. $\log_{1/3}(7x-1) > 0$.

6.33. $\lg(x^2+5x+7) < 0$.

6.34. $\log_{0,5}(x^2+5x+6) > -1$.

6.35. $\log_8(x^2+4x+3) \le 1$.

6.36. $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1-2x}{x}\right) \le 0$.

6.37. $2\log_{1/9}\left(\frac{2-3x}{x}\right) \ge -1$.

6.38. $\log_{1/5}(3x-4) > \log_{1/5}(x-2)$.

6.39. $\log_{0,1}(x^2-x-2) > \log_{0,1}(3-x)$.

6.40. $1+\log_2(2-x) > \log_2(x^2+3x+2)$.

6.41. $\log_{0,1}(4-x) \ge \log_{0,1}10 - \log_{0,1}(x-1)$.

6.42. $\lg(x+4) \ge -2\lg\frac{1}{2-x}$.

6.43. $\log_{1/5}(x^2+6x+18) + 2\log_5(-x-4) < 0$.

6.44. $2\log_2 x - \log_2(2x-2) > 1$.

6.45. $2\log_3(-x) - \log_{1/3}(4+x) \le \log_3(x+1)^2 + 2\log_9(10+x)$.

6.46. $\log^2{}_{0,5} x - \log_{0,5} x \le 2$.

6.47. $\log_3 x \le \frac{2}{\log_3 x - 1}$.

6.48. $\frac{1}{1+\log_2 x} + \frac{1}{1-\log_2 x} > 2$.

6.49. $\frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} \le 1$.

6.50. $5 + 2\log_{1/3} x > 2\log_x 3$.

6.51. $\log_x\left(\frac{6-5x}{4x+5}\right) > 1$.

6.52. $\log_{(x^{-2})}(x+2) > -1$.

6.53. $\log_{\left(\frac{16}{25-x^2}\right)}\left(\frac{14}{24-2x-x^2}\right) > 1$.

6.54. $\log_{(x/2)} 8 + \log_{(x/4)} 8 < \frac{\log_2 x^4}{\log_2 x^2 - 4}$.

6.55. $\log_5 x + \log_x \frac{x}{3} < \frac{2-\log_3 x}{\log_3 x}\log_5 x$.

6.56. $\log_2\sqrt{3x+4}\cdot\log_x 2 > 1$.

6.57. $\log_5\sqrt{3x+1}\cdot\log_{x-1} 5 > 1$.

6.58. $\log_{1/2}(x+1)\cdot\log_2 x > \log_{(x+1)} x$.

6.59. $\log_2 x - \log_2(x+2) + \log_{(x+2)/x} 2 > 0$

6.60. $1 + \log_{1/4}(\log_3(x+4)) > 0$.

6.61. $\log_{\sqrt[4]{9}}(\log_{1/3}(x+1)) \ge 2$.

6.62. $\log_{1/2}\log_2(x^2-2) > 0$.

6.63. $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_8\frac{x^2-1}{x-2}\right) < 0$.

6.64. $\log_{1/2} x^2 + \log_3 x^2 > 1$.

6.65. $\log_2\left(\log_3\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right) < \log_{1/8}\left(\log_{1/9}\left(\frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}\right)\right)$.

7. Комбинированные уравнения и неравенства

Решите уравнения и неравенства

7.1. $(4\,|\,x+1\,|+1/2)^2 = 11(x+1)^2 + 5/4$.

7.2. $\sqrt{|\,x-1\,|-1} \ge \sqrt{|\,x-1\,|-2011}$.

7.3. $\dfrac{x^3-8+6x(2-x)}{|3-4x|} \le \sqrt{4x-3}$.

7.4. $\sqrt{x^2-x+4} \le 2x+|3x+2|$.

7.5. $5^{72}\cdot\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}\cdot\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\sqrt{x}} > 1$.

7.6. $2^{|x-2|}-|2^{1-x}-1| = 2^{1-x}+1$.

7.7. $2^x+2^{|x|} \ge 2\sqrt{2}$.

7.8. $\dfrac{3^x-2}{x^2-6x+5} \le 0$.

7.9. $\dfrac{\log_2(1-x)}{x+1} < 0$.

7.10. $\dfrac{1-\log_{0,5} x}{\sqrt{6x+2}} < 0$.

7.11. $\dfrac{(x+0,5)(x+3)}{\log_2|x+1|} < 0$.

7.12. $9^{\log_3(1+2x)} = 5x^2-5$.

7.13. $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{\log_7(x^2-1)} > 1$.

7.14. $2^{\log_5(2/(x+2))} < 1$.

7.15. $(0,3)^{\log_5\left(\log_{1/5}\left(x^2-\frac{4}{5}\right)\right)} < 1$.

7.16. $\log_{0,1}(101-5^x)+2 < 0$.

7.17. $\log_2\dfrac{1}{|x+1|-1} = 1$.

7.18. $\log_2\left|1-\dfrac{12}{x^2}\right| < 1$.

7.19. $|\log_3(2-x)| > 2$.

7.20. $2 < |\log_{1/2}(x+1)-4| \le 3$.

7.21. $\sqrt{\log_{\operatorname{tg}(3\pi/16)}(x-1)} \ge 1$.

7.22. $\sqrt{\log_2\left(\dfrac{2x+3}{x+1}\right)} < 1$.

7.23. $x^{2\lg x} = 10x^2$.

7.24. $x\cdot x^{\lg x} = 10\cdot x$.

7.25. $x^{\lg^2 x-3\lg x+1} > 1000$.

7.26. $x^{(\lg 10x)-2} < 100$.

7.27. $\left(\dfrac{x+1}{10}\right)^{\lg(x+1)-2} < 100$.

7.28. $\sqrt{x^{\log_2\sqrt{x}}} \ge 2$.

7.29. $3^{(\log_3 x)^2/4} \le \dfrac{x^{(\log_3 x)/3}}{3}$.

7.30. $5^{\log_x 49}-7^{\log_x 5}-2 \ge 0$.

7.31. $3\sqrt{\lg x}+2\lg\sqrt{x^{-1}} = 2$.

7.32. $\log_{1/3} x-3\cdot\sqrt{\log_{1/3} x}+2 = 0$.

7.33. $\log_{4/3}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x})+\log_{4/25}(2/5) \ge 0$.

7.34. $\log_5(5^x-20) = x-1$.

7.35. $\log_{1/9}(2^{x+2}-4^x) \ge -1$.

7.36. $\log_3(2^{-x}-3)+\log_3(2^{-x}-1) = 1$.

7.37. $2(\lg 2-1)+\lg(5^{\sqrt{x}}+1) = \lg(5^{1-\sqrt{x}}+5)$.

7.38. $2\log_{\sqrt{3}} 3+\log_{\sqrt{3}}(3^{x^2-3}-1/9) < \log_{\sqrt{3}} 26$.

7.39. $\lg 2^{x+3} - \lg(5^x - 2) = x.$

7.40. $\dfrac{x+1}{3 - \log_3(9 - 3^{-x})} \le 1.$

7.41. $\log_{(x^2-2x-3)} \dfrac{|x| - |x-4|}{x+1} > 0.$

7.42. $\log_3(\log_{1/8}((3/2)^{-x} - 1/2)) \le -1.$

7.43. $\log_{-x}(\log_9((3^{-x} - 9)) < 1.$

7.44. $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_{1/2}(2^{x+1} - 2) > -2.$

7.45. $\log_4(\sqrt{3}^x - 1) \cdot \log_{1/4}\left(\dfrac{\sqrt{3}^x - 1}{16}\right) \le \dfrac{3}{4}.$

7.46. $\log_{|x|}(\sqrt{9 - x^2} + x - 1) \ge 1.$

7.47. $\log_{2x} 4x \le \sqrt{\log_{2x}(16x^3)}.$

7.48. $\sqrt{(\log_{1/2} 2x)^2 + 4\log_2 \sqrt{2x}} < \sqrt{2}(4 - \log_{16} 16x^4).$

7.49. $\left(x + \dfrac{8}{x}\right) \cdot |\log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4)| \ge 9 \cdot |\log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4)|.$

7.50. $|4\cos^2 x - 1| + |4\cos^2 x - 3| = 2.$

7.51. $\left|2\sin x + 2\cos x + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\cos x}\right| \le 2.$

7.52. $81^{(\sin 2x - 1)\cos 3x} - 9^{(\sin x - \cos x)^2} = 0.$

7.53. $\left(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} = \dfrac{10}{3}.$

7.54. $\log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos 3x - \cos x) = \log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos 2x).$

7.55. $\sqrt{\sin x} + \cos x = 0.$

7.56. $\sqrt{\operatorname{tg} x + \sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x} = 2\sqrt{\operatorname{tg} x}\cos x.$

7.57. $\sqrt{\cos 3x + \sqrt{3}\sin 3x - 3\cos^2 x + \cos x + \dfrac{13}{4}} = \sqrt{3}\sin x + \dfrac{1}{2}.$

7.58. $\sqrt{5 - 2\sin x} \ge 6\sin x - 1.$

7.59. $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1.$

7.60. $\sqrt{2 - \sin x - \sqrt{3}\cos x} > 1.$

7.61. $2^{2^{\frac{5}{2} + 2\cos 2x}} - (2^{\frac{3}{2}} - 1)4^{\cos^2 x} = -(2\sin^2 x)^{\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}\sin x}(\sqrt{2}-1)}.$

7.62. $\log_{\operatorname{tg} x}\sqrt{\sin^2 x - \dfrac{5}{12}} < -1.$

7.63. $\log_{(\sin x - \cos x)}(\sin x - 5\cos x) \ge 1.$

7.64. $\sqrt{4\sin^2 x - 1} \cdot \log_{\sin x}\dfrac{x-5}{2x-1} \ge 0.$

7.65. $\sqrt{\arcsin x} + \sqrt{\arccos x} > \sqrt{\dfrac{7\pi}{12}}.$

* * *

7.66. Сколько различных корней имеет уравнение $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = -2x$?

7.67. Сколько различных решений имеет неравенство $\sqrt{6}(x^2+2) + 2\sqrt{5}x \le \sqrt[4]{35}(x^2-2) + 2\sqrt{7}x$?

7.68. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos\left(\pi x^2\right) = \cos\left(\pi\left(x^2+2x+1\right)\right)$.

7.69. Найдите все корни уравнения $\sqrt{1-\sin 2x} - \sqrt{2}\cos 3x = 0$ на промежутке $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$.

7.70. Найдите все корни уравнения $\cos x + \sqrt{\frac{1-\sin x}{2}} = 0$ на промежутке $[3\pi; 4\pi]$.

8. Системы

Решите системы

8.1. $\begin{cases} 4x+7y=5, \\ 2x+3y=-6. \end{cases}$

8.2. $\begin{cases} 2x+y=7, \\ |x-y|=2. \end{cases}$

8.3. $\begin{cases} |x-1|+|y-5|=1, \\ y=5-|x-1|. \end{cases}$

8.4. $\begin{cases} y+|x+1|=1, \\ |y-x|=5. \end{cases}$

8.5. $\begin{cases} \dfrac{2}{2x-y}+\dfrac{3}{x-2y}=\dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{2}{2x-y}-\dfrac{1}{x-2y}=\dfrac{1}{18}. \end{cases}$

8.6. $\begin{cases} 3x+4\sin y=-11, \\ -2x+5\sin y=\dfrac{7}{2}. \end{cases}$

8.7. $\begin{cases} \sqrt{12}\operatorname{ctg} x+\sqrt{2}y=4, \\ -\sqrt{27}\operatorname{ctg} x+\sqrt{8}y=1. \end{cases}$

8.8. $\begin{cases} 6\cos x+7\log_y 3=-10, \\ -5\cos x+2\log_y 3=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

8.9. $\begin{cases} 7\cdot 2^x+6y=2, \\ 3\cdot 2^{x+1}-5y=93. \end{cases}$

8.10. $\begin{cases} \dfrac{6}{2^{1-x}}+2\cdot 3^{y+1}=21, \\ 5\cdot 2^{x+2}-\dfrac{18}{3^{2-y}}=56. \end{cases}$

8.11. $\begin{cases} 3^x\cdot 2^y=\dfrac{1}{9}, \\ y-2x=4. \end{cases}$

8.12. $\begin{cases} 2\log_x 8+3y=24, \\ 2\log^3{}_x 0,5+y=8. \end{cases}$

8.13. $\begin{cases} x+y=\dfrac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x+\operatorname{tg} y=1. \end{cases}$

8.14. $\begin{cases} x+y=\dfrac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x\cdot\operatorname{tg} y=5-2\sqrt{6}. \end{cases}$

8.15. $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} + x = -1, \\ \dfrac{x}{x+y} = -2. \end{cases}$

8.16. $\begin{cases} 6^x - 2 \cdot 3^y = 2, \\ 6^x \cdot 3^y = 12. \end{cases}$

8.17. $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5, \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4. \end{cases}$

8.18. $\begin{cases} \log_2(2x^2 - y^2) = 2, \\ 6\log_8(-x) + \log_2(y^2) = 4. \end{cases}$

8.19. $\begin{cases} 2 \cdot 5^{1-y} = \log_3 x^{-2}, \\ 5^y + \log_3 x = 4. \end{cases}$

8.20. $\begin{cases} \log_3 x - 2^y + y = 3, \\ y \cdot 2^y + 2^y \cdot \log_3 x = 4. \end{cases}$

8.21. $\begin{cases} x + 2y = 6, \\ 3x^2 - xy + 4y^2 = 48. \end{cases}$

8.22. $\begin{cases} 3x + y - z = 4, \\ x - 2y + 3z = 0, \\ x^2 + 2y + z^2 = 6x. \end{cases}$

8.23. $\begin{cases} x + 2y = y^2 - x^2 + 3, \\ 2^{3x+y} = 512. \end{cases}$

8.24. $\begin{cases} 3 \cdot 2^x + y = 13, \\ 2^{2x+1} + 3y = 35. \end{cases}$

8.25. $\begin{cases} 2^x + 2y = 1, \\ 3y - 6y^2 = 2^{x-1}. \end{cases}$

8.26. $\begin{cases} y^2 = 4^x + 8, \\ 2^{x+1} + y + 1 = 0. \end{cases}$

8.27. $\begin{cases} x^3 - \sqrt{y} = 1, \\ 5x^6 + 8x^3\sqrt{y} + y = 1. \end{cases}$

8.28. $\begin{cases} 2^{y/x + 3x/y} = 16, \\ \sqrt{y} - \sqrt{2x} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1}. \end{cases}$

8.29. $\begin{cases} x + y + \sqrt{x+y} = 30, \\ x^2 + y^2 = 325. \end{cases}$

8.30. $\begin{cases} 3^{\log_2(2x-y)} = 1, \\ 4^{x+y} - 2^{x+y} = 12. \end{cases}$

8.31. $\begin{cases} 3\log_5 x + \log_{\sqrt[3]{5}} y = 3, \\ \log_5(y - x - 2) + \log_{125}(y - x - 2)^3 = \log_5 12. \end{cases}$

8.32. $\begin{cases} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ x^5\sqrt{x^2 - 4y^2} = 0. \end{cases}$

8.33. $\begin{cases} x^3\sqrt{x - y} = 0, \\ 2y^2 + y = 21 + 2xy. \end{cases}$

8.34. $\begin{cases} \sqrt{x + y - 1} = 1, \\ \sqrt{x - y + 2} = 2y + 2. \end{cases}$

8.35. $\begin{cases} 5(\log_y x + \log_x y) = 26, \\ xy = 64, \\ y < x. \end{cases}$

8.36. $\begin{cases} y^x = 3y, \\ 2\log_3 y + \log_y 3 = 3x. \end{cases}$

8.37. $\begin{cases} \sqrt{\sin x}\cos^2 y = 0, \\ 2\sin^2 x - \cos 2y - 2 = 0. \end{cases}$

8.38. $\begin{cases} 4\sin y - 6\sqrt{2}\cos x = 5 + 4\cos^2 y, \\ \cos 2x = 0. \end{cases}$

8.39. $\begin{cases} 2\sin 3x + 2\cos 4x = 1 + \sqrt{2}, \\ 2\sin 7x - 2\sin x = \sqrt{2}, \\ 0 \le x \le \pi. \end{cases}$

8.40. $\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \dfrac{3}{4}, \\ \cos x \cdot \sin y = \dfrac{\sqrt{6}}{4}, \\ \cos x \ge 0. \end{cases}$

8.41. $\begin{cases} \sin x \cos y = -\dfrac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1. \end{cases}$

8.42. $\begin{cases} \sin^2(-2x) - (3-\sqrt{2})\operatorname{tg}5y = \dfrac{3\sqrt{2}-1}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 5y + (3-\sqrt{2})\sin(-2x) = \dfrac{3\sqrt{2}-1}{2}. \end{cases}$

8.43. $\begin{cases} 3\sin x + \cos y = 0, \\ 6\cos x - 2\sin y = 7. \end{cases}$

8.44. $\begin{cases} y - x = 5, \\ xz = (z-4)y + 30, \\ 2xz = (2z-4)y. \end{cases}$

8.45. $\begin{cases} x + 3^y = 2, \\ x^3 + 27^y = 26. \end{cases}$

8.46. $\begin{cases} \dfrac{xy}{2} + \dfrac{5}{2x+y-xy} = 5, \\ 2x + y + \dfrac{10}{xy} = 4 + xy. \end{cases}$

8.47. $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 - 3x + 5y = 3, \\ 4{,}5x^2 + 3y^2 - 3x + 8y = 7. \end{cases}$

8.48. $\begin{cases} 3x^2 + 2xy - 9x - 4y + 6 = 0, \\ 5x^2 + 2xy - 12x - 4y + 4 = 0. \end{cases}$

8.49. $\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 3, \\ y^2 - 3xy = 2. \end{cases}$

8.50. $\begin{cases} 2x^4 + y^2 = 10, \\ x^2 + 2y^4 = 10. \end{cases}$

8.51. $\begin{cases} \sqrt{x}(x+3y) = 36, \\ \sqrt{y}(3x+y) = 28. \end{cases}$

8.52. $\begin{cases} 4^x + 5\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = 2, \\ 2\cdot 9^y + 2^x + 2\cdot 3^y = 1. \end{cases}$

8.53. $\begin{cases} (1/4)^{-3x/2} + \log^3_3 y = 504, \\ 4^x - 2^{x-1}\log_{\sqrt{3}} y + \log^2_3 y = 84. \end{cases}$

8.54. $\begin{cases} \left(1 + 2\log_{|xy|} 2\right)\log_{x+y}|xy| = 1, \\ x - y = 2\sqrt{3}. \end{cases}$

8.55. $\begin{cases} x + \log_2 y = y\log_2 3 + \log_2 x, \\ x\log_2 72 + \log_2 x = 2y + \log_2 y. \end{cases}$

8.56. $\begin{cases} \log_2(10-3y) + \log_{1/2}(2y-5x) = 0, \\ \sqrt{x+2y+1} - \sqrt{11-3y} = \sqrt{2x+4y-12}. \end{cases}$

8.57. $\begin{cases} xy + 3y^2 - x + 4y - 7 = 0, \\ 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0. \end{cases}$

8.58. $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+y} = 1, \\ \dfrac{xz}{x+z} = 2, \\ \dfrac{yz}{y+z} = 3. \end{cases}$

8.59. $\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0, \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0, \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0. \end{cases}$

8.60. $\begin{cases} y + 2 = (3-x)^3, \\ (2z-y)(y+2) = 9 + 4y, \\ x^2 + z^2 = 4x, \\ z \ge 0. \end{cases}$

ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

9. Планиметрические задачи

9.1. Найдите площадь правильного треугольника, сторона которого равна стороне ромба с диагоналями 10 и 12.

9.2. Найдите периметр правильного треугольника, если центр описанной около него окружности удален от хорды, равной 2, на расстояние 3.

9.3. В треугольнике ABC основание D высоты $CD = \sqrt{3}$ лежит на стороне AB. Найдите AC, если $AB = 3$, $AD = BC$.

9.4. Найдите площадь прямоугольного треугольника, один из катетов которого равен 13, а высота, опущенная на гипотенузу, равна 12.

9.5. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB проведена медиана CM и высота CH, причем точка H лежит между A и M. Найдите отношение $AH : AM$, если $CM : CH = 5 : 4$.

9.6. Один из углов треугольника равен разности двух других, наименьшая сторона треугольника равна 1, а сумма площадей квадратов, построенных на двух других сторонах, вдвое больше площади описанного около треугольника круга. Найдите наибольшую сторону треугольника.

9.7. Окружность радиуса $\sqrt{3}$, вписанная в прямоугольный треугольник ABC с углом $\angle A = 30^\circ$, касается катета AC в точке K. Найдите BK.

9.8. Окружность радиуса 3, центр O которой лежит на гипотенузе AB прямоугольного треугольника, касается катетов. Найдите площадь треугольника, если $OA = 5$.

9.9. Окружность, центр которой лежит на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC, касается катетов AC и BC в точках E и D соответственно. Найдите $\angle B$, если $AE = 1$, $BD = 3$.

9.10. В треугольнике ABC проведена биссектриса CD прямого угла. Из точки D опущен перпендикуляр $DM = \sqrt{3}$ на сторону AC. Найдите BC, если $AD = 2\sqrt{3}$.

9.11. На стороне AB треугольника ABC с углами $\angle A = 30^\circ$ и $\angle B = 130^\circ$ как на диаметре построен круг. Найдите площадь части этого круга, лежащей внутри треугольника.

9.12. Две равных хорды окружности образуют вписанный угол величиной 30°. Найдите отношение площади части круга, лежащей внутри угла, к площади всего круга.

9.13. Точка пересечения двух общих касательных к двум непересекающимся окружностям, меньшая из которых имеет радиус r, лежит на линии их центров на расстоянии $6r$ от центра большей окружности и делит отрезок касательной между точками касания в отношении $1 : 3$. Найдите площадь фигуры, состоящей из двух частей, ограниченных касательными и большими дугами окружностей.

9.14. Найдите площадь выпуклого четырехугольника с диагоналями 3 и 4, если отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, равны.

9.15. Прямая, параллельная стороне AB треугольника ABC, пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Найдите $AM:CM$, если площадь треугольника MCN вдвое больше площади трапеции $AMNB$.

9.16. Прямая, параллельная стороне $AB=5$ треугольника ABC и проходящая через центр вписанной в него окружности, пересекает стороны BC и AC в точках M и N соответственно. Найдите периметр четырехугольника $ABMN$, если $MN=3$.

9.17. В треугольнике ABC на сторонах AB и AC взяты точки M и N соответственно так, что $AM:MB=3:2$ и $AN:NC=4:5$. В каком отношении прямая, проходящая через точку M параллельно BC, делит отрезок BN?

9.18. Через точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основаниям и пересекающая боковые стороны в точках E и F, причем $EF=8$. Найдите основания трапеции, если их отношение равно 4.

9.19. Найдите высоту, опущенную на гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом α и радиусом описанной окружности R.

9.20. Найдите отношение высот треугольника ABC, опущенных из вершин A и B соответственно, если $\cos\angle A=\dfrac{1}{5}$, $\sin\angle B=\dfrac{1}{2}$.

9.21. Найдите углы треугольника со сторонами 10, 24 и 26.

9.22. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и B прямые, $AB=BC=3$ и $BD=5$. На сторонах AD и CD взяты такие точки E и F соответственно, что $AE=1$ и $CF=2$. Найдите площадь пятиугольника $ABCEF$.

9.23. Одно из оснований равнобедренной трапеции равно 4. Найдите расстояние между точками касания с ее боковыми сторонами вписанной в трапецию окружности радиуса 4.

9.24. В параллелограмме $ABCD$ со сторонами $AB=2$ и $AD=5$ биссектриса угла A пересекает биссектрисы углов B и D в точках K и L соответственно, а биссектриса угла C пересекает те же биссектрисы в точках N и M соответственно. Найдите отношение площади четырехугольника $KLMN$ к площади параллелограмма $ABCD$.

9.25. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если центр вписанной в него окружности делит биссектрису прямого угла в отношении $\sqrt{3}:\sqrt{2}$, считая от вершины.

9.26. Найдите высоту, биссектрису и медиану, проведенные из вершины одного угла треугольника, если они делят этот угол на четыре равные части, а радиус описанной около треугольника окружности равен R.

9.27. Найдите площадь треугольника со стороной a, противолежащим углом α и противолежащим углом β.

9.28. Найдите биссектрису прямого угла треугольника с гипотенузой c и острым углом α.

9.29. В окружность радиусом R вписан равнобедренный треугольник с острым углом α при основании. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.

9.30. В окружность диаметром 25 вписан равнобедренный треугольник с боковой стороной 20. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.

9.31. Около треугольника ABC описана окружность с диаметром $AD = 2$. Найдите BC, если $AB = 1$ и $\angle BAD : \angle CAD = 4 : 3$.

9.32. Окружность радиуса 5 с центром O, лежащим на стороне AB треугольника ABC, касается сторон AC и BC. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $AO = 13$ и $BO = 7$.

9.33. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята такая точка D, что $CD = 2$ и биссектриса CL перпендикулярна прямой DL. Найдите AL.

9.34. Две окружности радиусов 2 и 8 касаются друг друга внешним образом в точке A. Общая касательная к ним, проведенная через точку A, пересекает другую общую касательную в точке B. Найдите AB.

9.35. Окружности радиусов 2 и 3 касаются друг друга внешним образом в точке A. Общая касательная к ним в точке A пересекает в точке B другую общую касательную, касающуюся в точке C меньшей окружности с центром O. Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник $OABC$.

9.36. Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон AB, BC и AC в точках K, L и M соответственно. Найдите KL, если $AM = 2, MC = 3$ и $\angle C = \frac{\pi}{3}$.

9.37. Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон $AB = 4$ и $AC = 3$ в точках M и N соответственно. Найдите площадь треугольника AMN, если $BC = 2$.

9.38. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром O касается стороны BC в точке K. Найдите площадь треугольника BOK, если $AC = a, \angle ABC = \alpha$, а периметр треугольника ABC равен $2p$.

9.39. Прямая, касающаяся окружности в точке K, параллельна хорде $AB = 6$. Найдите радиус окружности, если $AK = 5$.

9.40. Диагонали вписанной в окружность трапеции взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если ее периметр равен 18, а основания относятся, как 1:7.

9.41. Трапеция $ABCD$ с основаниями $BC = a$ и $AD = b$ вписана в окружность. Найдите радиус окружности, если $\angle CAD = \alpha$.

9.42. Окружность, проходящая через вершины C и D параллелограмма $ABCD$, касается прямой AD и пересекает прямую AB в точках B и E. Найдите AE, если $AD = 4$ и $CE = 5$.

9.43. Через точку K диаметра AB окружности проведена хорда MN. Найдите AB, если $\angle ABM = 30^\circ, \angle BMK = 15^\circ$ и $MK = 3$.

9.44. Медианы BM и CN треугольника ABC взаимно перпендикулярны. Найдите площадь треугольника ABM, если $BC = a$ и $AC = b$.

9.45. Медианы BM и CN треугольника ABC пересекаются в точке K. Найдите расстояние от точки K до прямой BC, если $BC = a$, $\angle B = \beta$ и $\angle C = \gamma$.

9.46. В треугольнике ABC проведена высота BH и медиана BM. Найдите угол $\angle MBH$, если $AB = 1$, $BC = 2$ и $AM = BM$.

9.47. Найдите углы треугольника ABC, если его медиана BM равна половине стороны AC, а один из углов, образованных биссектрисой BL и стороной AC, равен 55°.

9.48. В равнобедренном треугольнике высоты, опущенные на основание и на боковую сторону, равны m и n соответственно. Найдите стороны треугольника.

9.49. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и CK. Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если $HK = 2\sqrt{2}$, а площади треугольников ABC и BHK равны 18 и 2 соответственно.

9.50. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и CK. Найдите площадь круга, описанного около треугольника KBH, если $AC = 1$ и $\angle KCH = \alpha$.

9.51. Отрезок, соединяющий основания высот, проведенных к сторонам AB и AC остроугольного треугольника ABC с углом $\angle A = \alpha$, равен l. Найдите BC.

9.52. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса AL. Найдите AL, если $BL = b$ и $CL = c$.

9.53. В равнобедренной трапеции с боковой стороной 5, основание высоты, проведённой из вершины верхнего основания, делит нижнее основание на отрезки 12 и 3. Найдите верхнее основание трапеции, ее площадь, высоту и диагональ.

9.54. Найдите площадь треугольника со сторонами a, b и c, его высоту, медиану и биссектрису, проведённые к стороне c, а также радиусы вписанной и описанной окружностей.

9.55. В треугольник со сторонами a, b и c вписана окружность. Найдите расстояние от противолежащей стороне c вершины треугольника до ближайшей точки касания.

9.56. Зная медианы треугольника, найдите его площадь.

9.57. Зная высоты треугольника, найдите его площадь.

9.58. Стороны треугольника равны a, b, c. В каком отношении центр вписанной окружности делит биссектрису, проведённую к стороне a?

9.59. Углы треугольника равны α, β, γ. В каком отношении точка пересечения высот делит высоту, проведённую из вершины угла α?

9.60. Даны две непараллельные стороны a и b параллелограмма. Найдите его диагональ d_1 по известной другой диагонали d_2.

9.61. Какова площадь треугольника со сторонами: а) 5, 9, 12; б) 2, 3, 6; в) $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$?

9.62. Найдите углы треугольника площадью 3, если две его стороны равны 3 и 4.

9.63. В треугольнике ABC со стороной $AB = 5$ и высотой $BD = 3$ найдите $\angle BAC$.

9.64. Две стороны треугольника равны 1 и 2, а синус угла между ними равен $\frac{1}{2}$. Найдите третью сторону и два других угла треугольника.

9.65. Существует ли треугольник с углами $\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{7}, \arcsin\frac{\pi}{4}$?

10. Стереометрические задачи

10.1. В правильную шестиугольную пирамиду с высотой H вписан один конус, а около нее описан другой конус с радиусом основания R. Найдите разность объемов этих конусов.

10.2. Конус вписан в правильную четырехугольную пирамиду. Их общая высота равна 9/4, а радиус вписанной в конус сферы равен 1. Найдите разность объемов пирамиды и конуса.

10.3. Через вершину S конуса проходит плоское сечение SAB площадью 42. Точки A и B делят длину окружности основания конуса в отношении $1:5$. Найдите объем конуса, если $\angle SAB = \arccos\frac{3}{\sqrt{58}}$.

10.4. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна d и образует с двумя смежными гранями углы α и β соответственно.

10.5. Найдите сторону основания правильной треугольной призмы объемом V, если угол между диагоналями двух ее боковых граней, проведенными из одной вершины, равен α.

10.6. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды объемом 36, если ее высота вдвое больше радиуса окружности, описанной около основания.

10.7. Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды со стороной основания равной a, и углом φ между боковыми ребрами.

10.8. Найдите двугранный угол при ребре основания правильной треугольной пирамиды, если угол между ее боковыми ребрами равен φ.

10.9. В правильной пирамиде $SABC$ с ребрами $AB = 1$ и $AS = 2$ проведены биссектриса AL боковой грани SAB и медиана BM основания ABC. Найдите LM.

10.10. На высоте правильной треугольной пирамиды взята точка, удаленная от бокового ребра пирамиды на расстояние $4/\sqrt{13}$ и делящая высоту в отношении $1:2$, считая от вершины. Найдите объем пирамиды, если ее боковые грани наклонены к основанию под углом $\pi/6$.

10.11. Найдите высоту пирамиды, основанием которой служит треугольник со сторонами 7, 8 и 9, если ее боковые ребра наклонены к основанию под углом $60°$.

10.12. Найдите объем пирамиды, если ее основанием служит прямоугольный треугольник с гипотенузой 3 и углом $30°$, а боковые ребра наклонены к основанию под углом $60°$.

10.13. Основанием пирамиды $SABC$ с высотой SH служит прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, а двугранные углы при ребрах основания равны по $\arcsin\frac{5}{13}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если $AH = 1$ и $BH = 3\sqrt{2}$.

10.14. Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды объемом $9\sqrt{3}$ и высотой 3.

10.15. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если радиус описанной около нее сферы равен 2, а боковое ребро в $\sqrt{2}$ раз больше ребра основания.

10.16. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к апофеме пирамиды.

10.17. В правильной пирамиде $SABC$ с высотой SH и ребром основания $AB = a$ угол между боковым ребром и плоскостью основания равен φ. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку H параллельно ребрам SA и BC.

10.18. Плоскость, параллельная боковому ребру $AS = a\sqrt{2}$ и ребру $BC = a$ основания ABC правильной пирамиды $SABC$, проходит на расстоянии d от ребра AS. Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью.

10.19. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой H и двугранным углом α при боковом ребре.

10.20. В правильной пирамиде $SABCD$ с вершиной S боковое ребро равно a, а двугранный угол при этом ребре равен φ. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B, D и середину ребра SC.

10.21. Все ребра правильной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны по 2. Плоскость, параллельная прямым AC и SB, пересекает ребра AB и BC в точках M и N. Найдите периметр сечения пирамиды этой плоскостью, если $MN = \sqrt{2}$.

10.22. В правильной пирамиде $SABCD$ с высотой 4 сторона основания $SABC$ равна 6. Точки M и N — середины ребер BC и CD. Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду $SMNC$.

10.23. На воздушном шаре, двигавшемся относительно Земли вдоль заданной параллели на постоянной высоте, было совершено кругосветное путешествие. На какой широте совершалось путешествие, если разность расстояний, пройденных верхней и нижней точками шара, оказалась равной удвоенному диаметру шара?

10.24. Какими должны быть радиусы четырех одинаковых шаров, чтобы их можно было разместить внутри данной сферы радиуса R и при этом каждый шар касался сферы и трех других шаров?

10.25. Два шара радиуса r касаются друг друга и боковой поверхности конуса, а так же его основания — в точках, симметричных относительно центра. Найдите объем конуса, если его высота в $4/3$ раза больше радиуса основания.

10.26. Площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через вершину ее основания перпендикулярно противоположному ребру, вдвое меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение высоты пирамиды к боковому ребру.

10.27. Три параллельные прямые касаются в точках A, B и C сферы с центром O и радиусом 4. Найдите $\angle ABC$, если площадь треугольника AOC равна 4, а площадь треугольника ABC больше 16.

10.28. Вне правильного тетраэдра $ABCD$ взята такая точка M, что $MA = MB = MC = \sqrt{97}$ и $MD = \sqrt{2}$. Найдите объем тетраэдра.

10.29. Стороны $AB = 6$ и CD основания $ABCD$ пирамиды $SABCD$ параллельны, $AD = 4$, $AS = 2\sqrt{14}$ и $\angle BAD = 120°$. Найдите объем пирамиды, если через каждую из прямых AB и CD можно провести по плоскости, которые не содержат основание пирамиды и пересекают ее по равным четырехугольникам.

10.30. Основанием прямой призмы служит ромб $ABCD$ с углом $\angle A = 120°$. На боковых ребрах AA', BB' и CC' взяты такие точки K, L и M соответственно, что угол между прямыми KL и AB равен $45°$, а между прямыми LM и BC — $30°$. Найдите угол между плоскостями KLM и ABC.

10.31. Площадь сечения правильной треугольной пирамиды, проходящего через ее боковое ребро, равное $\sqrt{13}$, и высоту, вдвое больше площади ее основания. Найдите площадь ее боковой грани.

10.32. На ребре AS правильной пирамиды $SABC$ объемом V взята такая точка D, что $SD : DA = m : n$. Расстояние от центра основания ABC до плоскости BCD равно d. Найдите площадь треугольника BCD.

10.33. На боковых ребрах AA' и BB' треугольной призмы $ABCA'B'C'$ объемом V взяты такие точки D и E соответственно, что $AD = DA'$ и $BE : BE' = 1 : 2$. Найдите объем призмы, заключенной между плоскостями ABC и DEC.

10.34. Найдите площадь поверхности параллелепипеда объемом 8, вписанного в сферу радиуса $\sqrt{3}$.

10.35. На каком расстоянии от ребра SA правильной пирамиды $SABC$ с вершиной S, должна проходить плоскость, параллельная ребрам $BC = a$ и $AS = b$, чтобы площадь сечения пирамиды этой плоскостью была максимальной?

10.36. Основанием пирамиды $SABCD$ служит квадрат $ABCD$ со стороной 15, а радиус вписанного в пирамиду шара равен 3. Найдите высоту пирамиды, если она совпадает с ребром SA.

10.37. Хорды AA', $BB' = 18$ и CC' сферы радиуса 11 взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке M, находящейся на расстоянии $\sqrt{59}$ от центра сферы. Найдите AA', если $CM : MC' = (8+\sqrt{2}) : (8-\sqrt{2})$.

10.38. На ребрах AB, BC и CD правильного тетраэдра $ABCD$ с ребром 1 взяты такие точки K, L и M соответственно, что $AK = 1/2$ и $BL = CM = 1/3$. Плоскость KLM пересекает прямую AD в точке N. Найдите угол между прямыми NK и NL.

10.39. Точка M равноудалена от вершин A и D правильного тетраэдра $ABCD$, а от каждой из вершин B и C находится на расстоянии $\sqrt{3/2}$. Прямая MC перпендикулярна высоте DH треугольника ACD. Найдите объем тетраэдра.

10.40. В правильную пирамиду $SABCD$ вписана сфера радиуса 2. Этой сферы, граней BSC, CSD и основания $ABCD$ пирамиды касается другая сфера радиуса 1. Найдите объем пирамиды и двугранный угол при боковом ребре.

10.41. Найдите ребро основания правильной призмы $ABCA'B'C'$ с боковым ребром $AA' = 2$, если угол между скрещивающимися прямыми AC' и $A'B$ равен $\alpha < 60°$.

10.42. На ребре BD тетраэдра $ABCD$ взята такая точка E, что $DE : BE = 3 : 5$. Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через точки A и D параллельно медиане BM треугольника ABC, делит объем тетраэдра.

10.43. На ребрах AD и BD тетраэдра $ABCD$ взяты такие точки E и F соответственно, что $DE : AE = SF : BF = 1 : 2$. Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через точки E и F параллельно ребру CB, делит объем тетраэдра.

10.44. Двугранный угол при ребре AB тетраэдра $ABCD$ равен $\pi/4$. Найдите $\angle DAC$, если $\angle DAB = \pi/2$ и $\angle BAC = 3\pi/4$.

10.45. Двугранный угол при ребре AC тетраэдра $ABCD$ равен $\pi/4$. Найдите BD, если $AB = 2$, $AD = \sqrt{2}$, $\angle BAC = \pi/6$ и $\angle CAD = \pi/2$.

10.46. Найдите радиус сферы, описанной около тетраэдра $ABCD$, если $AB = BC = 2, AC = 1$, а ребро $CD = 4$ перпендикулярно ребрам AB и AC.

10.47. Найдите радиус сферы, описанной около правильного тетраэдра, две вершины которого лежат на диагонали куба с ребром 2, а две другие вершины – на диагонали грани этого куба.

10.48. Пусть $ABCD$ — прямоугольник, а точка E не лежит в его плоскости. Найдите угол между двумя прямыми, по которым пересекаются две пары плоскостей ABE, CDE и BCE, ADE.

10.49. Дан тетраэдр $ABCD$ с углом $\angle ABC = \beta \le 90°$. Найдите угол между двумя прямыми, проходящими через две пары точек: середины ребер AC, BC и середины ребер BD, CD.

10.50. Точка A находится на расстоянии a от данной плоскости и на расстоянии b от прямой L, лежащей в этой плоскости. Найдите расстояние от проекции точки A на плоскость до прямой L.

10.51. Найдите угол между боковым ребром a правильной треугольной пирамиды и плоскостью ее основания со стороной b.

10.52. В одной из граней двугранного угла величины α взята точка A на расстоянии d от ребра двугранного угла. Найдите расстояние от точки A до плоскости второй грани.

10.53. Пусть A' — проекция точки A на данную плоскость, $AA' = a$. Через точку A проходит другая плоскость, образующая с данной плоскостью угол α и пересекающая ее по прямой L. Найдите расстояние от точки A' до прямой L.

10.54. В пирамиде $SABC$ с углом $\angle ABC = \alpha$ точка B — проекция точки S на плоскость ABC. Найдите величину угла между гранями SAB и SBC.

10.55. На ребре $BC = 4$ куба $ABCDA'B'C'D'$ взята середина M, а на ребре $A'D'$ — такая точка N, что $A'N = 1$. Найдите длину кратчайшего пути из точки M в точку N по поверхности куба.

10.56. Найдите объем куба $ABCDA'B'C'D'$, если сфера радиуса $\sqrt{41}$ проходит через точки A, B, C и середину ребра $A'D'$.

10.57. Расстояния от концов отрезка до некоторой плоскости равны 1 и 3. Чему может быть равно расстояние от середины этого отрезка до той же плоскости?

10.58. Боковые грани пирамиды $SABC$ одинаково наклонены к основанию ABC, $AC = 3$, $BC = 4$, $SC = \sqrt{38}$ и $\angle ACB = 90°$. В пирамиду вписан цилиндр площадью боковой поверхности $8\pi/3$: нижнее его основание лежит в плоскости ABC, а верхнее имеет по одной общей точке с каждой боковой гранью. Каким может быть радиус основания этого цилиндра?

10.59. Чему может быть равна сумма углов, образуемых произвольной прямой с данной плоскостью и с перпендикуляром к ней?

10.60. Какие значения может принимать величина угла, получаемого в сечении произвольной плоскостью фиксированного двугранного угла величины α?

11. Задачи на доказательство

11.1. Докажите, что следующие утверждения эквивалентны:
а) треугольник — правильный;
б) все медианы треугольника равны;
в) все высоты треугольника равны;
г) все биссектрисы треугольника равны.

11.2. Докажите, что из медиан любого треугольника можно сложить треугольник. Верно ли аналогичное утверждение для высот треугольника?

11.3. Докажите, что угол между секущими, выходящими из точки вне круга, измеряется полуразностью двух дуг окружности, расположенных внутри угла.

11.4. Докажите, что вертикальные углы между пересекающимися хордами измеряются полусуммой двух дуг окружности, на которые они опираются.

11.5. Докажите, что угол между касательной к окружности и хордой, выходящей из точки касания, измеряется половиной дуги, заключённой между ними.

11.6. Хорды AB и CD окружности с центром в точке O радиуса R пересекаются в точке E. Докажите, что $AE \cdot BE = CE \cdot DE = R^2 - OE^2$.

11.7. Через точку A, лежащую вне окружности с центром в точке O радиуса R, проведена секущая и касательная. Секущая пересекает окружность в точках B и C, а касательная касается окружности в точке D. Докажите, что $AD^2 = AB \cdot AC = AO^2 - R^2$.

11.8. Пусть AD — биссектриса внутреннего или внешнего (в этом случае точка D лежит на продолжении BC) угла треугольника ABC. Докажите, что $BD : CD = AB : AC$.

11.9. Докажите, что в выпуклый четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность тогда и только тогда, когда $AB + CD = AD + BC$.

11.10. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$.

11.11. Докажите, что если точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости, то плоскость, проходящая через середины отрезков AD, BD, CD, параллельна:

а) прямой AB;

б) плоскости ABC.

11.12. Докажите, что в пространстве для любых четырех различных точек A, B, C, D середины K, L, M, N отрезков AB, BC, CD, DA соответственно служат вершинами параллелограмма $KLMN$.

11.13. Докажите, что если три прямые в пространстве не проходят через одну точку и попарно пересекаются, то они лежат в одной плоскости.

11.14. Три прямые проходят через точку A. Точки B, B' — точки одной прямой, C, C' — точки другой прямой, D, D' — точки третьей прямой. Докажите, что отношение объёмов пирамид $ABCD$ и $A'B'C'D'$ равно $(AB \cdot AC \cdot AD) : (AB' \cdot AC' \cdot AD')$.

11.15. Докажите, что отношение площади многоугольника, расположенного в одной плоскости, к площади его проекции на другую плоскость равно $1 : \cos\varphi$, где φ — угол между плоскостями.

11.16. Докажите, что если S и P — площади двух граней тетраэдра, a — их общее ребро, а α — двугранный угол между ними, то объём этого тетраэдра равен $\dfrac{2SP\sin\alpha}{3a}$.

11.17. Докажите, что если a и b — противоположные рёбра тетраэдра, d — расстояние между ними, а α — угол между ними, то объём этого тетраэдра равен $\dfrac{abd\sin\alpha}{6}$.

11.18. Докажите, что плоскость, делящая пополам двугранный угол при ребре тетраэдра, делит противоположное ребро на части, пропорциональные площадям граней, заключающих этот угол.

* * *

11.19. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от двух разных точек этой плоскости.

11.20. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от двух разных прямых этой плоскости.

11.21. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от трех попарно пересекающихся прямых этой плоскости.

11.22. Даны две разные точки A и B плоскости и число $\alpha \in [0; \pi]$. Найдите геометрическое место точек $M \neq A, B$ плоскости, для которых $\angle AMB = \alpha$.

11.23. Пусть A — фиксированная точка, не лежащая в данной плоскости, а M — произвольная точка этой плоскости. Найдите геометрическое место середин отрезков AM.

11.24. Найдите геометрическое место середин отрезков, концы которых лежат в двух параллельных плоскостях.

11.25. Даны две разные точки A и B пространства. Найдите геометрическое место точек $M \neq A, B$ пространства, для которых $\angle AMB = 90°$.

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

12. Подготовительные упражнения

Для каждого значения a решите уравнение или неравенство (относительно x).

12.1. $a \cdot x = 1$.

12.2. $a \cdot x < 1$.

12.3. $(a^2 - 1)x = a - 1$.

12.4. $\dfrac{x-a}{x-1} = 0$.

12.5. $\dfrac{x^2-1}{x-a} = 0$.

12.6. $\dfrac{x-1}{x^2-a^2} = 0$.

12.7. $\dfrac{a(x-1)}{x-a} = 0$.

12.8. $x^2 = a$.

12.9. $x^2 > a$.

12.10. $x^2 < a$.

12.11. $|x| = a$.

12.12. $|a| = x$.

12.13. $|x| < a$.

12.14. $|x| > a$.

12.15. $\sqrt{x} = a$.

12.16. $a\sqrt{x} = 0$.

12.17. $\sqrt{x} > a$.

12.18. $\sqrt{x} < a$.

12.19. $2^x < a$.

12.20. $2^x > a$.

12.21. $\sqrt{a}^x = 1$.

12.22. $\log_a x < 1$.

12.23. $\log_x a \le 0$.

12.24. $\cos x = a$.

12.25. $\sin x = \dfrac{1}{2}\left(a + \dfrac{1}{a}\right)$.

* * *

12.26. Докажите, что если p — простое число, большее 3, то число $p^2 - 1$ делится нацело на 24.

12.27. Докажите, что если p и q — простые числа, большие 3, то число $p^2 - q^2$ делится нацело на 24.

12.28. Докажите, что число $2^{10} + 5^{12}$ — составное.

12.29. Докажите, что число $222^{333} + 333^{222}$ — составное.

12.30. Докажите, что число $2010^{2010} - 1$ делится на 2009.

12.31. Докажите, что если сумма цифр десятичной записи числа n равна сумме цифр десятичной записи числа $2n$, то число n делится на 9. Верно ли обратное утверждение?

12.32. Найдите все числа вида $\overline{34x5y}$, кратные 36.

12.33. Докажите, что для любого натурального n число $n^2 + n$ чётное.

12.34. Докажите, что для любого целого n число $n^3 + 2n$ делится на 3.

12.35. Докажите, что для любого целого n число $n^3 + 5n$ делится на 6.

12.36. Докажите, что для любого целого n число $n^5 - n$ делится на 30.

12.37. Докажите, что в последовательности 11, 111, 1111, 11111,... нет числа, являющегося квадратом натурального.

12.38. Докажите, что все числа вида 16, 1156, 111556, 11115556,... являются полными квадратами.

12.39. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел 54 и 72.

12.40. Докажите, что при любом натуральном значении n числа $3n+5$ и $5n+8$ взаимно просты.

12.41. Докажите, что для любого натурального n наибольший общий делитель чисел $n^2 + 10n + 21$ и $n^2 + 9n + 18$ равен $n+3$.

12.42. Докажите, что для любого натурального n наименьшее общее кратное чисел $n^2 + 6n + 9$ и $n+4$ равно $n^3 + 10n^2 + 33n + 36$.

12.43. Докажите, что ни при каком целом n число $n^2 + 5n + 16$ не делится на 169.

12.44. Запишите число 0,11(7) в виде обыкновенной дроби.

12.45. Докажите, что числа $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ — иррациональные.

12.46. Докажите, что числа $\log_2 3$ и $\log_4 6$ — иррациональные.

12.47. Решите уравнение $3x - 4y = 1$ в целых числах.

12.48. Докажите, что уравнение $x^2 + 1 = 3y$ не имеет решений в целых числах.

12.49. Решите уравнение $xy + x + y = 0$ в целых числах.

12.50. Докажите, что если хотя бы одно из рациональных чисел p и q отлично от -2, то ни один из корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ не равен $1 + \sqrt{3}$.

13. Задачи с параметрами

13.1. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x + ay = 1, \\ ax + y = 2a \end{cases}$ имеет решения.

13.2. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} (a+1)x - y = a + 1, \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$ имеет решения.

13.3. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} ax + y = 1, \\ 4x - 2y = a \end{cases}$ имеет бесконечно много решений.

13.4. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} ax + y = a^2, \\ x + ay = 1 \end{cases}$ не имеет решений.

13.5. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} ax + y = a^3, \\ x + ay = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.6. Для каждого значения a решите систему $\begin{cases} (a-4)x + 2y = 4, \\ (a-4)^3 x + 4ay = 16. \end{cases}$

13.7. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x + y = a, \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ имеет решения и всякое решение удовлетворяет неравенству $x > y$.

13.8. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} 3x - y = a, \\ 6x - ay = 4, \\ x > 0 > y \end{cases}$ имеет решение.

13.9. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ имеет ровно два различных корня.

13.10. Найдите наименьшее целое значение a, при котором уравнение $x^2 - 2(a+2)x + 12 + a^2 = 0$ имеет ровно два различных корня.

13.11. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(a-2)x^2 + 2(a-2)x + 2 = 0$ не имеет корней.

13.12. Найдите все целые значения a, при каждом из которых уравнение $(a-2)x^2 + 2(a-2)x + 2 = 0$ не имеет корней.

13.13. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $ax^2 + 2(a+1)x + (a+3) = 0$ имеет два корня, расстояние между которыми больше 1.

13.14. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ имеет два корня, сумма которых равна нулю.

13.15. Найдите все значения a, при каждом из которых один корень уравнения $x^2 + (2a-1)x + a^2 + 2 = 0$ вдвое больше другого.

13.16. Найдите все значения a, при каждом из которых сумма квадратов чисел, составляющих решение системы $\begin{cases} 3x - y = 2 - a, \\ x + 2y = a + 1, \end{cases}$ будет наименьшей.

13.17. Найдите все значения a, при каждом из которых сумма квадратов корней квадратного трехчлена $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8$ принимает наименьшее значение.

13.18. Для каждого значения a решите уравнение $4^x - 2a(a+1)2^{x-1} + a^3 = 0$.

13.19. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $2\cos 2x - 4a\cos x + a^2 + 2 = 0$ не имеет корней.

13.20. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\log_{a-6,5}(x^2+1) = \log_{a-6,5}((a-5)x)$ имеет ровно два различных корня.

13.21. Для каждого значения a решите уравнение $\log_{\sqrt{2-x}}\sqrt{2x+a} = 2$.

13.22. Для каждого значения a решите неравенство $3(2x-a) + 5a\sqrt{2x-a} - 2a^2 > 0$.

13.23. Найдите все значения a, при каждом из которых область значений функции $f(x) = \dfrac{x^2 + 2ax - 4}{x^2 - 2x + 3}$ содержится в интервале $(-3; 2)$.

13.24. Известно, что $x = 1, y = -1$ — одно из решений системы $\begin{cases} 3ax + by = \sqrt{3}g\dfrac{1111\pi}{6}, \\ ax^2 + by^2 = 2. \end{cases}$.

Найдите остальные решения системы.

13.25. Найдите все значения a, при каждом из которых множество решений неравенства $\dfrac{a + 2 - 2^{x-2}}{a+3} \geq \dfrac{5a+5}{2(2^x + 3a + 3)}$ содержит какой-нибудь луч на числовой прямой.

13.26. Для каждого значения a решите уравнение $|x+3| - a|x-1| = 4$.

13.27. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $2|x-2| + a + x = 4$ имеет хотя бы один корень, причем все его корни лежат на отрезке $[0; 4]$.

13.28. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(x^2 - (a+1)x + 3(a-2))\log_{a-x}(2a - x - 1) = 0$ имеет хотя бы один корень на отрезке $[-1; 2]$, а вне этого отрезка корней не имеет.

13.29. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x - a^2\log_3 y = 1, \\ x + 3a\log_3 y = 1 \end{cases}$ имеет решения и всякое решение удовлетворяет неравенству $y > 1 - x$.

13.30. Найдите все значения a, при каждом из которых для любого b найдется c такое, что система $\begin{cases} 2x + by = ac^2 + c, \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ имеет решения.

13.31. Найдите все значения a, при каждом из которых для любого b система $\begin{cases} x - by + az^2 = 0, \\ 2bx + (b-6)y - 8z = 8 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

13.32. Найдите все тройки (a, b, c) при которых уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет единственный корень $x = -1$, причем $a + b + c = 1$.

13.33. Известно, что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней, и $a + b + c < 0$. Найдите знак c.

13.34. Числа $a < 0$ и b таковы, что $x = 7$ является корнем уравнения $ax^2 + bx + 2 = 0$. Решите неравенство $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$.

13.35. Найдите все значения a, при каждом из которых графики функций $y = \dfrac{3x+1}{x}$ и $y = \dfrac{4x + 3a - 7}{ax - 1}$ разбивают координатную плоскость ровно на пять частей.

13.36. Для каждого значения a решите уравнение $\log_a(x^2 - 3a) = \log_a(ax^2 - 3x)$.

13.37. Найдите все значения a, при каждом из которых все корни уравнения $3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a-4) = 0$ удовлетворяют неравенству $|x| < 1$.

13.38. Для данных чисел $a = \log_y x$ и $b = \log_z x$ найдите $\log_{\sqrt[3]{xyz}} \left(\dfrac{yz}{x^3}\right)^2$.

13.39. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $\log_{\frac{2a-15}{5}} \left(\dfrac{\sin x + \sqrt{3}\cos x + a - 5}{5} \right) > 0$ выполняется для всех x.

13.40. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} a(x-4) = 3(y+2), \\ y + \sqrt{x} = 0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

13.41. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} 8xy - 25 = 0, \\ x^2 = y + 2x, \\ x^2 + y^2 \le a \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.42. Для каждого значения a определите, сколько решений имеет система $\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

13.43. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} y - x^2 = \left|x^2 - \dfrac{3}{2}x - 1\right|, \\ y + 4x = a \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.44. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(x^2 - x + a^2 + 2)^2 = 4a^2(2x^2 - x + 2)$ имеет ровно три различных корня.

13.45. Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x) = a(2\sin x + \cos^2 x + 1)$ не принимает значений, больших 3.

13.46. Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x) = \log_{25-a^2}(\cos x + \sqrt{8}\sin x - a)$ определена при всех x.

13.47. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $|3\sin^2 x + 2a\sin x\cos x + \cos^2 x + a| \le 3$ выполняется при всех x.

13.48. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $5\cos x + \sin x + \cos(x - b) = a$ имеет решение:

а) хотя бы при одном b;

б) при любом b.

13.49. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $2\cos^2(2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3}\sin(2^{2x-x^2+1})$ имеет хотя бы один корень.

13.50. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x^2 + 2ax + 4a^2 - 5a + 3 \le 4\sin y - 3\cos y, \\ 0 \le y \le 2\pi \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.51. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x + y + z = x^2 + 4y^2, \\ x + 2y + 3z = a \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.52. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0 \end{cases}$ имеет единственное решение.

13.53. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} 4x = a + 3 - y^2 + 2y, \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

13.54. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+(5a+2)x+4a^2+2a<0, \\ x^2+a^2=4 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

13.55. Найдите все натуральные n, при каждом из которых арифметическая прогрессия не восстанавливается однозначно по ее семнадцатому члену и сумме первых n членов.

14. Задачи с целыми числами

14.1. Первый член геометрической прогрессии с целочисленным знаменателем равен 5, а разность между утроенным вторым членом и половиной третьего – больше 20. Найдите знаменатель прогрессии.

14.2. После деления двузначного числа на сумму его десятичных цифр в частном получилось 7, а в остатке 6. После деления того же числа на произведение его цифр в частном получилось 3, а в остатке 11. Найдите это число.

14.3. Ученик перемножил два данных натуральных числа и допустил ошибку, увеличив произведение на 372. Поделив для проверки полученный результат на меньшее из данных чисел, ученик правильно получил в частном 90 и в остатке 29. Найдите данные числа.

14.4. Мастер делает в час целое число деталей, большее 5, а каждый из его учеников – на 2 детали меньше. Один мастер выполняет заказ за целое число часов, а два ученика вместе на 1 ч быстрее. Из какого числа деталей состоит заказ?

14.5. На факультет подано от немедалистов на 600 заявлений больше, чем от медалистов. Девушек среди немедалистов больше, чем среди медалистов, в 5 раз, а юношей среди немедалистов больше, чем среди медалистов, в n раз, где n — натуральное число и $6 \le n \le 13$. Найдите общее число заявлений, если среди медалистов юношей на 20 больше, чем девушек.

14.6. Имеется два проекта застройки микрорайона. По первому проекту предполагается построить несколько одинаковых домов, содержащих в общей сложности 12096 квартир. По второму проекту предполагается построить на 8 домов больше, причем домов также одинаковых, но с большим числом квартир в каждом и содержащих в общей сложности 23625 квартир. Сколько домов предполагается построить по первому проекту?

14.7. Авиалинию, связывающую два города, обслуживают самолеты только трех типов. Каждый самолет первого, второго и третьего типа может принять на борт соответственно 230, 110 и 40 пассажиров, а также 27, 12 и 5 контейнеров. Все самолеты линии могут принять на борт одновременно 760 пассажиров и 88 контейнеров. Найдите число действующих на линии самолетов каждого типа, если их общее число не превосходит 8.

14.8. На клетчатой бумаге выделен прямоугольник размером $m \times n$ клеток, причем числа m и n взаимно простые и $m < n$. Диагональ этого прямоугольника не пересекает ровно 116 его клеток. Найдите все возможные значения m и n при данных условиях.

14.9. А, И, Б сидели на трубе в указанном порядке. К ним стали подсаживаться другие буквы так, что порядковый номер очередной буквы в русском алфавите равнялся сумме цифр порядковых номеров двух предыдущих букв. С некоторого момента буквы стали циклически повторяться.

1) Какая буква в циклически повторяющемся наборе встречалась наиболее часто?

2) Может ли циклически повторяющийся набор при каких-либо других начальных буквах состоять из одной буквы? Если да, то из какой?

14.10. Найдите все целочисленные решения системы $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0, \\ x + 2y < 15/2. \end{cases}$

14.11. Найдите все целочисленные решения системы $\begin{cases} 7875x^2 = 567y^3, \\ |x| \le 25. \end{cases}$

14.12. Найдите все целочисленные решения уравнения $3(x-3)^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 = 33$.

14.13. Найдите все целочисленные решения уравнения $3x = 5y^2 + 4y - 1$ и докажите, что для любого такого решения (x, y) число $x^3 + y^3$ — нечетное.

14.14. Найдите наименьшее нечетное натуральное число, кратное 9 и дающее остаток 7 при делении на 13.

14.15. Первая бригада изготовила деталей на 15% больше, чем вторая. Все детали уложили в два ящика: в первый ящик – менее 1000 деталей, а во второй – более 1000. Сколько деталей положили в первый ящик, если в нем оказалось 2/3 деталей, изготовленных первой бригадой, и 1/7 изготовленных второй?

14.16. Найдите число студентов, сдавших экзамен, если шестая их часть получила оценку «удовлетворительно», 56% — «хорошо», а 14 человек — «отлично», причем отличники составили более 4%, но менее 9% от общего числа экзаменовавшихся студентов.

14.17. Абитуриенты сдавали экзамены в два потока в нескольких аудиториях. В каждом потоке число абитуриентов, экзаменовавшихся в каждой аудитории, было равно числу аудиторий. Если бы экзамены проводились в другом корпусе, то их пришлось бы провести в три потока, причем в каждом потоке в каждой аудитории абитуриентов удалось бы рассадить по рядам так, что число рядов, а также число людей в ряду было бы равным числу аудиторий. Какое наименьшее число абитуриентов могло быть проэкзаменовано при этих условиях?

14.18. В двух коробках лежали карандаши: в первой – красные, во второй – синие, причем красных было меньше, чем синих. Сначала 40% карандашей, из первой коробки переложили во вторую. Затем 20% карандашей, оказавшихся во второй коробке, переложили в первую, причем половину из переложенных карандашей составляли синие. В итоге красных карандашей в первой коробке оказалось на 46 больше, чем во второй. Найдите общее количество синих карандашей.

14.19. Найдите все пары целых чисел a и b, для каждой из которых уравнение $\arcsin\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} - a \cdot 2^{\sin \pi a x} - \left|\arcsin\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} + a \cdot 2^{\sin \pi a x}\right| = 2ab$ имеет не менее 10 различных корней.

14.20. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $a^3 \mid y \mid \le \sqrt{2}(a^2 - x^2)$ имеет наименьшее количество целочисленных решений.

14.21. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $x^2 - 3x + 3 \mid x + a \mid + a \le 0$ имеет наибольшее количество целочисленных решений.

14.22. Найдите все целочисленные решения неравенства $\sqrt{x^3 - 5x - 3} \le 6 - x$.

14.23. Найдите все целочисленные решения уравнения $(x^2 + y^2)(x + y - 3) = 2xy$.

14.24. Найдите все пары натуральных чисел x, y, удовлетворяющие системе
$$\begin{cases} 2x + 47 < 22y - 2y^2, \\ 7x + 14 \le 4y. \end{cases}$$

14.25. Найдите все целочисленные решения системы $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16x - 22y - 171, \\ 30x - y^2 > 252 + x^2 + 14y. \end{cases}$

14.26. Найдите все целые a, при каждом из которых графики функций $y = \log_{1/\sqrt{2}}(x - 2a)$ и $y = \log_2(x - 2a^3 - 3a^2)$ пересекаются в точке с целочисленными координатами.

14.27. Найдите все a, при каждом из которых уравнение
$$\left(\left(\frac{3}{2}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^{a-x} - \frac{3}{5}\left(\frac{3}{2}\right)^a - \frac{5}{8}\right)\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{2a-2x-3} - 4\left(\frac{3}{2}\right)^{2a-5} + 2\right) = 0$$
имеет хотя бы один корень и все его корни – целочисленные.

14.28. Первые 80 км пути из одного пункта в другой автобус идет по шоссе, а оставшиеся 120 км – по грунтовой дороге, на два часа дольше. Совершив более четырех рейсов по маршруту туда и обратно, он затратил менее 168 ч, включая стоянки в конечных пунктах. Найдите скорости движения автобуса по шоссе и по грунтовой дороге, если за время, которое автобус провел в движении, он со скоростью, равной среднему арифметическому этих двух скоростей, проехал бы 2100 км.

14.29. Когда груз разложили в вагоны по 80 т, один вагон оказался недогружен. Если бы груз разложили в вагоны по 60 т, то понадобилось на 8 вагонов больше, причем один вагон опять оказался недогруженным. Если же груз разложили в вагоны по 50 т, то понадобилось еще на 5 вагонов больше, причем все вагоны оказались полными. Найдите вес груза.

14.30. В саду было подготовлено четное число ям для посадки деревьев. После посадки яблонь, груш и слив, оказалось, что использовано менее трети ям, груш посажено на 6 больше, чем яблонь, а свободных ям оказалось втрое больше, чем посажено слив. Если бы яблонь посадили втрое больше, то свободных осталось бы 59 ям. Сколько ям для посадки было подготовлено?

14.31. Какое наибольшее число членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 4 при условии, что квадрат ее первого члена в сумме с остальными членами не превосходит 100?

14.32. В двух ящиках содержится в общей сложности более 29 деталей. Число деталей, содержащихся в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем втрое превышает число деталей, содержащихся во втором ящике. Утроенное число деталей, содержащихся в первом ящике, превышает удвоенное число деталей, содержащихся во втором ящике, но менее чем на 60. Сколько деталей содержится в каждом ящике?

14.33. Три мальчика хотели вместе купить две одинаковые игрушки. Сложив все имеющиеся у них деньги, они не смогли купить даже одну игрушку. Если бы у первого мальчика было вдвое больше денег, то им на покупку двух игрушек не хватило бы 34 коп. Когда третьему мальчику добавили вдвое больше денег, чем у него было, после покупки двух игрушек у них еще осталось 6 коп. Сколько стоили игрушки, если первоначально у второго мальчика было на 9 коп. больше, чем у первого?

14.34. Число двухкомнатных квартир в доме вчетверо больше числа однокомнатных, а число трехкомнатных квартир кратно числу однокомнатных. Если число трехкомнатных квартир увеличить впятеро, то их станет на 22 больше, чем двухкомнатных. Сколько всего квартир в доме, если их не меньше 100?

14.35. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$9x^2y^2 + 9xy^2 + 6x^2y + x^2 + 2y^2 + 18xy + 5x + 7y + 6 = 0\,.$$

14.36. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$14x^4 - 5y^4 - 3x^2y^2 - 125x^2 + 82y^2 + 51 = 0\,.$$

14.37. Найдите все целочисленные корни уравнения $\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1$.

14.38. Найдите все целочисленные решения системы $\begin{cases} 4^{x^2+2xy+1} = 7^{|y|-1}(z+2), \\ \sin\dfrac{3\pi z}{2} = 1. \end{cases}$

14.39. Найдите все значения a, при каждом из которых система $\begin{cases} 12x^2 - 4x - 2xy + 3y - 9 = 0, \\ axy + ayz + azx > xyz \end{cases}$ имеет ровно пять различных решений в натуральных числах.

14.40. Решите уравнение $\cos(\pi(x + 7\sqrt{x}))\sin(\frac{\pi}{2}(4x + \sqrt{x})) = 1$.

14.41. Найдите все тройки чисел (x, y, z), удовлетворяющие равенству

$$\sqrt{3x^2 - 2z^2 + 2y^2 + 2z - 6y + \frac{\sqrt{2}}{4}x - 41} + \sqrt{2x^2 - 4\sqrt{2}(\cos\pi y + \cos\pi z)} = 0.$$

14.42. Найдите все целочисленные решения уравнения $x^2 + 1953^{100}xy - 1995^{100}y^2 = 0$.

14.43. В ящике находится 13 черных шаров и 17 белых. Разрешается:

а) увеличить на 1 число черных шаров и одновременно увеличить на 4 число белых;
б) увеличить на 2 число черных шаров и одновременно уменьшить на 1 число белых;

в) уменьшить на 4 число черных шаров и одновременно увеличить на 5 число белых;
г) уменьшить на 5 число черных шаров и одновременно уменьшить на 2 число белых.
Можно ли, совершая в каком-либо порядке и количестве описанные действия, добиться, чтобы в ящике оказалось 37 черных шаров и 43 белых?

14.44. Две бригады землекопов одинаковой производительности каждый вырыли по одинаковому котловану. Вторая бригада работала на полчаса больше первой. Если бы в первой бригаде было на 5 человек больше, то она закончила бы работу на 2 ч раньше. Найдите число землекопов в каждой бригаде.

14.45. Рота солдат прибыла на парад прямоугольным строем по 24 человека в ряд, однако не все прибывшие солдаты смогли участвовать в параде. Оставшийся для парада состав перестроили так, что число рядов уменьшилось на 2, а число солдат в каждом ряду стало на 26 больше числа новых рядов. Если бы все солдаты участвовали в параде, то роту можно было бы построить в виде квадрата. Сколько солдат было в роте?

14.46. Три фермера привели баранов для продажи на ярмарке: первый — 10, второй — 16, третий — 26. В первый день они установили одинаковую цену (в целое число рублей), и каждый продал не менее одного барана, но не всех. Во второй день они продали остальных баранов, опять же по одинаковой, но более низкой цене. По какой цене продавались бараны в первый и во второй день, если каждый фермер выручил от продажи по 3500 руб.?

14.47. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала по 5%, затем по $11\frac{1}{9}$%, по $7\frac{1}{7}$% и, наконец, по 12%. Под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на 180%. Определите срок хранения вклада.

14.48. Пусть $\frac{m}{n}$ — несократимая дробь, где m и n — натуральные числа. На какие натуральные числа можно сократить дробь $\frac{3n-m}{5n+2m}$, если известно, что она сократима?

14.49. В школьной газете сообщается, что процент учеников некоторого класса, повысивших во втором полугодии успеваемость, заключен в пределах от 2,9% до 3,1%. Каково наименьшее число учеников в классе?

14.50. Из строительных деталей двух видов можно собирать дома трех типов. Для сборки 12-квартирного дома необходимо 70 деталей первого вида и 100 второго, для сборки 16-квартирного дома — 110 деталей первого типа и 150 второго, а для сборки 21-квартирного дома — 150 деталей первого типа и 200 второго. Всего имеется 900 деталей первого вида и 1300 второго. Сколько и каких домов нужно собрать, чтобы общее количество квартир в них было наибольшим?

14.51. С завода на стройку нужно перевезти 24 больших и 510 маленьких бетонных блоков. Доставка блоков осуществляется автомашинами, каждая из которых вмещает 44 маленьких блока и имеет грузоподъемность 19 т. Масса маленького блока 0,2 т, большого — 3,6 т, большой блок занимает место 14 маленьких. Найдите наименьшее число рейсов, достаточное для перевозки всех блоков.

14.52. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $4 \cdot 3^{2x+1} + 3^x < 1$.

14.53. В магазине продаются гвоздики и розы. Гвоздика стоит 1,5 у.е., роза — 2 у.е. На покупку гвоздик и роз можно затратить не более 30,5 у.е. При этом число гвоздик не должно отличаться от числа роз более чем на 6. Необходимо купить максимально возможное суммарное количество цветов, при этом гвоздик нужно купить как можно меньше. Сколько гвоздик и сколько роз можно купить при указанных условиях?

14.54. Множество состоит из более семи различных натуральных чисел, наименьшее общее кратное которых равно 210, а произведение — делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа, причем наибольший общий делитель любых двух из них больше единицы. Найдите все числа, составляющие это множество.

14.55. Сколько точек с целочисленными координатами находится строго внутри криволинейной трапеции, образованной осью абсцисс, прямыми $x = \frac{3}{2}$, $x = 129$ и графиком функции $y = \log_2 x$.

14.56. Найдите все целые значения n, для каждого из которых число $\log_{2n-1}(n^2 + 2)$ является рациональным.

14.57. Сократите дробь $\dfrac{1234567\overbrace{88\ldots8}^{2000}7654321}{12345678\underbrace{99\ldots9}_{1999}87654321}$ до несократимой.

14.58. Сколькими способами можно разбить на две команды группу из 7 мальчиков и 8 девочек так, чтобы в одной из команд было ровно 4 мальчика и 3 девочки?

14.59. Билеты имеют номера от 000001 до 999999. Билет считается «счастливым», если первые три его цифры нечетны и различны, а вторые – четны, причем цифры 7 и 8 не стоят рядом. Сколько существует различных номеров «счастливых» билетов?

14.60. Имеются 12 карандашей попарно различной длины. Сколькими способами можно уложить их в коробку в два слоя по шесть карандашей так, чтобы в каждом слое карандаши были упорядочены по возрастанию длины (слева направо), а каждый карандаш верхнего слоя лежал строго над карандашом нижнего слоя и был короче его?

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Тренировочная работа 6

Часть 2(С)

С1. Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + 3\operatorname{tg} x - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$.

Решение.

а) Запишем уравнение иначе:

$(\operatorname{tg}^2 x + 1) + 3\operatorname{tg} x - 5 = 0;$

$\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 4 = 0;$

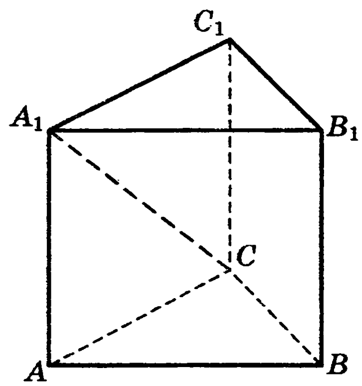
$\operatorname{tg} x = 1$ или $\operatorname{tg} x = -4$.

Следовательно, $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ принадлежат корни $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $-\operatorname{arctg} 4 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$.

С2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C.



Решение:

Поскольку $A_1B_1 \parallel AB$, искомый угол равен углу B_1A_1C. Из теоремы косинусов для треугольника B_1A_1C получим $\cos\angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$. Но $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$, поэтому $\cos\angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Ответ. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1}+7^{x}+7^{x+1}>171, \\ \log_3\dfrac{1}{x}+\log_3\left(x^2+3x-9\right)\le\log_3\left(x^2+3x+\dfrac{1}{x}-10\right). \end{cases}$$

Решение.

Из первого неравенства получаем:

$$7^{x-1}(1+7+49)>171;\quad 7^{x-1}>3;\quad x-1>\log_7 3;\quad x>1+\log_7 3.$$

Решим второе неравенство. Сделаем замену $a=\dfrac{1}{x}$, $b=x^2+3x-9$. Неравенство принимает вид

$$\log_3 a+\log_3 b\le\log_3(a+b-1);$$

$$\begin{cases} \log_3 ab\le\log_3(a+b-1), \\ a>0; \end{cases}\qquad \begin{cases} ab\le a+b-1, \\ a>0, \\ b>0. \end{cases}$$

В первом из полученных неравенств перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители: $(a-1)(b-1)\le 0$.

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{x}-1\right)\left(x^2+3x-10\right)\le 0, \\ \dfrac{1}{x}>0, \\ x^2+3x-9>0; \\ b>0 \end{cases}\qquad \begin{cases} (x-1)\left(x^2+3x-10\right)\ge 0, \\ x>0, \\ x^2+3x-9>0; \end{cases}$$

Из неравенства $x>1+\log_7 3$ следует, что $x>1$. Учитывая это, перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2+3x-10\ge 0, \\ x^2+3x-9>0. \end{cases}$$

Второе неравенство можно отбросить, поскольку оно выполняется, если выполняется первое. Получаем:

$$x^2+3x-10\ge 0.$$

Решение: $x\le -5$ или $x\ge 2$.

Учитывая условие $x>1+\log_7 3$, получаем: $x\ge 2$.

Ответ: $[2;+\infty)$.

С4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B. Известно, что расстояние между центрами равно a, причем $r<R$ и $r+R<a$. Найдите AB.

Решение:

Пусть O_1 — центр окружности радиуса R, O_2 — центр окружности радиуса r, A и B соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной, C и D соответственно — с внутренней, P — основание перпендикуляра, опущенного из O_2 на O_1A (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника O_1O_2P находим, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R-r)^2},$$

а т.к. APO_2B — прямоугольник, то $AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R-r)^2}$.

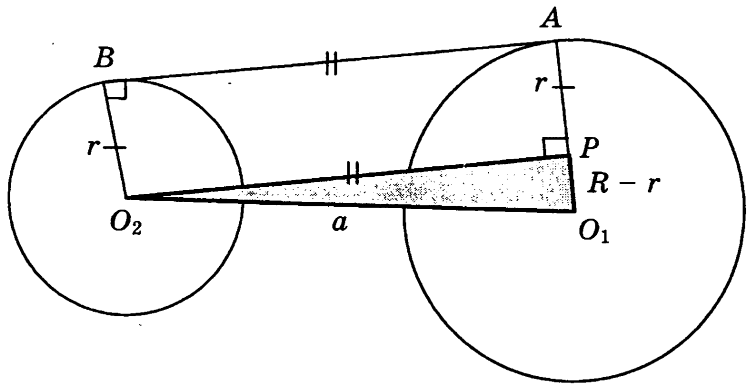


Рис. 1

Пусть Q — основание перпендикуляра, опущенного из O_1 на продолжение радиуса O_2D (рис. 2). Тогда $O_1Q = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2Q^2} = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$,
а т.к. DQO_1C — прямоугольник, то $CD = O_1Q = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.

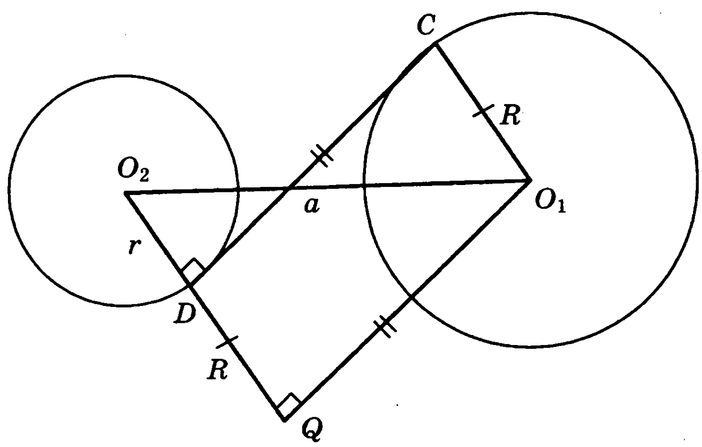


Рис. 2

Ответ: $\sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.

C5. Найдите все a, при каждом из которых уравнение $\sin|\operatorname{arctg} x| + a\cos\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{2}\right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$ имеет хотя бы одно решение.

Решение:

Воспользуемся формулой $\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ и преобразуем правую часть уравнения:

$$\frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}} = a|\sin(\operatorname{arctg} x)| = a\sin|\operatorname{arctg} x|.$$

Ввиду чётности косинуса $a\cos\left(\dfrac{\operatorname{arctg}x}{2}\right) = a\cos\left(\dfrac{1}{2}\left|\operatorname{arctg}x\right|\right)$. Таким образом, уравнение принимает вид $\sin\left|\operatorname{arctg}x\right| + a\cos\left(\dfrac{1}{2}\left|\operatorname{arctg}x\right|\right) = a\sin\left|\operatorname{arctg}x\right|$.

Введём переменную $t = \dfrac{1}{2}\left|\operatorname{arctg}x\right|$; заметим, что $0 \le t < \dfrac{\pi}{4}$. Преобразуем уравнение:

$$\sin 2t + a\cos t = a\sin 2t;$$
$$2(1-a)\cos t\sin t + a\cos t = 0;$$
$$\cos t(2(1-a)\sin t + a) = 0.$$

Так как $0 \le t < \dfrac{\pi}{4}$, $\cos t \ne 0$. Разделим обе части на $\cos x$:

$$2(1-a)\sin t + a = 0;\ \ \sin t = \frac{a}{2(a-1)}.$$

Это уравнение имеет решения на промежутке $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right)$, если и только если $0 \le \dfrac{a}{2(a-1)} < \sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Таким образом, нужно решить систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{a}{a-1} \ge 0, \\ \dfrac{a}{a-1} < \sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение первого неравенства: $a \le 0$ или $a > 1$. Решение второго неравенства: $a < 1$ или $a > 2+\sqrt{2}$. Получаем решение системы: $a \le 0$, $a > 2+\sqrt{2}$.

Ответ: $(-\infty; 0]$; $(2+\sqrt{2}; +\infty)$.

С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я I 2 3 4 5 6 7 8 9 0
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Регион | Код предмета | Название предмета

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Совпадение номеров вариантов в задании и бланке регистрации подтверждаю
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Резерв - 5

ВНИМАНИЕ! ***Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте***

Номера заданий типа А с выбором ответа из предложенных вариантов

Образец написания метки ☒

ЗАПРЕЩЕНЫ исправления в области ответов.
Будьте аккуратны. Случайный штрих внутри квадрата может быть воспринят как метка.

Номера вариантов ответа: 1, 2, 3, 4

A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 A12 A13 A14 A15 A16 A17 A18 A19 A20 A21 A22 A23 A24 A25 A26 A27 A28 A29 A30

A31 A32 A33 A34 A35 A36 A37 A38 A39 A40 A41 A42 A43 A44 A45 A46 A47 A48 A49 A50 A51 A52 A53 A54 A55 A56 A57 A58 A59 A60

Замена ошибочных ответов на задания типа **А**

1 | 2 | 3 | 4

А
А
А
А

Резерв - 6

Резерв - 7

Результаты выполнения заданий типа В с ответом в краткой форме

B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B8 B9 B10

B11 B12 B13 B14 B15 B16 B17 B18 B19 B20

Замена ошибочных ответов на задания типа В

В -
В -
В -
В -
В -
В -

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 2

Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **С1**.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! ***Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета***

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

ОТВЕТЫ. ЧАСТЬ I

Тренировочная работа 1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
26	5	7,5	1020	42	0,5	−9	6	126	0,1	4	500	3	20

C1	а) $\left\{\left((-1)^n \frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right) \middle\| n, k \in Z\right\}$; б) $\frac{3\pi}{2};\ \frac{9\pi}{4};\ \frac{5\pi}{2}$
C2	$\operatorname{arctg} 3$ или $\operatorname{arctg}\frac{21}{17}$
C3	$0;\ (1;\ \log_2 3)$
C4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
C5	$(-1;\ 0) \cup (0;\ 1)$
C6	а) нет; б) нет; в) 16

Тренировочная работа 2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
215,6	4	8	1547	5	0,8	14	0,25	175	0,25	9	30	192	−5

C1	а) $0; -\log_2 19$; б) $-\log_2 19$
C2	$\frac{1}{4}$
C3	$2;\ [3;\ 4)$
C4	45°, 75°, 60° или 135°, 15°, 30° или 120°, 15°, 45° или 105°, 30°, 45°
C5	0
C6	$m = n = k = 2$

Тренировочная работа 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
9	16	45	0,5	8	2,4	2	0,6	8	0,02	54	12	60	5

C1	а) $\frac{\pi k}{3},\ k \in Z$. б) $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
C2	1,2
C3	$1-\sqrt{2} < x < \frac{2}{3},\ \ 1 < x < 1+\sqrt{2}$
C4	45° или 135°
C5	$-3;\ 5\sqrt{2}-8;\ 2-5\sqrt{2}$
C6	2500 или 400

Тренировочная работа 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
190	6	3	0,78	−8	99	0,75	2	24	0,5	4	1200	53	21

C1	а) $2\pi k,\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z$; б) $\frac{11\pi}{4};\frac{13\pi}{4}$
C2	14
C3	5
C4	$\sqrt{\frac{3a^2+2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2+3b^2}{5}}$
C5	$a\le -0,75;\ a\ge 0,75$
C6	а) нет, б) нет, в) да.

Тренировочная работа 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
11	11800	2	1110	55	4	20	10	90	0,4	6	400	140	−3

C1	а) 1; $\log_2 6$; б) $\log_2 6$
C2	2 или 14
C3	2
C4	28 или $2\sqrt{181}$
C5	$-2<a\le 0$
C6	24

Тренировочная работа 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
7	30	5	6740	2	0,4	−5	0,5	6	0,98	2	13,75	21	9

C1	а) $\frac{\pi}{4}+\pi k,\ -\operatorname{arctg}4+\pi k,\ k\in Z$; б) $-\frac{3\pi}{4},\ -\operatorname{arctg}4,\ \frac{\pi}{4}$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
C3	$[2;\ +\infty)$
C4	$\sqrt{a^2-(R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2-(R+r)^2}$
C5	$(-\infty;0];\ (2+\sqrt{2};+\infty)$
C6	Да

Тренировочная работа 7

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
240	4	6	1260	29	6	2	0	45	0,04	350	40	53	−3

C1	а) $-\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi n}{3}$, $n \in Z$; б) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}$
C2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
C3	$[5; +\infty)$
C4	$8\sqrt{3}$ или 24
C5	0; $\frac{49}{16}$
C6	11

Тренировочная работа 8

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
7	9	21	1330	−20	60	9	2	15	0,64	192	0,81	10	181

C1	а) $\frac{\pi}{6}+2n\pi$; $n \in Z$; $\frac{5\pi}{6}+2n\pi$, $n \in Z$; $\frac{\pi}{2}+2n\pi$, $n \in Z$; б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$
C2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
C3	$(-\sqrt{2};-1);(1;\sqrt{2})$
C4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
C5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$
C6	а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479.

Тренировочная работа 9

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
10980	4	7,5	756	4	0,6	−2	−1,5	16	0,82	18	11	−2	−1

C1	$n\pi$; $-\frac{2\pi}{3}+2n\pi$, $n \in Z$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
C3	6
C4	165° или 105°
C5	0; $\frac{49}{16}$
C6	а) нет, б) нет, в) да

Тренировочная работа 10

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	3	9	208800	−11	1	2	9	32	0,8	8	14	4	80

C1	а) $\frac{\pi}{4}+\pi k,\ -\operatorname{arctg}3+\pi k$, где $k\in Z$; б) $2\pi-\operatorname{arctg}3; \frac{9\pi}{4}$
C2	$\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$
C3	$1;\ (2;\ \log_2 5)$
C4	$\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$.
C5	$-24 < a < 18$
C6	а) нет, б) нет, в) да.

Тренировочная работа 11

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
22	2	8	238000	−9	44	2	0,25	90	0,48	5	1,8	300	11

C1	$-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ (-1)^{m+1}\arcsin\frac{2}{3}+\pi m,\ n,\ m\in\mathbb{Z};\ \frac{3\pi}{2},\ 2\pi-\arcsin\frac{2}{3},\ \pi+\arcsin\frac{2}{3}$
C2	0,5
C3	$(0,25;\ 0,5]\cup[2;+\infty)$
C4	$\frac{1323}{20}$
C5	$a=-3;\ a=1$
C6	$k=2,\ n=4$

Тренировочная работа 12

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
23	11	9	387000	6	11	2	7	9	0,375	8	1000	40	9

C1	$x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$
C2	0,5
C3	3
C4	6
C5	$a=-4$, b — любое; $a=4$, $b=2$
C6	64 и 6084

Тренировочная работа 13

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	10	10,5	731,5	32	36	2	5	40	0,2	15	30	75	13

C1	$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$
C2	$\frac{2}{3}$
C3	2
C4	1 : 1
C5	$a=-2$
C6	2011, 3015

Тренировочная работа 14

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	20	7,5	54	−7	8	4	3	2	0,25	45	30	72	13

C1	$(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{17\pi}{6},-\frac{13\pi}{6}$
C2	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
C3	$(-4;-3)\cup(-1;3)$
C4	$\frac{\sqrt{5}}{6}$
C5	$a=2$
C6	$a=273$

Тренировочная работа 15

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1449	4000000	9	18	45	34	2	4	10	0,1	30	7	9	16

C1	$-\operatorname{arctg}2+\pi n,\ -\operatorname{arctg}3+\pi m,\ n,\ m\in\mathbb{Z};\ -\pi-\operatorname{arctg}2,\ -\pi-\operatorname{arctg}3$
C2	2
C3	$[-2;-1);(-1;0);(0;1);(1;2]$
C4	2 или 6
C5	$a=-\frac{1}{4};\ a=-\frac{1}{8}$
C6	$x_1=12,\ x_2=13$

Тренировочная работа 16

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
2	7000	10,5	168000	−1	3	12	3	0,7	0,96	20	0,3	10	−1

C1	$x = \pi - \operatorname{arcctg}\frac{4}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$
C2	$2\sqrt{7}$
C3	$-1,5$
C4	$a\sqrt{1 \pm \frac{r}{R}}$
C5	$a = \frac{4}{3}$
C6	3

Тренировочная работа 17

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
13	4	5	754600	7	28	10	−0,5	6	0,2	864	1,6	120	−18

C1	$2\pi n,\ \pm\arccos\frac{1}{7} + 2\pi m,\ n,\ m \in \mathbb{Z};\ 0,\ \pm\arccos\frac{1}{7}$
C2	2
C3	2
C4	$2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}$
C5	$a = 1$
C6	503

Тренировочная работа 18

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
72	4500	10	23,5	16	7	12	0,25	45	0,375	5	180	15,4	−1

C1	$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\pi}{3}$
C3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
C4	$2\sqrt{21} - 9$ или $3 + 2\sqrt{3}$
C5	$-8;\ 0;\ 1;\ 9$
C6	$a = -3,\ b = -1$

Тренировочная работа 19

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	6	6	1840	0,25	9	−2	5	3	0,5	512	25	25	−5

C1	$\pm\arccos\frac{2}{5}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -2\pi-\arccos\frac{2}{5},\ -2\pi+\arccos\frac{2}{5}$
C2	2
C3	−4; [3,5; 4]
C4	$\frac{7\pm2\sqrt{6}}{6}$
C5	$a=4$
C6	$n=0,\ x=3;\ n=0,\ x=-3$

Тренировочная работа 20

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
54	8	20	786	1,5	120	535	3	3	0,6	84	37	30	28

C1	$2\pi n,\ \pm\arccos\frac{1}{6}+2\pi m,\ n,\ m\in\mathbb{Z};\ -2\pi-\arccos\frac{1}{6},\ -2\pi+\arccos\frac{1}{6}$
C2	$\frac{12}{7}$
C3	3
C4	$\sqrt{\frac{13}{3}}$ или $\sqrt{\frac{19}{3}}$
C5	$a=b=-2$
C6	51

Тренировочная работа 21

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
72	10	7,5	731,5	0,25	2,4	−9	0,6	3	0,5	5	30	75	13

C1	$2\pi n,\ \pm\arccos\frac{1}{6}+2\pi m,\ n,\ m\in\mathbb{Z};\ -2\pi-\arccos\frac{1}{6},\ -2\pi+\arccos\frac{1}{6}$
C2	2
C3	2
C4	45° или 135°
C5	$(-1;\ 0)\cup(0;\ 1)$
C6	$a=-3,\ b=-1$

Тренировочная работа 22

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	4500	10,5	1020	1,5	120	20	2	45	0,1	54	400	40	−1

C1	$\pm\arccos\frac{2}{5}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -2\pi-\arccos\frac{2}{5},\ -2\pi+\arccos\frac{2}{5}$
C2	1,2
C3	$(-2;-1]\cup(1;2)$
C4	$\sqrt{35}\pm\sqrt{15}$
C5	$a=-2$
C6	а) нет, б) нет, в) да

Тренировочная работа 23

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
8	8	3	1840	32	7	0,75	7	24	0,375	84	12	140	28

C1	$x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$
C2	$\frac{12}{7}$
C3	−4; [3,5; 4]
C4	$2\sqrt{21}-9$ или $3+2\sqrt{3}$
C5	$-3;\ 5\sqrt{2}-8;\ 2-5\sqrt{2}$
C6	24

Тренировочная работа 24

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
190	16	9	387000	−8	9	2	3	40	0,6	512	1200	15,4	−3

C1	а) $\frac{\pi k}{3},\ k\in Z$. б) $\frac{2\pi}{3},\pi,\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3},2\pi$
C2	$\frac{\pi}{3}$
C3	2
C4	$\sqrt{\frac{13}{3}}$ или $\sqrt{\frac{19}{3}}$
C5	$a=-4$, b — любое; $a=4$, $b=2$
C6	а) нет; б) нет; в) 16

Тренировочная работа 25

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1449	4000000	9	18	45	34	2	4	10	0,1	30	7	9	16

C1	$-\operatorname{arctg} 2+\pi n,\ -\operatorname{arctg} 3+\pi m,\ n,\ m \in \mathbb{Z};\ -\pi-\operatorname{arctg} 2,\ -\pi-\operatorname{arctg} 3$
C2	2
C3	$[-2; -1); (-1; 0); (0; 1); (1; 2]$
C4	2 или 6
C5	$a=-\frac{1}{4}$; $a=-\frac{1}{8}$
C6	$x_1=12,\ x_2=13$

Тренировочная работа 26

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
9	6	45	1110	42	11	2	5	9	0,02	4	37	60	−5

C1	а) $\left\{\left((-1)^n \frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right) \middle| n, k \in \mathrm{Z}\right\}$; б) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{2}$
C2	2 или 14
C3	5
C4	6
C5	$a=b=-2$
C6	64 и 6084

Тренировочная работа 27

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
11	11	10	0,5	6	0,5	535	0,25	8	0,4	8	1000	30	20

C1	$x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$
C2	14
C3	3
C4	$\sqrt{\frac{3a^2+2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2+3b^2}{5}}$
C5	$-2<a \leq 0$
C6	2011, 3015

Тренировочная работа 28

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
54	5	20	0,78	55	4	2	5	90	0,5	15	500	25	21

C1	а) 1; $\log_2 6$; б) $\log_2 6$
C2	$\frac{2}{3}$
C3	$1-\sqrt{2} < x < \frac{2}{3}$, $1 < x < 1+\sqrt{2}$
C4	1 : 1
C5	$a \le -0{,}75$; $a \ge 0{,}75$
C6	51

Тренировочная работа 29

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
26	6	2	786	16	99	2	10	126	0,375	4	25	53	9

C1	$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
C2	0,5
C3	0; $(1; \log_2 3)$
C4	28 или $2\sqrt{181}$
C5	$a = 4$
C6	$n = 0$, $x = 3$; $n = 0$, $x = -3$

Тренировочная работа 30

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
23	11800	6	23,5	8	36	−2	6	3	0,2	6	180	3	5

C1	а) $2\pi k$, $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in Z$; б) $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$
C2	arctg 3 или $\operatorname{arctg}\frac{21}{17}$
C3	3
C4	$\frac{7 \pm 2\sqrt{6}}{6}$
C5	−8; 0; 1; 9
C6	2500 или 400

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я I 2 3 4 5 6 7 8 9 0
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Регион | Код предмета | Название предмета | С правилами экзамена ознакомлен и согласен. Совпадение номеров вариантов в задании и бланке регистрации подтверждаю. Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка | Резерв - 5

ВНИМАНИЕ! *Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте*

Номера заданий типа А с выбором ответа из предложенных вариантов

Образец написания метки ☒

ЗАПРЕЩЕНЫ исправления в области ответов.
Будьте аккуратны. Случайный штрих внутри квадрата может быть воспринят как метка.

Номера вариантов ответа: 1, 2, 3, 4

A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 A12 A13 A14 A15 A16 A17 A18 A19 A20 A21 A22 A23 A24 A25 A26 A27 A28 A29 A30

A31 A32 A33 A34 A35 A36 A37 A38 A39 A40 A41 A42 A43 A44 A45 A46 A47 A48 A49 A50 A51 A52 A53 A54 A55 A56 A57 A58 A59 A60

Замена ошибочных ответов на задания типа **А**

1 | 2 | 3 | 4

Резерв - 6

Резерв - 7

Результаты выполнения заданий типа В с ответом в краткой форме

B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B8 B9 B10

B11 B12 B13 B14 B15 B16 B17 B18 B19 B20

Замена ошибочных ответов на задания типа В

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 2

Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **С1**.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! ***Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета***

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

ОТВЕТЫ. ЧАСТЬ II

Демоверсия ЕГЭ по математике. Часть 2 (С)

С1. $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ \ x = -\arccos\frac{2}{3} + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}.$

С2. $30°$.

С3. -1.

С4. 1 или 7.

С5. $a = 4$.

С6. $a = 2,\ \ b = 5$.

Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ

Вариант 1

С1. $x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{9} + \pi n,\ \ n \in \mathbb{Z},\quad y = -\frac{1}{9}$.

С2. $\operatorname{arctg}\frac{15}{32}$.

С3. $x < -3,\ \ x > 3$.

С4. $1\frac{25}{26}$.

С5. $\sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$.

С6. 1 и 875.

Вариант 2

С1. $(x = \pm\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n; y = -\frac{1}{4}), n \in \mathbb{Z}.$

С2. $\operatorname{arctg}\frac{37}{20}$.

С3. $[-3;-2) \cup (-2;-1) \cup (-\frac{1}{9};0).$

С4. $44,\ \frac{33}{2}$.

С5. $\frac{1}{6} < a < 4 + \sqrt{14}$.

С6. 1 и 6174.

Вариант 3

С1. $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\quad n \in \mathbb{Z}$.

С2. $2\sqrt{7}$.

С3. $\left(-5\frac{1}{8};-5\right) \cup (-3;-1)$.

С4. 20, 6 или 4.

С5. $\pm 12/5$.

С6. 55, неположительных, 26.

Задания части 2 (С)

1.1. $x = \pm 3$.

1.2. $x = 0, x = 2$.

1.3. $x = -4, x = -2$.

1.4. $x = 1, x = \frac{5}{3}$.

1.5. решений нет.

1.6. $x = 1$, $x = 2010$.

1.7. $x = -1, x = 2011$.

1.8. $x = \pm\frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm 1$.

1.9. $x = \pm\sqrt{3}$.

1.10. $x = -\sqrt[3]{3}, x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.

1.11. $x = -2$, $x = 4$.

1.12. $x = -1$.

1.13. $x = 3$.

1.14. $x = -1$, $x = 1$.

1.15. $x = -4$, $x = 2$.

1.16. $x = 1$, $x = 6$.

1.17. $x = 1$, $x = 12$.

1.18. $x = -1, x = 5, x = 2 \pm \sqrt{21}$.

1.19. $1 \le x \le \frac{5}{3}$.

1.20. $x < -3, x > \frac{2}{3}$.

1.21. $1 < x < 2010$.

1.22. $x \le -2011$, $x \ge -1$.

1.23. x — любое.

1.24. решений нет.

1.25. $x = 3/2$.

1.26. $-\frac{5\sqrt{2}}{2} < x < -1, \quad 1 < x < \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

1.27. $-\sqrt{3} \le x \le \sqrt{3}$.

1.28. $x < -\sqrt[3]{3}, x > \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.

1.29. $-\frac{4}{5} < x < \frac{1}{3}$.

1.30. $x < -\frac{5}{3}, \ x > -\frac{3}{2}$.

1.31. $(1;2) \cup (2;3)$.

1.32. $(-\infty;-1) \cup (-1;0) \cup (2;+\infty)$.

1.33. $x < -4, \quad 0 < x < 1$.

1.34. $(-\infty;-1) \cup (0;5)$.

1.35. x — любое.

1.36. $x \le 3, x \ge 5$.

1.37. $-3 < x < -2$.

1.38. $-8 \le x \le -\frac{5}{2}$.

1.39. $(-\infty;-7) \cup (-7;-\frac{1}{2}) \cup (1;+\infty)$.

1.40. $(-\infty;-5) \cup (1;2) \cup (6;+\infty)$.

1.41. $-1 < x < 6$.

1.42. $(-5;1) \cup \{5\}$.

1.43. $[1;3) \cup (3;4]$.

1.44. $(-1-\sqrt{2};-2) \cup (-2;-1+\sqrt{2}) \cup (2$

1.45. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right] \cup (2;+\infty)$.

1.46. $-7 < x < -3$.

1.47. $(-\infty;-4)\cup(-1;+\infty)$.

1.48. $(-\frac{9}{2};-2)\cup(3;+\infty)$.

1.49. $(-\infty;-3)\cup(0;+\infty)$.

1.50. $0<x\le 5;\ \ x\ge 12$.

1.51. $x<0,\ 0<x<1$.

1.52. $-1<x$.

1.53. $-6\le x<-5,\ x\ge 1$.

1.54. $[2;4]\cup(6;+\infty)$.

1.55. $(-\infty;-1)\cup(0;1)\cup(\frac{3}{2};+\infty)$.

1.56. $x<-3$.

1.57. $(-\infty;-23)\cup(20;+\infty)$.

1.58. $x<-\sqrt{2},x>\sqrt{2}$.

1.59. $-1<x<0,x>0$.

1.60. $-4<x<-3$.

1.61. $-5\le x<-2,-2<x\le 1$.

1.62. $x<-3,\ x>5$.

1.63. $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$.

1.64. $(-1;0)\cup(0;1)$.

1.65. $(-6;0)$.

1.66. $(-\infty;-\frac{8}{3})\cup(-\sqrt{7};2)\cup(\sqrt{7};+\infty)$.

1.67. $[-4;-3)\cup(-2;1]$.

1.68. $x\le-\frac{11}{2},\ \ -1<x<-\frac{2}{3},\ \ x>9$.

1.69. $(-1;-\frac{\sqrt{737}-11}{28})\cup(-\frac{4}{7};\frac{11+\sqrt{737}}{28})$.

1.70. $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

1.71. $(-1-\sqrt{2};-1)\cup(0;\sqrt{2}-1)\cup(1;+\infty)$.

1.72. $(-8;-2)\cup(-1;0)$.

1.73. $(1;2)\cup(3;+\infty)$.

1.74. $(-\infty;-1]\cup[1;2]\cup[4;+\infty)$.

1.75. $[-3;-2)\cup[-1;0)\cup[1;+\infty)$.

1.76. $-9<x\le-3,\ \ -1<x<0,\ \ x\ge 3$.

1.77. $-3<x<-2,\ \ -1\le x\le 5$.

1.78. $0<x\le 1,\ \ 6<x<7$.

1.79. $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

1.80. $x\le-4,\ \ -3\le x<-\frac{11}{4},\ \ -\frac{11}{4}<x\le-2,\ \ x\ge 1$.

2.1. $x=\frac{1}{5},\ x=1$.

2.2. $x=-\sqrt{\frac{7}{3}},\ x=\sqrt{\frac{7}{3}}$.

2.3. $x=5$.

2.4. $x=3$.

2.5. $x=3$.

2.6. $x=5$.

2.7. $x=-3$.

2.8. $x=1$.

2.9. $x=0$.

2.10. $x=\frac{\sqrt{17}-3}{2}$.

2.11. $x=4$.

2.12. $x=-27,x=8$.

2.13. $x=2$.

2.14. $x=-\frac{5}{3}$.

2.15. $x=0,\ x=\frac{3}{2}$.

2.16. $x=-5$.

2.17. $x=5$.

2.18. $x=1$.

2.19. $x=\sqrt{3}$.

2.20. $x=4$.

2.21. $x=9$.

2.22. $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

2.23. $x = 8$.

2.24. $x = 3$.

2.25. $x = -1,\ x = \frac{8}{3}$.

2.26. $x = -7$.

2.27. $x = 0, x = 1, x = 9$.

2.28. $x = 2\frac{1}{63},\ x = 2\frac{1}{728}$.

2.29. $5 \le x \le 10$.

2.30. $x = \frac{1}{2},\ x = \frac{1}{5},\ x = \frac{4}{5}$.

2.31. $x = -1,\ x \ge 2$.

2.32. $\frac{3}{2} < x \le 3$.

2.33. $2 < x \le 4$.

2.34. $1 - \sqrt{5} < x \le -1,\ \ 3 \le x < 1 + \sqrt{5}$.

2.35. $x < \frac{1}{2}$.

2.36. $-2 < x \le 2$.

2.37. $x > -1$.

2.38. $-30 \le x < 6$.

2.39. $5 < x$.

2.40. $\frac{5}{2} \le x < 3$.

2.41. $-1 \le x < -\frac{3}{5},\ 0 < x \le 1$.

2.42. $x \le -1$.

2.43. $x \le -5,\ -\frac{4}{3} \le x < 4$.

2.44. $\boldsymbol{x > -1}$.

2.45. $x < -\frac{5}{3},\ x > 1$.

2.46. $3 < x$.

2.47. $-\frac{2\sqrt{3}}{3} \le x < -1$.

2.48. $1 \le x < \frac{3}{2}$.

2.49. $\frac{16}{3} \le x < 8$.

2.50. $-\frac{\sqrt{13} - 1}{6} < x \le 1,\ x \ge 2$.

2.51. $-1 \le x \le 1$.

2.52. $1 \le x$.

2.53. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} < x \le 4$.

2.54. $-8 < x \le 1$.

2.55. $1 < x < \frac{5}{4},\ \frac{5}{3} < x$.

2.56. $1 < x < 2,\ \ 2 < x < \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$.

2.57. $-5 \le x \le 0$.

2.58. $-1 - \sqrt{13} \le x \le 0,\quad \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \le x \le \sqrt{13} - 1$.

2.59. $x > \sqrt[3]{\frac{5}{4}}$.

2.60. $-3 \le x < 2\sqrt{\sqrt{5} - 2} - 2$.

3.1. $x \ge -2$.

3.2. $x = -\frac{4}{3}$.

3.3. $x = -\frac{13}{4},\ x = \frac{9}{2}$.

3.4. $x = -4,\ x = 4$.

3.5. $x \le \frac{5}{2}$.

3.6. $x = -2, x = 2$.

3.7. $x = -1, x = 11$.

3.8. $x = -3, x = -4$.

3.9. $x = -4, x = -1$.

3.10. $x = -1, x = 1$.

3.11. $x = 1, x = 3$.

3.12. $x = -\frac{70}{13}, x = -\frac{13}{2}, x = 0$.

3.13. $x = -3, x = 25$.

3.14. $x \le -2$.

3.15. $-\frac{4}{7} \le x$.

3.16. $x = 2$.

3.17. $-6 \le x \le 0, x = 12$.

3.18. $x = -1$.

3.19. $-\frac{15}{2} \le x \le \frac{7}{2}$.

3.20. $x = -4, x = -1$.

3.21. $-3 < x < -2$.

3.22. $x \le -\frac{3}{2}, x \ge -\frac{1}{6}$.

3.23. $-6 < x < -3, \ -2 < x < 1$.

3.24. $x \le -2, x \ge 2$.

3.25. $x < -3, x > -\frac{1}{3}$.

3.26. $x \le 1$.

3.27. $x < -5, x > 2$.

3.28. $x < -\frac{9}{2}$.

3.29. $-4 < x < -2, \ 2 < x < 4$.

3.30. $-3 \le x \le 3$.

3.31. $-3 \le x \le -1$.

3.32. $-4 < x < -2$.

3.33. $-3 \le x \le -1$.

3.34. $x \le -\frac{4 + \sqrt{19}}{3}, x \ge \frac{\sqrt{19} -}{3}$

3.35. $-3 < x < -1$.

3.36. $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x < 0, 0 < x < 1$.

3.37. $\frac{3 - \sqrt{73}}{4} \le x < -1, -1 < x \le -\frac{1}{2}, x \ge 2$.

3.38. $x < 2, 2 < x < 6, x \ge 8$.

3.39. $x < -4, x = -3, x > -2$.

3.40. $\frac{3}{7} < x < \frac{11}{7}$.

3.41. $-27 < x < -1, x = -1, 0 < x < 1$.

3.42. $0 < x < -9$.

3.43. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

3.44. $-5 < x < -2$.

3.45. $-3 - 2\sqrt{2} < x < 5$.

3.46. $x \le 2 - \sqrt{2}, x \ge 5 + \sqrt{19}$.

3.47. $-4 < x < -3, 2 < x < 7$.

3.48. $x \le 0, 1 \le x \le 6$.

3.49. $x < -2 - 2\sqrt{3}, x > -2\sqrt{2}$.

3.50. $-3 < x < \frac{3 + \sqrt{65}}{2}$.

3.51. $-\frac{9 + \sqrt{57}}{4} < x < -2, -2 < x < -1, x > \frac{3}{2}$.

3.52. $-200 < x < 66, x > 199$.

3.53. $x < -2,\ x > 0$.

3.54. $2-\sqrt{3} \le x < 2,\ 4 < x \le 5$.

3.55. $x < 1,\ x > 2$.

3.56. $-5 < x < -3,\ -3 < x < -2,\ 2 < x < 5$.

3.57. $-2 < x \le -\dfrac{3}{2}$.

3.58. $x > -3$.

3.59. $x \le 0,\ x \ge 1$.

3.60. $x \le -\dfrac{5}{2},\ -\dfrac{8}{5} \le x \le 0$.

4.1. $x \in \varnothing$.

4.2. $x = (-1)^n \arcsin\dfrac{\pi}{6} + n\pi; n \in \mathbb{Z}$ $\quad (\arcsin\dfrac{\pi}{6} \ne \dfrac{1}{2}!)$.

4.3. $x = \dfrac{\pi}{10} + \dfrac{k\pi}{5},\ x = \pm\dfrac{\pi}{20} + \dfrac{2n\pi}{5};\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.4. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ x = (-1)^n \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{n\pi}{2};\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.5. $x = -\dfrac{\pi}{3} + n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.6. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ x = \pm\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{3}{4} + n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$

4.7. $x = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + n\pi;\ n \in \mathbb{Z}$.

4.8. $x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.

4.9. $x = \pi - \arcsin\dfrac{3}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.

4.10. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

4.11. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

4.12. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi,\ x = \dfrac{n\pi}{2};\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.13. $x = \dfrac{\pi}{4} + \pi k,\quad x = \dfrac{2\pi}{5}n,\quad x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{2\pi}{3}m,\qquad k, n, m \in \mathbb{Z}$.

4.14. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ x = arctg 3 + \pi n;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.15. $x = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

4.16. $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ x = 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.17. $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ x = 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.18. $x = (2k+1)\pi,\ x = -\dfrac{\pi}{2} + 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.19. $x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

4.20. $x = \dfrac{1}{3} + \dfrac{4k+1}{12}\pi,\ x = \dfrac{1}{6} + \dfrac{2n+1}{24};\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.21. $x = -\arccos\dfrac{4}{5} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

4.22. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ x = \dfrac{7\pi}{10} + 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.23. $x = \dfrac{\pi}{24} + \dfrac{k\pi}{2},\ x = -\dfrac{\pi}{12} + n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.24. $x = k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

4.25. $x = -arctg(2 \pm \sqrt{3}) + k\pi = (-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{n\pi}{2};\ k,\ n \in \mathbb{Z}$.

4.26. $x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.

4.27. $x = -\dfrac{3\pi}{4} + k\pi,\ x = n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.28. $x = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{2} + k\pi,\ x = -\operatorname{arctg}\dfrac{3}{2} + n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

4.29. $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{4};\ k \in \mathbb{Z}$.

4.30. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi,\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{4};\ k, n \in \mathbb{Z}.$

4.31. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}.$

4.32. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi,\ x = \pm\frac{\pi}{10} + n\pi,\ x = \pm\frac{3\pi}{10} + m\pi;\ k, n, m \in \mathbb{Z}.$

4.33. $x = -arctg\,\frac{1}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.34. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.35. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k,\ \ x = \frac{\pi}{2} + \pi n;\quad k, n \in \mathbb{Z}.$

4.36. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ x = \frac{\pi}{4} + n\pi,\ x = -arctg\,\frac{1}{3} + m\pi;\ k, n, m \in \mathbb{Z}.$

4.37. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi,\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2};\ k, n \in \mathbb{Z}.$

4.38. $x = -2\arccos\frac{1}{\sqrt{5}} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.39. $x = k\pi,\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{3};\ k, n \in \mathbb{Z}.$

4.40. $x = \frac{2n+1}{18}\pi;\ n \in \mathbb{Z},\ n \neq 9k + 4,\ k \in \mathbb{Z}$

4.41. $x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi,\ x = \frac{\pi}{3} + 4n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}.$

4.42. $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}.$

4.43. $x = \pm 1 \pm \sqrt{1 + \frac{\pi}{2} + 2k\pi};\ k = 0, 1, 2, \ldots$

4.44. $x = \pm\frac{\pi}{4} \pm \arccos\frac{\sqrt{2}}{4} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}.$

4.45. $x = \operatorname{arctg}\frac{2k + 1 \pm \sqrt{4k^2 + 4k - 15}}{4} + n\pi,\ \ x = \pm\operatorname{arctg}2 + m\pi;\ k = 3, \pm 4, \pm 5, \ldots,\ n,\ m \in \mathbb{Z}.$

4.46. $x = -\sin 1.$

4.47. $x = \cos 2.$

4.48. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

4.49. $x = 1,\ x = 0.$

4.50. $x = \frac{1}{\sqrt{5}}.$

4.51. $\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.52. $\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \le x \le \frac{4\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.53. $-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$

4.54. $2k\pi \le x < \arccos\frac{1}{4} + 2k\pi,\ \ \arccos\frac{1}{5} + 2n\pi < x < -\arccos\frac{1}{5} + 2(n+1)\pi,$

$-\arccos\frac{1}{4} + 2(m+1)\pi < x \le 2(m+1)\pi;\ k,\ n,\ m \in \mathbb{Z}.$

4.55. $-\sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} \le x \le \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}}.$

4.56. $\frac{\pi}{8} + k\pi < x < -\frac{\pi}{8} + \frac{(2k+1)\pi}{2};\ k \in \mathbb{Z}.$

4.57. $(2k+1)\pi x < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi,\ \ \arccos(\frac{2}{3} + \sqrt{2}) + 2n\pi < x < \arccos(\frac{2}{3} - \sqrt{2}) + 2n\pi;\ k,\ n \in \mathbb{Z}.$

4.58. $2k\pi < x < (2k+1)\pi;\ k \in \mathbb{Z}.$

4.59. $-1 \le x \le -\frac{7}{8},\ x = 1.$

4.60. $x \le \frac{4\pi + 18}{5},\ \ 8\pi - 18 \le x \le 18 - 3\pi.$

5.1. $x=-4,\ x=-2$.

5.2. $x=\frac{1}{2}$.

5.3. $x=-\frac{38}{3}$.

5.4. $x=-2\pm\sqrt{7/2}$.

5.5. $x=1$.

5.6. $x=-1$.

5.7. $x=2$.

5.8. $x=7$.

5.9. $x=1$.

5.10. $x=1$.

5.11. $x=2$.

5.12. $x=2$.

5.13. $x=-1$.

5.14. $x=-2,\ x=2$.

5.15. $x=-3$.

5.16. $x=3$.

5.17. $x=-3,\ x=-1$.

5.18. $x=2$.

5.19. $x=0$.

5.20. $x=0$.

5.21. $x=0$.

5.22. $x=0$.

5.23. $x=-2$.

5.24. $x=\log_{2/5}3$.

5.25. $x=-2,\ x=-1$.

5.26. $x=\log_{(\sqrt{5}-1)/2}(2/3)$.

5.27. $x=0,\ x=2$.

5.28. $x=-\frac{1}{4}$.

5.29. $x=-1,\ x=1$.

5.30. $x=-2,\ x=2$.

5.31. $-\frac{1}{2}<x$.

5.32. $x>-\frac{3}{4}$.

5.33. $x<7$.

5.34. $x<-\frac{1}{2},\ x>\frac{5}{8}$.

5.35. $x<0, 1<x<3$.

5.36. $x<-3-\sqrt{3},\ x>-3+\sqrt{3}$.

5.37. $-\frac{1}{3}<x<0$.

5.38. $-4<x<-1$.

5.39. $x\neq-\frac{1}{2}$.

5.40. $x<-1,\ x>-\frac{1}{2}$.

5.41. $x<-\frac{1}{3},\ x>4$.

5.42. $x\geq-2$.

5.43. $-1<x<0$.

5.44. $x<0$.

5.45. $x>-\frac{1}{\lg 5}$.

5.46. $x>-3$.

5.47. $x<0,\ x>\log_4 3$.

5.48. $x>\frac{1}{2}$.

5.49. $-\frac{2}{3}<x<1$.

5.50. $\frac{1}{2}\leq x<1$.

5.51. $x \in \mathbb{R}$.

5.52. $x \le -1,\ x > 0$.

5.53. $0 < x < \log_{2/3}(1/3)$.

5.54. $x \le \log_3(1/2)$, $\log_3(3/5) \le x < \log_3(5/3)$.

5.55. $x < 0$.

5.56. $x > 4 + \dfrac{\lg 14}{\lg 5 - \lg\sqrt{7}}$.

5.57. $x < \log_{0,4} 2$.

5.58. $x < \log_{2/5} 5$.

5.59. $0 < x < \dfrac{1}{2}$.

5.60. $\dfrac{1}{2}\log_5 6 < x < \log_6 5$.

6.1. $x = 2$.

6.2. $x = 100$.

6.3. $x = 4$.

6.4. $x = 2$.

6.5. $x = \dfrac{3}{2},\ x = 10$.

6.6. $x = 4$.

6.7. $x = \dfrac{3 + 3\sqrt{141}}{10}$.

6.8. $x = 2$.

6.9. $x = 1$.

6.10. $x = -3$.

6.11. $x = 2$.

6.12. $x = \sqrt[3]{2} - 1$.

6.13. $x = -4$.

6.14. $x = -1$.

6.15. $x = 10,\ x = 100000$.

6.16. $x = \dfrac{1}{2},\ x = 4$.

6.17. $x = 10^{-1},\ x = 10^{-1/8}$.

6.18. $x = 1,\ x = 256$.

6.19. $x = \dfrac{1}{27},\ x = 3$.

6.20. $x = \dfrac{1}{2},\ x = 16$.

6.21. $x = 2^{-2},\ x = 2^{-1/4}$.

6.22. $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3},\ x = 10$.

6.23. $x = -\dfrac{24}{5},\ x = 20$.

6.24. $x = 1,\ x = 2 - 2\sqrt{2}$.

6.25. $x = \dfrac{1}{9},\ x = 3$.

6.26. $x = 0$.

6.27. $x = -2,\ x = \sqrt{33} - 1$.

6.28. $x = 4$.

6.29. $x = 8$.

6.30. $x = 4$.

6.31. $x > 4$.

6.32. $\dfrac{1}{7} < x < \dfrac{2}{7}$.

6.33. $-3 < x < -2$.

6.34. $-4 < x < -3,\ -2 < x < -1$.

6.35. $-5 \le x < -3,\ -1 < x \le 1$.

6.36. $\dfrac{1}{3} \le x < \dfrac{1}{2}$.

6.37. $\dfrac{1}{3} \le x < \dfrac{2}{3}$.

6.38. $x \in \varnothing$.

6.39. $-\sqrt{5} < x < -1,\ 2 < x < \sqrt{5}$.

6.40. $-3 < x < -2$.

6.41. $1 < x \le 2,\ 3 \le x < 4$.

6.42. $0 \le x < 2$.

6.43. $x < -4$.

6.44. $1 < x < 2,\ x > 2$.

6.45. $-4 < x \le -2, -\frac{5}{8} \le x < 0$.

6.46. $\frac{1}{4} \le x \le 2$.

6.47. $0 < x \le \frac{1}{3},\ 3 < x \le 9$.

6.48. $\frac{1}{2} < x < 1,\ 1 < x < 2$.

6.49. $0 < x < 10, x = 100$.

6.50. $0 < x < 1, \sqrt{3} < x < 9$.

6.51. $\frac{1}{2} \le x < 1$.

6.52. $-2 < x < -1,\ -1 < x < 0, 0 < x < 1, x > 2$.

6.53. $-3 < x < 1,\ 3 < x < 4$.

6.54. $0 < x < 2,\ x > 4$.

6.55. $0 < x < \frac{2}{\sqrt{5}},\ 1 < x < 3$.

6.56. $1 < x < 4$.

6.57. $2 < x < 5$.

6.58. $0 < x < 1$.

6.59. $x > 2$.

6.60. $-3 < x < 77$.

6.61. $-1 < x \le -\frac{26}{27}$.

6.62. $-2 < x < -\sqrt{3},\ \sqrt{3} < x < 2$.

6.63. $4 < x < 5,\ x > 7$.

6.64. $-10^{(\lg 0{,}5 \cdot \lg 3)/\lg 1{,}5} < x < 0,\ 0 < x < 10^{(\lg 0{,}5 \cdot \lg 3)/\lg 1{,}5}$.

6.65. $x > 2$.

7.1. $x = -\frac{4}{5}, x = -\frac{6}{5}$.

7.2. $x \le -2010, x \ge 2011$.

7.3. $\frac{3}{4} < x \le 7$.

7.4. $x \le -\frac{7}{8}, x \ge 0$.

7.5. $0 \le x < 64$.

7.6. $x \le 1, x = 3$.

7.7. $x \le \log_2(\sqrt{2} - 1), x > \frac{1}{2}$.

7.8. $x \le \log_3 2, 1 < x < 5$.

7.9. $x < -1, 0 < x < 1$.

7.10. $0 < x < \frac{1}{2}$.

7.11. $-3 < x < -2, -\frac{1}{2} < x < 0$.

7.12. $x = 2 + \sqrt{10}$.

7.13. $-\sqrt{2} < x < -1, 1 < x < \sqrt{2}$.

7.14. $x > 0$.

7.15. $-1 < x < -\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} < x < 1$.

7.16. $x < 0$.

7.17. $x = -\frac{5}{2}, x = \frac{1}{2}$.

7.18. $x < -3, x > 3$.

7.19. $x < -7,\ \frac{17}{9} < x < 2$.

7.20. $-\frac{127}{128} \le x < -\frac{63}{64},\ -\frac{3}{4} < x \le -\frac{1}{2}$.

7.21. $1 < x \le 1 + \operatorname{tg}(3\pi/16)$.

7.22. $x < -2$.

7.23. $x = \sqrt{10^{1-\sqrt{3}}},\ x = \sqrt{10^{1+\sqrt{3}}}$.

7.24. $x = \frac{1}{10},\ x = 10$.

7.25. $x > 1000$.

7.26. $\frac{1}{10} < x < 100$.

7.27. $0 < x < 999$.

7.28. $0 < x \le \frac{1}{4},\ x \ge 4$.

7.29. $0 < x \le 3^{-2\sqrt{3}},\ x \ge 3^{2\sqrt{3}}$.

7.30. $1 < x \le 5^{\log_2 7} = 7^{\log_2 5}$.

7.31. $x = 10,\ x = 10^4$.

7.32. $x = \frac{1}{81},\ x = \frac{1}{3}$.

7.33. $0 \le x \le \frac{27}{16}$.

7.34. $x = 2$.

7.35. $x < 2$.

7.36. $x = -2$.

7.37. $x = 9$.

7.38. $-2 < x < -1,\ 1 < x < 2$.

7.39. $x = \log_5 4$.

7.40. $-2 < x \le -\log_3 \frac{9}{10}$.

7.41. $-5 < x < 1 - \sqrt{5},\ 3 < x < \sqrt{5} + 1$.

7.42. $-1 < x \le 0$.

7.43. $x < -\log_3 10$.

7.44. $\log_2(5/4) < x < \log_2 3$.

7.45. $0 < x < 2,\ x \ge 4$.

7.46. $\frac{1-\sqrt{41}}{5} \le x < -1,\ 1 < x \le 2\sqrt{2}$.

7.47. $0 < x \le \frac{1}{2\sqrt[3]{2}},\ x > 1$.

7.48. $0 < x \le \frac{1}{8},\ \frac{1}{2} \le x < 2$.

7.49. $x = 3,\ x \ge 8$.

7.50. $\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2};\ k \in \mathbb{Z}$.

7.51. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

7.52. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2n\pi}{3};\ k, n \in \mathbb{Z}$.

7.53. $x = \pm \arcsin \frac{\lg 3}{\lg(\sqrt{2} + \sqrt{3})} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

7.54. $x = \frac{\pi}{3},\ x = \frac{5\pi}{3}$.

7.55. $x = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

7.56. $x = k\pi,\ x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}$.

7.57. $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi,\ x = \frac{5\pi}{6} + 2m\pi;\ k, n, m \in \mathbb{Z}$.

7.58. $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \le x \le \frac{\pi}{6} + 2(k+1)\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

7.59. $2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

7.60. $-\frac{3\pi}{2} + 2k\pi < x < -\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

7.61. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

7.62. $\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}.$

7.63. $\operatorname{arctg} 5 + 2k\pi < x < (2k+1)\pi,\ x \neq \frac{\pi}{2} + 2n\pi;\ k, n \in \mathbb{Z}.$

7.64. $\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ \ \frac{\pi}{2} + 2n\pi < x \leq \frac{5\pi}{6} + 2n\pi,\ \ k, n \in \mathbb{Z},$

$-\frac{11\pi}{6} \leq x < -\frac{3\pi}{2},\ -\frac{3\pi}{2} < x \leq -4,\ x = -\frac{7\pi}{6}.$

7.65. $\sin\left(\frac{\pi}{4}(1 - \frac{\sqrt{35}}{6})\right) < x < \sin\left(\frac{\pi}{4}(1 - \frac{\sqrt{35}}{6})\right).$

7.66. 2.

7.67. 1.

7.68. $x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$

7.69. $x = -\frac{21\pi}{16},\ x = -\frac{11\pi}{8}.$

7.70. $x = \frac{19\pi}{6}.$

8.1. $x = -\frac{57}{2},\ y = 17.$

8.2. $x = 3,\ y = 1;\ x = \frac{5}{3},\ y = \frac{11}{3}.$

8.3. $x = \frac{1}{2},\ y = \frac{9}{2};\ x = \frac{3}{2},\ y = \frac{9}{2}.$

8.4. $x = \frac{5}{2},\ y = -\frac{5}{2}.$

8.5. $x = 5,\ y = -2.$

8.6. $x = -3,\ y = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$

8.7. $x = \frac{\pi}{3} + \pi n,\ y = \sqrt{2},\ n \in \mathbb{Z}.$

8.8. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ y = \frac{1}{3},\ n \in \mathbb{Z}.$

8.9. $x = 3,\ y = -9.$

8.10. $x = \log_2 3,\ y = \log_3 2.$

8.11. $x = -2,\ y = 0.$

8.12. $x = 2,\ y = 6;\ x = \frac{1}{2},\ y = 10.$

8.13. $x = \pi n,\ y = \frac{\pi}{4} - \pi n;\ x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ y = -\pi k,\ n, k \in \mathbb{Z}.$

8.14. $x = \frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{12} + \pi n,\ y = \frac{\pi}{8} \mp \frac{\pi}{12} - \pi n;\ n \in \mathbb{Z}.$

8.15. $x = 1,\ y = -\frac{3}{2};\ x = -2,\ y = 3.$

8.16. $x = 1,\ y = \log_3 2.$

8.17. $x = 4,\ y = 4.$

8.18. $x = -2,\ y = -2;\ x = -2,\ y = 2.$

8.19. $x = \frac{1}{3},\ y = 1.$

8.20. $x = 81,\ y = 0.$

8.21. $x = 4,\ y = 1;\ x = -\frac{2}{3},\ y = \frac{10}{3}.$

8.22. $x = 1,\ y = 2;\ x = 1,\ x = \frac{44}{25},\ y = -\frac{28}{5},\ z = -\frac{108}{25}.$

8.23. $x = 2, y = 3; x = \frac{33}{8}, y = -\frac{27}{8}$.

8.24. $x = 2, y = 1; x = -1, y = \frac{23}{2}$.

8.25. $x = 1 - \log_2 3, y = \frac{1}{6}$.

8.26. $x = 0, y = -3$.

8.27. $x = \sqrt[3]{3}, y = 4$.

8.28. $x = 1, y = 3$.

8.29. $x = 10, y = 15; x = 15, y = 10$.

8.30. $x = 1, y = 1$.

8.31. $x = 1, y = 5$.

8.32. $x = 4, y = 2; \quad x = 4/3, y = -2/3$.

8.33. $x = 0, y = -7/2; \quad x = y = 21$.

8.34. $x = 1/2, y = 3/2$.

8.35. $x = 32, y = 2$.

8.36. $x = -1, y = \frac{1}{\sqrt{3}}; x = \frac{3}{2}, y = 9$.

8.37. $x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad y = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z}$.

8.38. $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, y = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z}$.

8.39. $x = \frac{\pi}{12}, y = \frac{11\pi}{12}$.

8.40. $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, y = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi m, y = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi l; n, m, k, l \in \mathbb{Z}$.

8.41. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n + \frac{\pi}{2}k, \quad y = -\frac{\pi}{4} + \pi n - \frac{\pi}{2}k, \quad n, k \in \mathbb{Z}$.

8.42. $x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, y = -\frac{1}{5}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{5}; n, k \in \mathbb{Z}$.

8.43. $x = \arccos\frac{27}{28} + 2\pi k, y = \pi + \arcsin\frac{17}{28} + 2\pi n; \quad x = -\arccos\frac{27}{28} + 2\pi k,$

$y = -\arcsin\frac{17}{28} + 2\pi n, \quad k, n \in \mathbb{Z}$.

8.44. $x = 10, y = 15, z = 6$.

8.45. $x = -1, y = 1$.

8.46. $x = 1, y = 5; x = \frac{5}{2}, y = 2$.

8.47. $x = 2, y = -1; x = \frac{12}{7}, y = -\frac{1}{7}$.

8.48. $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{9}{4}; x = 2, y \in \mathbb{R}$.

8.49. $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, y = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}$.

8.50. $x = \sqrt{2}, y = \pm\sqrt{2}; x = -\sqrt{2}, y = \pm\sqrt{2}$.

8.51. $x = 9, y = 1$.

8.52. $x = \log_2(\sqrt{6} - 2), y = \log_3\frac{\sqrt{6} - 2}{2}$.

8.53. $x = 3, y = \frac{1}{9}$.

8.54. $x = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}, y = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{2}$.

8.55. $x = \frac{1}{2\log_2 3 - 1}, y = \frac{2}{2\log_2 3 - 1}$.

8.56. $x = 1, y = 3$.

8.57. $x = 2, y = -3; x \in \mathbb{R}, y = 1$.

8.58. $x = \frac{12}{7}, y = \frac{12}{5}, z = -12$.

8.59. $x = 3, y = 3, z = 3$.

8.60. $x = 4,\ y = -3,\ z = 0;\quad x = 2,\ y = -1,\ z = 2.$

9.1. $\dfrac{61\sqrt{3}}{4}.$

9.2. $3\sqrt{30}.$

9.3. $\sqrt{7}.$

9.4. $202{,}8.$

9.5. $2:5.$

9.6. $\sqrt{\dfrac{2}{4-\pi}}.$

9.7. $\sqrt{15+6\sqrt{3}}.$

9.8. $\dfrac{147}{8}.$

9.9. $\dfrac{\pi}{6}.$

9.10. $\sqrt{3}+1.$

9.11. $\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}.$

9.12. $\dfrac{\pi+3}{6\pi}.$

9.13. $10r^2(\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}).$

9.14. 6.

9.15. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$

9.16. 11.

9.17. $18:7.$

9.18. 5, 20.

9.19. $R\sin 2\alpha.$

9.20. $\dfrac{4\sqrt{6}}{5}.$

9.21. $\dfrac{\pi}{2},\ \arcsin\dfrac{5}{13},\ \arcsin\dfrac{12}{13}.$

9.22. $\dfrac{228}{25}.$

9.23. $\dfrac{32}{5}.$

9.24. $9:20.$

9.25. $\dfrac{\pi}{12},\ \dfrac{5\pi}{12}.$

9.26. $\dfrac{R\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{R\sqrt{2}}{2\cos(\pi/8)},\ R.$

9.27. $\dfrac{a^2\sin\beta\sin(\alpha+\beta)}{2\sin\alpha}.$

9.28. $\dfrac{c\sin 2\alpha}{2\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{4})}.$

9.29. $R\cdot\sin 2\alpha\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}.$

9.30. 6.

9.31. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}.$

9.32. $\dfrac{91}{6+\sqrt{6}}.$

9.33. 1.

9.34. 4.

9.35. $6-2\sqrt{6}.$

9.36. $\dfrac{5\sqrt{21}}{7}.$

9.37. $\dfrac{25\sqrt{15}}{64}.$

9.38. $\dfrac{(p-a)^2}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}.$

9.39. $\frac{25}{8}$.

9.40. 16.

9.41. $\frac{\sqrt{(b-a)^2+(b+a)^2\operatorname{tg}^2\alpha}}{4\sin\alpha}$.

9.42. $\frac{16}{5}$.

9.43. $2\sqrt{6}$.

9.44. $\frac{\sqrt{(4b^2-a^2)(a^2-b^2)}}{4}$.

9.45. $\frac{a\sin\beta\sin\gamma}{3\sin(\beta+\gamma)}$.

9.46. $\arccos\frac{4}{5}$.

9.47. $90°, 10°, 80°$.

9.48. $\frac{2m^2}{\sqrt{4m^2-n^2}}, \frac{2m^2}{\sqrt{4m^2-n^2}}, \frac{2mn}{\sqrt{4m^2-n^2}}$.

9.49. $\frac{9}{2}$.

9.50. $\pi\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{4}$.

9.51. $\frac{l}{\cos\alpha}$.

9.52. $\frac{c\sqrt{2b^2+bc}}{b}$.

9.53. $9, 48, 4$ и $4\sqrt{10}$.

9.54. $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$,

$h_c=\frac{2S}{c}$, $m_c=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, $l_c=\sqrt{ab(1-\frac{c^2}{(a+b)^2})}$,

$r=\frac{S}{p}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$, $R=\frac{abc}{4S}$.

9.55. $\frac{a+b-c}{2}$.

9.56. $S=\frac{4}{3}\sqrt{m(m-m_a)(m-m_b)(m-m_c)}$, где $m=\frac{m_a+m_b+m_c}{2}$.

9.57. $S=\left(4\sqrt{H(H-h_a^{-1})(H-h_b^{-1})(H-h_c^{-1})}\right)^{-1}$, где $H=\frac{h_a^{-1}+h_b^{-1}+h_c^{-1}}{2}$.

9.58. $\frac{b+c}{a}$.

9.59. $\frac{\cos\beta\cos\gamma}{\cos\alpha}$.

9.60. $d_1^2=2(a^2+b^2)-d_2^2$, если $a-b<d_2<a+b$ (иначе параллелограмма нет).

9.61. а) $4\sqrt{26}$, б) такого треугольника нет, в) $\frac{7}{2}$.

9.62. $30°, 75°, 75°$ или $150°, 15°, 15°$.

9.63. $\arcsin\frac{3}{5}$ или $\pi-\arcsin\frac{3}{5}$.

9.64. $\sqrt{5-2\sqrt{3}}$, $\arcsin\frac{1}{2\sqrt{5-2\sqrt{3}}}$, $\pi-\arcsin\frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{3}}}$

или $\sqrt{5+2\sqrt{3}}$, $\arcsin\frac{1}{2\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$, $\arcsin\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$.

9.65. нет, т.к. $\arcsin\frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{4} > \frac{5\pi}{21}$, откуда $\frac{7\pi}{21} + \frac{9\pi}{21} + \arcsin\frac{\pi}{4} > \pi$.

10.1. $\frac{\pi H R^2}{12}$.

10.2. $\frac{27(4-\pi)}{4}$.

10.3. $48\pi\sqrt{11}$.

10.4. $d^3 \sin\alpha \sin\beta \sqrt{\cos^2\alpha - \sin^2\beta}$.

10.5. $\sqrt[3]{8V \sin\frac{\alpha}{2} \Big/ \sqrt{3(2\cos\alpha - 1)}}$.

10.6. 6.

10.7. $\frac{a}{\left(4\sin\frac{\varphi}{2}\sqrt{1-\frac{4}{3}\sin^2\frac{\varphi}{2}}\right)}$.

10.8. $\arccos\frac{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{3}}$.

10.9. $\frac{\sqrt{31}}{6}$.

10.10. 216.

10.11. $\frac{21\sqrt{15}}{10}$.

10.12. $\frac{27}{16}$.

10.13. $\frac{91}{25}$.

10.14. $\frac{7}{2}$.

10.15. 6.

10.16. $\frac{\sqrt{6}(5-\sqrt{15})}{10}$.

10.17. $\frac{2a^2}{9\sqrt{3\cos\varphi}}$.

10.18. $\frac{4\sqrt{5}ad - 8\sqrt{2}d^2}{5}$.

10.19. $\frac{2H^3}{3}\left(\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} - 1\right)$.

10.20. $\frac{a^2}{2}\sqrt{1-\operatorname{ctg}^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$.

10.21. $2+\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

10.22. $\frac{12}{13+\sqrt{41}}$.

10.23. $\left(\frac{180}{\pi}\arccos\frac{1}{\pi}\right)^{\circ}$.

10.24. $\frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

10.25. $12\pi r^3$.

10.26. $\left(1+\sqrt{33}\right) : 8$.

10.27. $\frac{5\pi}{12}$.

10.28. $\frac{125\sqrt{6}}{4}$.

10.29. $28\sqrt{3}$.

10.30. $\arccos\left(\frac{9}{\sqrt{150 \pm 24\sqrt{3}}}\right)$.

10.31. $\frac{7\sqrt{3}}{4}$.

10.32. $\frac{n}{n+m}\cdot\frac{V}{d}$.

10.33. $\frac{5V}{18}$.

10.34. 24.

10.35. $\frac{a\sqrt{3b^2 - a^2}}{4b}$.

10.36. 8.

10.37. 20.

10.38. $\arccos\left(46/\sqrt{2641}\right)$.

10.39. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

10.40. $1024/9$, $2\operatorname{arctg}\left(\sqrt{34}/4\right)$.

10.41. $\frac{3\sqrt{41}}{2}$.

10.42. $9:95$.

10.43. $7:20$.

10.44. $\pi/3$.

10.45. 2.

10.46. $\frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{15}}$.

10.47. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

10.48. $90°$.

10.49. β.

10.50. $\sqrt{b^2-a^2}$.

10.51. $\arccos\frac{b}{a\sqrt{3}}$.

10.52. $d\sin\alpha$.

10.53. $a\operatorname{ctg}\alpha$.

10.54. α.

10.55. $\sqrt{61}$.

10.56. 512.

10.57. 2 или 1.

10.58. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$.

10.59. $90°$.

10.60. Все: от 0° до 180° (не включительно).

11.2. Не верно.

11.19. Это — серединный перпендикуляр к отрезку с концами в этих точках

11.20. Если данные прямые параллельны, то это — прямая, параллельная им и проходящая между ними на равном расстоянии от них; если же данные прямые пересекаются, образуя две пары вертикальных углов, то это — две прямые, служащие биссектрисами этих углов.

11.21. Это — четыре точки: одна из них есть центр окружности, вписанной в треугольник, образованный данными прямыми, а остальные — центры вневписанных окружностей.

11.22. 1. Если $\alpha = 0$, то это — два луча прямой AB;

2. Если $\alpha = \pi$, то это — интервал AB;

3. Если $0 < \alpha < \pi$, то это — две дуги AB, симметричные относительно прямой AB, каждая — мерой $2\pi - 2\alpha$.

11.23. Это плоскость, проходящая через середину одного из отрезков AM параллельно данной плоскости.

11.24. Это плоскость, проходящая через середину одного из указанных отрезков параллельно данным прямым.

11.25. Это — сфера (с выколотыми точками A и B), построенная на отрезке AB как на диаметре.

12.1. $a = 0, x \in \varnothing; a \neq 0, x = \dfrac{1}{a}$.

12.2. $a = 0, x \in \mathbb{R}; a > 0, x < \dfrac{1}{a}; a < 0, x > \dfrac{1}{a}$.

12.3. $a = 1,\ x \in \mathbb{R};\ \ a = -1,\ x \in \varnothing;\ \ a \neq \pm 1,\ x = \dfrac{1}{a+1}$.

12.4. $a = 1, x \in \varnothing; a \neq 1, x = a$.

12.5. $a = 1,\ x = -1;\ \ a = -1,\ x = 1;\ \ a \neq \pm 1,\ x = \pm 1$.

12.6. $a = \pm 1,\ x \in \varnothing;\ \ a \neq \pm 1,\ x = 1$.

12.7. $a = 0,\ x \neq 0;\ \ a = 1,\ x \in \varnothing;\ \ a \neq 0, 1,\ x = 1$.

12.8. $a < 0,\ x \in \varnothing;\ \ a \geq 0,\ x = \pm\sqrt{a}$.

12.9. $a < 0, x \in \mathbb{R};\ \ a \geq 0,\ x > \sqrt{a},\ x < -$

12.10. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ a > 0,\ -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$.

12.11. $a < 0,\ x \in \varnothing;\ \ a \geq 0,\ x = \pm a$.

12.12. $x = |a|$.

12.13. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ a > 0,\ -a < x < a$.

12.14. $a < 0,\ x \in \mathbb{R};\ \ a \geq 0, \left[\begin{array}{l} x > a, \\ x < -a \end{array}\right.$.

12.15. $a < 0, x \in \varnothing; a \geq 0, x = a^2$.

12.16. $a = 0,\ x \geq 0;\ \ a \neq 0,\ x = 0$.

12.17. $a < 0,\ x \geq 0;\ \ a \geq 0,\ x > a^2$.

12.18. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ a > 0,\ 0 \leq x < a^2$.

12.19. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ a > 0,\ x < \log_2 a$.

12.20. $a \leq 0,\ x \in \mathbb{R};\ \ a > 0,\ x > \log_2 a$.

12.21. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ 0 < a \neq 1,\ x = 0;\ \ a = 1,\ x \in \mathbb{R}$.

12.22. $a > 1,\ 0 < x < a;\ \ 0 < a < 1,\ x > a;\ \ a \leq 0,\ a = 1,\ x \in \varnothing$.

12.23. $a \leq 0,\ x \in \varnothing;\ \ a = 1,\ 0 < x \neq 1;$
$0 < a < 1,\ x > 1;\ \ a > 1,\ 0 < x < 1$.

12.24. $|a| > 1, x \in \varnothing; |a| \leq 1, x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

12.25. $a = \pm 1, x = a\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z;\ \ a \neq \pm 1, x \in \varnothing$.

12.26. $p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ оба множителя чётные и один из них делится на 3.

12.27. $p^2 - q^2 = (p^2 - 1) - (q^2 - 1)$.

12.28. $2^{10} + 5^{12} = \left(2^5 + 5^6\right)^2 - \left(2^3 \cdot 5^3\right)^2$.

12.29. $222^{333} + 333^{222} = (222^{111})^3 + (333^{74})^3$.

12.30. $\dfrac{2010^{2010} - 1}{2010 - 1} = 1 + 2010 + 2010^2 + \ldots + 2010^{2009}$.

12.31. Нет: например, $n = 333$.

12.32. 34452, 34056, 34956.

12.33. $n^2 + n = n(n+1)$ — один из множителей чётный.

12.34. Рассмотреть остатки от деления числа n на 3: $n = 3k + r, r = 0, 1, 2 (r = -1, 0, 1)$.

12.35. $n^3+5n=6n+(n-1)n(n+1)$.

12.36. $n^5-n=(n-1)n(n+1)(n^2+1)$.

12.37. Каждое число, начиная с третьего, имеет вид: $n=100k+11=4(25k+2)+3$.

12.38. $\overbrace{111\ldots1}^{n}\overbrace{555\ldots5}^{n-1}6=(\overbrace{333\ldots3}^{n-1}4)^2$.

12.39. 18, 216.

12.40. Любой общий делитель этих чисел является делителем числа $5(3n+5)-3(5n+8)=1$.

12.41. $n^2+10n+21=(n+3)(n+7)$,

$n^2+9n+18=(n+3)(n+6)$, $n+6$ и $n+7$ — взаимно простые.

12.42. $n^2+6n+9=(n+3)^2$, $n+3$ и $n+4$ — взаимно простые.

12.43. $n^2+5n+16=(n+9)(n-4)+13\cdot4$, $(n+9)-(n-4)=13$.

12.44. $\dfrac{53}{450}$.

12.47. $x=4n-1$, $y=3n-1, n\in\mathbb{Z}$.

12.48. Рассмотреть остатки от деления левой и правой части на 3.

12.49. $(x+1)(y+1)=1$.

13.1. $a\neq\pm1$.

13.2. $a\neq0$.

13.3. $a=-2$.

13.4. $a=-1$.

13.5. $a\neq\pm1$.

13.6. $a\neq2, a\neq4, a\neq8$ $x=-\dfrac{8}{(a-4)(a-8)}, y=\dfrac{2(a-6)}{a-8}$;

$a=2$ $x\in\mathbb{R}, y=x+2$; $a=4, a=8$ решений нет.

13.7. $a<6$.

13.8. $a=2$.

13.9. $a\neq1$.

13.10. $a=3$.

13.11. $2<a<4$.

13.12. $a=13$.

13.13. $-2-2\sqrt{2}<a<0; 0<a<-2+2\sqrt{2}$.

13.14. $a=-2, a=1$.

13.15. $a=-4$.

13.16. $a=\dfrac{1}{17}$.

13.17. $a=2$.

13.18. $a<0$ $x=\log_2 a^2$; $a>0$ $x=\log_2 a^2, x=\log_2 a$; $a=0$ — решений нет.

13.19. $a<-2, a>2$.

13.20. $7<a\neq7{,}5$.

13.21. $-4<a\neq-1$ $x=3-\sqrt{a+5}$; при остальных a корней нет.

13.22. $a<0$ $x>\dfrac{4a^2+a}{2}$; $a\geq0$ $x>\dfrac{a^2+9a}{2}$.

13.23. $3-2\sqrt{5}<a<\sqrt{10}-2$.

13.24. $x=-\dfrac{1}{4}, y=\dfrac{5}{4}$.

13.25. $a<-3, a=-1, a\geq3$.

13.26. $|a|>1, x=1; a=-1, -3\leq x\leq1; |a|<1, x=1, x=\dfrac{a+7}{a-1}; a=1, x\geq1$.

13.27. $\dfrac{4}{3}\leq a\leq2$.

13.28. $1\leq a\leq3, a=4$.

13.29. $a \neq 3$.

13.30. $-1 \leq a < 0$.

13.31. $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{2}{3}$.

13.32. $a = c = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}; a = 0, b = c = \frac{1}{2}$.

13.33. $c < 0$.

13.34. $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$.

13.35. $0 \leq a \leq 1$.

13.36. $0 < a < 1, 1 < a \leq 3, x = -a - 3; a > 3, x = a, x = -a - 3$; при остальных a решений нет.

13.37. $a = 0,\ 2 + \sqrt{3} < a < 2 + \sqrt{5}$.

13.38. $6\frac{a + b - 3ab}{a + b + ab}$ при $a \neq 0$; 6 при $a = 0$.

13.39. $\frac{15}{2} < a < 8, a > 12$.

13.40. $-\frac{3}{2} \leq a < -\frac{3}{4}, -\frac{3}{4} < a < 0$.

13.41. $a \leq -\frac{5\sqrt{5}}{4}, a \geq \frac{5\sqrt{5}}{4}$.

13.42. при $a < 1$ и $a > \sqrt{2}$ решений нет; при $a = 1$ и $a = \sqrt{2}$ — четыре решения; при $1 < a < \sqrt{2}$ — восемь решений.

13.43. $a = -\frac{57}{32}, x = -\frac{5}{8}$.

13.44. $a = \pm\sqrt{2}, a = \pm\frac{\sqrt{15} + 1}{4}$.

13.45. $-3 \leq a \leq 1$.

13.46. $-5 < a < -\sqrt{24}, -\sqrt{24} < a < -3$.

13.47. $-\frac{12}{5} \leq a \leq 0$.

13.48. а) $-\sqrt{26} - 1 \leq a \leq \sqrt{26} - 1$; б) $-\sqrt{26} + 1 \leq a \leq \sqrt{26} - 1$.

13.49. $-1 \leq a < 2$.

13.50. $a = -\frac{1}{3},\ a = 2$.

13.51. $a = -\frac{17}{48}$.

13.52. $a = -1,\ 1 < a < 3,\ 4 < a \leq 6$.

13.53. $-8 < a < 0$.

13.54. $-\sqrt{2} < a < -\frac{16}{17}, 0 < a < \sqrt{2}$.

13.55. $n = 33$.

14.1. 3.

14.2. 83.

14.3. 49, 83.

14.4. 24.

14.5. 832.

14.6. 27.

14.7. $2, 2, 2$.

14.8. $m = 2, n = 117; m = 3, n = 59$.

14.9. 1) $И$; 2) P.

14.10. $x = -7, y = 7; x = -6, y = 6$.

14.11. $x = y = 0; x = \pm 3, y = 5; x = \pm 24, y = 20$.

14.12. $x = 6, y = \pm 1, z = 0; x = 0, y = \pm 1, z = 0$.

14.13. $x = 15n^2 - 6n, y = 3n - 1; n \in \mathbb{Z}$.

14.14. 189.

14.15. 764.

14.16. 300.

14.17. 648.

14.18. 160.

14.19. $a = 4, 5, \ldots,\ b = -2;\ a = 3, 4, \ldots,\ b = -1$.

14.20. $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1, \sqrt{2} < a < 2$.

14.21. $a = -4, -\frac{5}{2} \le a \le -\frac{9}{4}$.

14.22. $x = -1, x = 3$.

14.23. $x = y = 0; x = y = 2; x = 0, y = 3; x = 3, y = 0$.

14.24. $x = 1, y = 6; x = 1, y = 7; x = 2, y = 7$.

14.25. $x = 11,\ y = -9$.

14.26. $a = -2,\ a = 0$.

14.27. $a = 1,\ a = \frac{5}{2}$.

14.28. 40, 30.

14.29. 1750 *т.*

14.30. 94.

14.31. 8.

14.32. 24, 7.

14.33. 70.

14.34. 132.

14.35. $x = -2, y = 0; x = 0, y = -2; x = -3, y = 0; x = -1, y = 2$.

14.36. $x = 2, y = \pm 3; x = -2, y = \pm 3$.

14.37. $x = -31,\ x = -7$.

14.38. $x = \pm 1, y = \mp 1, z = -1$.

14.39. $\frac{5}{11} < a \le \frac{6}{13}$.

14.40. $x = (4n - 3)^2, n = 1, 2, \ldots$

14.41. $(2\sqrt{2}, -4, -4); (2\sqrt{2}, -2, 2)$.

14.42. $x = y = 0$.

14.43. нет.

14.44. 6,25.

14.45. 144.

14.46. 375, 125.

14.47. 12 месяцев.

14.48. 11.

14.49. 33.

14.50. один 16-квартирный и одиннадцать 12-квартирных.

14.51. 20.

14.52. $x = -2$.

14.53. 11 гвоздик и 7 роз.

14.54. $A = \{6, 10, 14, 30, 42, 70, 105, 210\}$.

14.55. 642.

14.56. $n = 5$.

14.57. $\frac{11111111}{111111111}$.

14.58. 1960.

14.59. 7200.

14.60. 132.

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я I 2 3 4 5 6 7 8 9 0

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Регион | Код предмета | Название предмета

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Совпадение номеров вариантов в задании и бланке регистрации подтверждаю
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Резерв - 5

ВНИМАНИЕ! *Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте*

Номера заданий типа **А** с выбором ответа из предложенных вариантов

Образец написания метки ☒ **ЗАПРЕЩЕНЫ** исправления в области ответов.
Будьте аккуратны. Случайный штрих внутри квадрата может быть воспринят как метка.

Номера вариантов ответа

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	
1																															1
2																															2
3																															3
4																															4

Номера вариантов ответа

	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	A41	A42	A43	A44	A45	A46	A47	A48	A49	A50	A51	A52	A53	A54	A55	A56	A57	A58	A59	A60	
1																															1
2																															2
3																															3
4																															4

Замена ошибочных ответов на задания типа **А**

	1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4
A					A					A				
A					A					A				
A					A					A				
A					A					A				

Резерв - 6

Резерв - 7

Результаты выполнения заданий типа **В** с ответом в краткой форме

B1		B11	
B2		B12	
B3		B13	
B4		B14	
B5		B15	
B6		B16	
B7		B17	
B8		B18	
B9		B19	
B10		B20	

Замена ошибочных ответов на задания типа **В**

B	-	B	-
B	-	B	-
B	-	B	-

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 2

Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **С1**.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! ***Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета***

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

Справочное издание

Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С., Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э., Ященко И.В.

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Л.К. Корнилова*
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*
Компьютерная верстка *М.В. Дерендяева, М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано с готовых диапозитивов заказчика
в ОАО «Щербинская типография»
117623, г. Москва, ул. Типографская, 10
т/ф (495) 659-25-63; e-mail: v010203@yandex.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).