

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ

И.В. Яценко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин, П.И. Захаров

МАТЕМАТИКА



ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

учени _____ класса _____

_____ школы _____

+20

вариантов
тестов ЕГЭ

- Диагностические тесты
- Тематические задания
- Контрольные варианты
- Ответы



МИОО

www.mioo.ru

УНИКАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ,
РАЗРАБОТАННАЯ СПЕЦИАЛИСТАМИ МИОО

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЕГЭ

ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

И.В. Ященко

А.С. Трепалин

С.А. Шестаков

П.И. Захаров

МАТЕМАТИКА

Рекомендовано МИОО

20 вариантов тестов ЕГЭ

Диагностические тесты

Тематические задания

Контрольные варианты

Ответы

Издательство

«ЭКЗАМЕН»

МОСКВА, 2013

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Я97

Ященко, И.В., Шестаков, С.А., Трепалин, А.С., Захаров, П.И.

Я97 ЕГЭ. Математика. Тематическая рабочая тетрадь / И.В. Ященко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин, П.И. Захаров. — М.: МЦНМО, Издательство «Экзамен», 2013. — 279, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Тематическая рабочая тетрадь»)

ISBN 978-5-377-05550-1

ISBN 978-5-4439-0501-3

Тематическая рабочая тетрадь по математике предназначена для подготовки к Единому государственному экзамену, организации и проведения итогового повторения, диагностики проблемных зон в знаниях старшеклассников и последующей коррекции.

Настоящее пособие написано в соответствии с утвержденными демоверсией и спецификацией ЕГЭ по математике. Оно содержит позадачные тренинги и диагностические работы в формате ЕГЭ.

Уникальная методика подготовки апробирована в Московском институте открытого образования и сотнях школ различных регионов России при организации подготовки к Единому государственному экзамену. Пособие позволяет проверить навыки решения задач, качество усвоения материала, выстроить индивидуальные траектории повторения и эффективно подготовиться к сдаче ЕГЭ.

Пособие адресовано учащимся старших классов и их родителям, учителям математики и методистам.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:51
ББК 22.1я72

Формат 60х90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 9,53. Усл. печ. л. 35,0. Тираж 20 000 экз. Заказ № 2336

ISBN 978-5-377-05550-1
ISBN 978-5-4439-0501-3

© Ященко И.В., Шестаков С.А.,
Трепалин А.С., Захаров П.И., 2013
© МЦНМО, 2012
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЗА КУРС 10 КЛАССА.....	5
Диагностическая работа № 1	7
Диагностическая работа № 2	13
ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 1 ЕГЭ-2012 ПО МАТЕМАТИКЕ	19
Диагностическая работа № 3	21
Диагностическая работа № 4	23
Задача В1	25
Задача В2	29
Задача В3	39
Задача В4	49
Задача В5	60
Задача В6	63
Задача В7	67
Задача В8	70
Задача В9	83
Задача В10	87
Задача В11	92
Задача В12	98
Задача В13	107
Задача В14	112
Диагностическая работа № 5	115
Диагностическая работа № 6	118
ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 2 ЕГЭ-2012 ПО МАТЕМАТИКЕ	121
Диагностическая работа № 7	123
Диагностическая работа № 8	126
Задача С1	129
Задача С2	142
Задача С3	155
Задача С4	168
Задача С5	181
Задача С6	194
Диагностическая работа № 9	204
Диагностическая работа № 10.....	207

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕГЭ-2012 ПО МАТЕМАТИКЕ	211
Диагностическая работа № 11	213
Диагностическая работа № 12	219
Диагностическая работа № 13	225
Диагностическая работа № 14	231
Диагностическая работа № 15	237
Диагностическая работа № 16	243
Диагностическая работа № 17	249
Диагностическая работа № 18	255
Диагностическая работа № 19	261
Диагностическая работа № 20	267
ОТВЕТЫ	273

**ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
ЗА КУРС
10 КЛАССА**

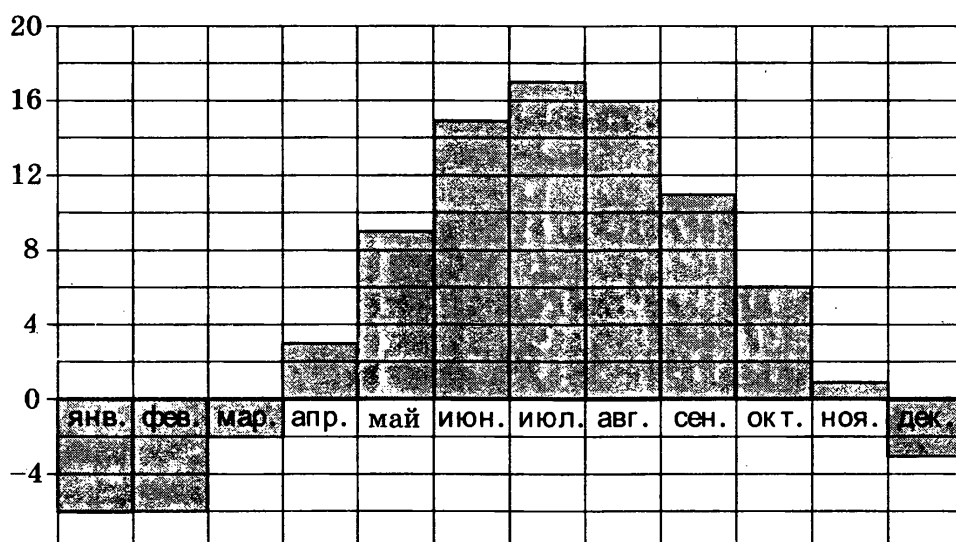
Ответом к заданиям части 1 (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

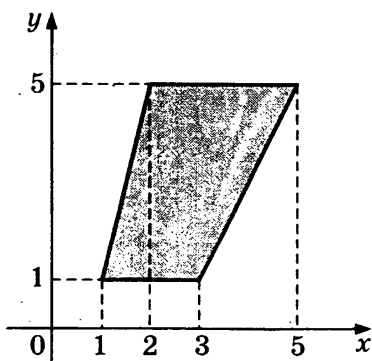
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Часть 1

- В1.** Алиса купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 48 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной на месяц стоит 720 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- В3.** Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 1), (2; 5), (5; 5), (3; 1).



■ 1.В1

■ 1.В2

■ 1.В3

1.B4 ■

- B4.** Для транспортировки 6 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указаны в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	80	1,6
Б	110	2,2
В	180	3,6

1.B5 ■

- B5.** Найдите корень уравнения $\frac{x-24}{x-3} = -2$.

1.B6 ■

- B6.** Даны два смежных угла. Биссектриса первого из них образует угол 43° с общей стороной этих углов. Найдите величину второго из данных смежных углов. Ответ дайте в градусах.

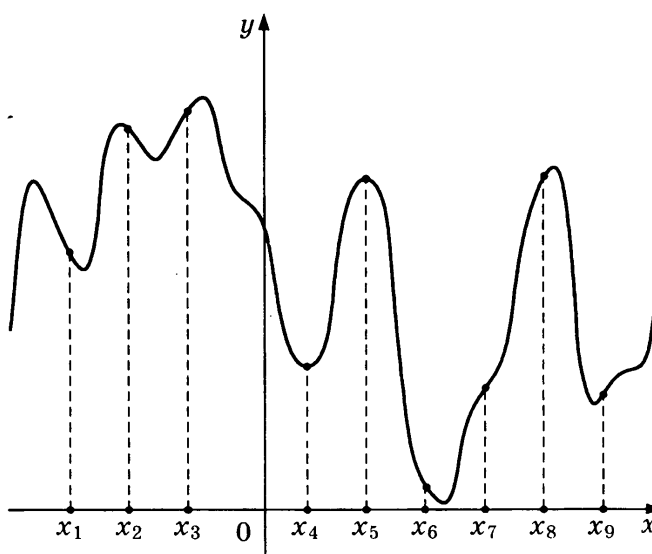
1.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения

$$\left(-1\frac{8}{9} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 8,64.$$

1.B8 ■

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



В9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10, а сторона основания равна $6\sqrt{3}$. Найдите высоту пирамиды.

■ 1.В9

В10. На тарелке 30 пирожков: 3 с мясом, 18 с капустой и 9 с вишней. Саша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

■ 1.В10

В11. Площадь поверхности куба равна 50. Найдите его диагональ.

■ 1.В11

В12. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ рублей за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ рублей, постоянные расходы предприятия $f = 700000$ рублей в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500000 рублей.

■ 1.В12

В13. Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 440 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

■ 1.В13

В14. Найдите наименьшее значение функции

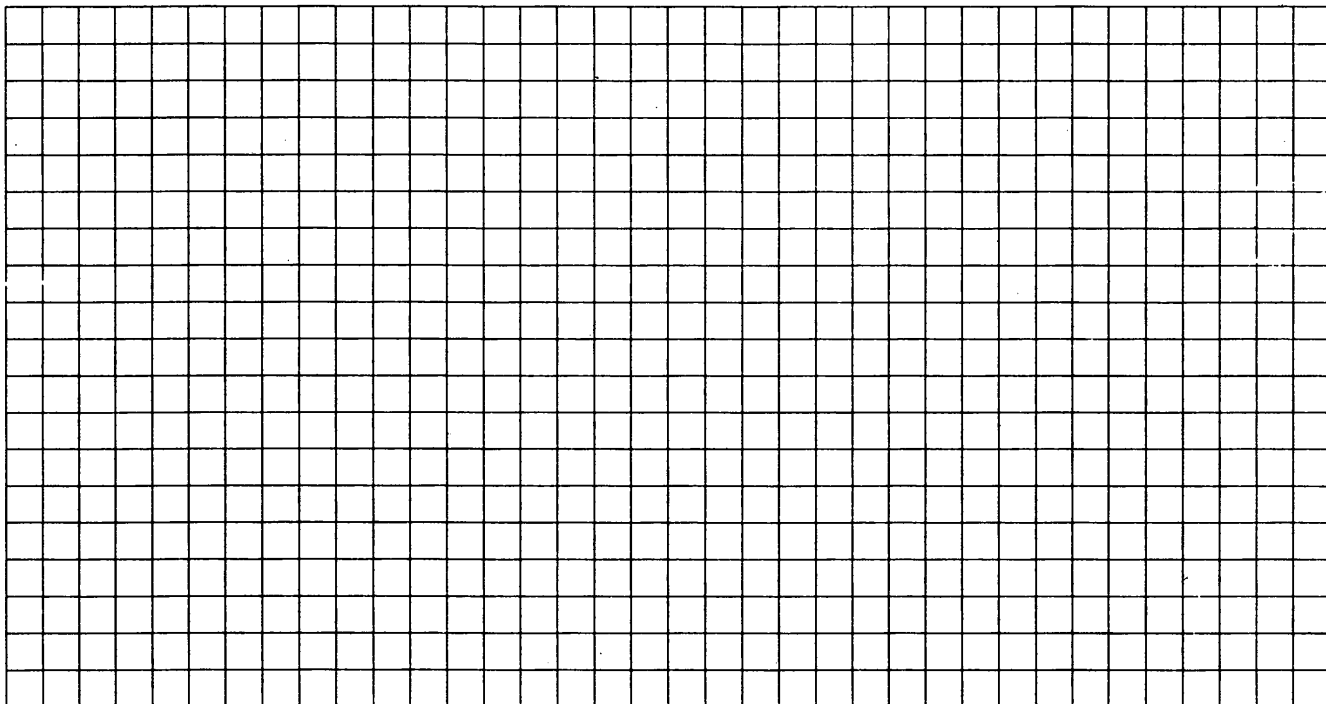
$$y = 28 \operatorname{tg} x - 28x - 7\pi + 7$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

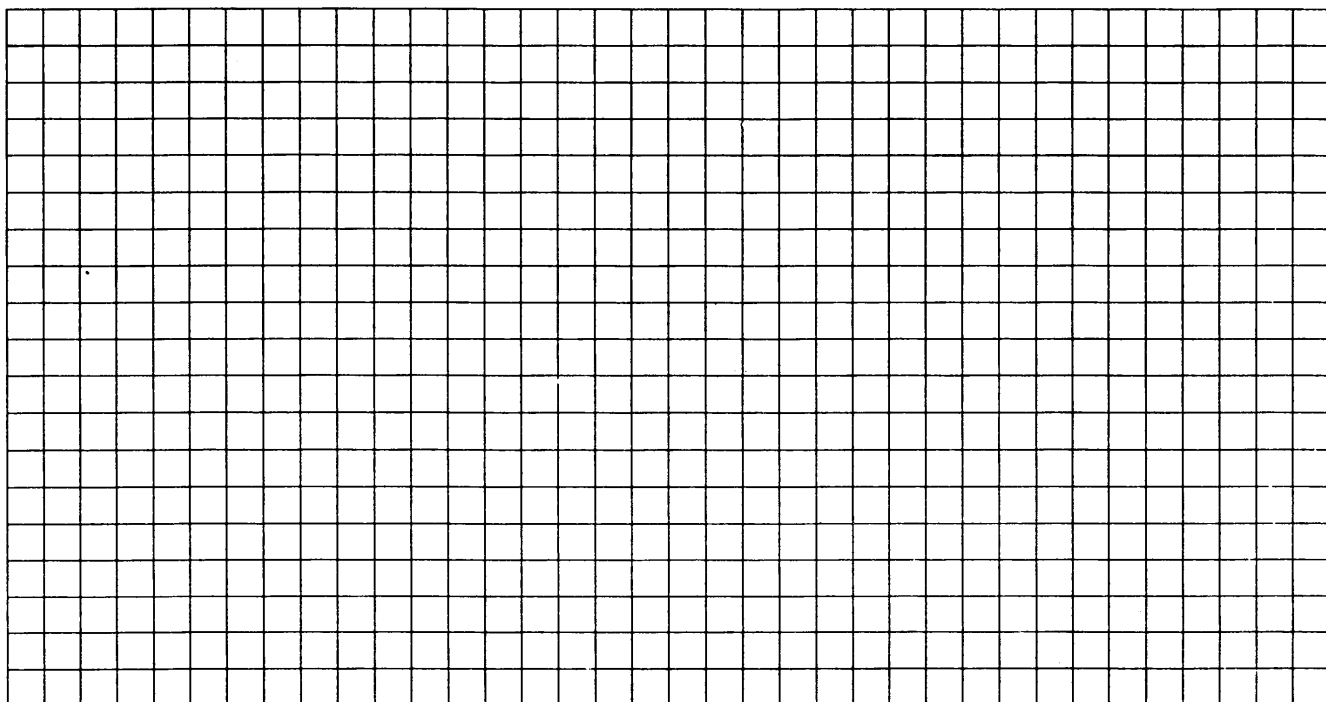
■ 1.В14

Часть 2

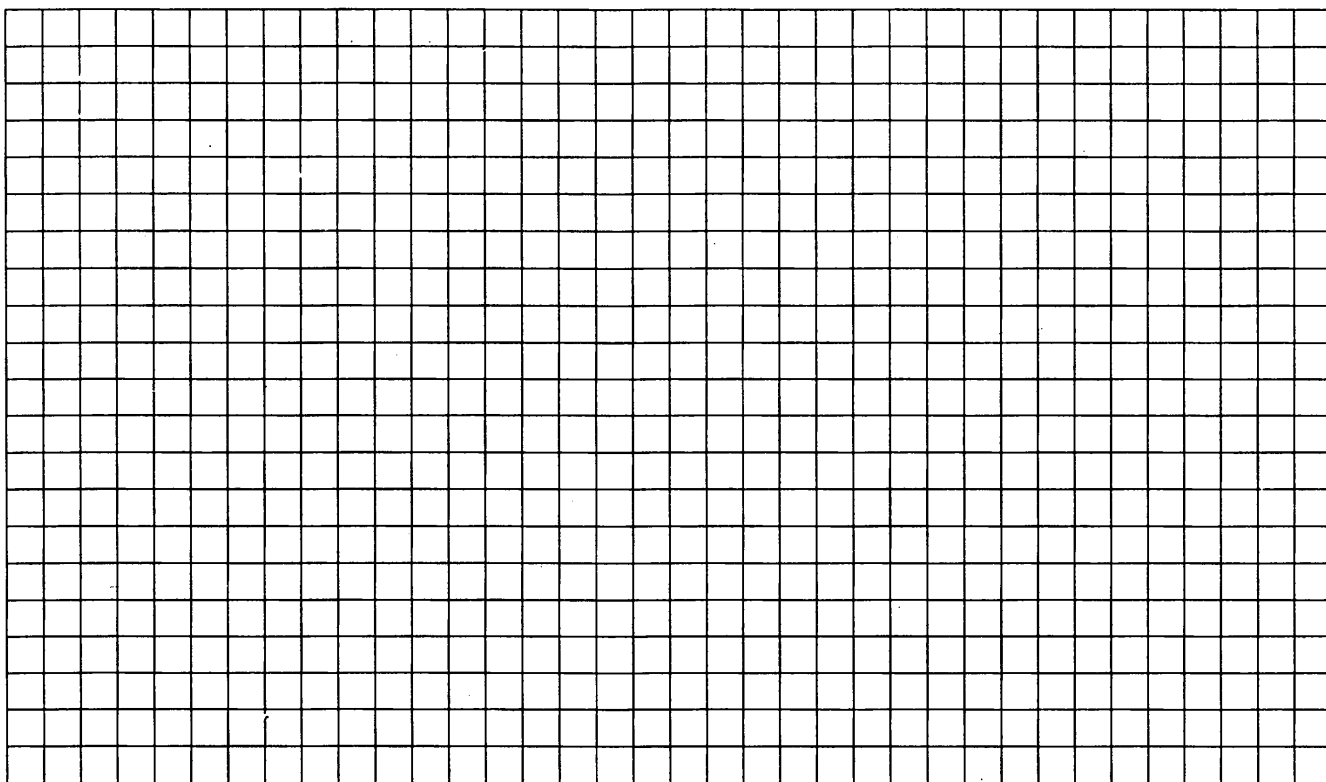
- C1.** Решите систему уравнений $\begin{cases} x \operatorname{tg} y = 9, \\ x \operatorname{ctg} y = 3. \end{cases}$



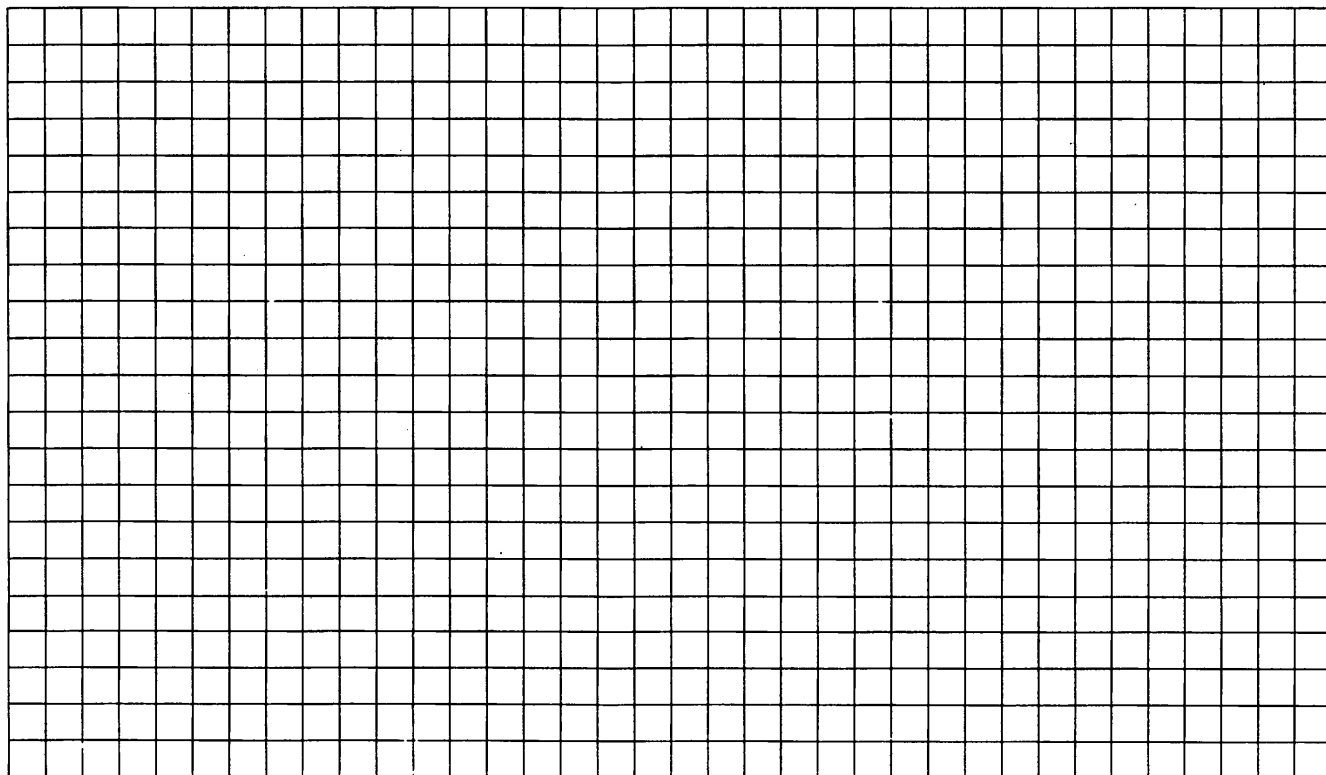
- C2.** В правильной шестиугольной призме $A_1 \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки C до прямой $A_1 B_1$.



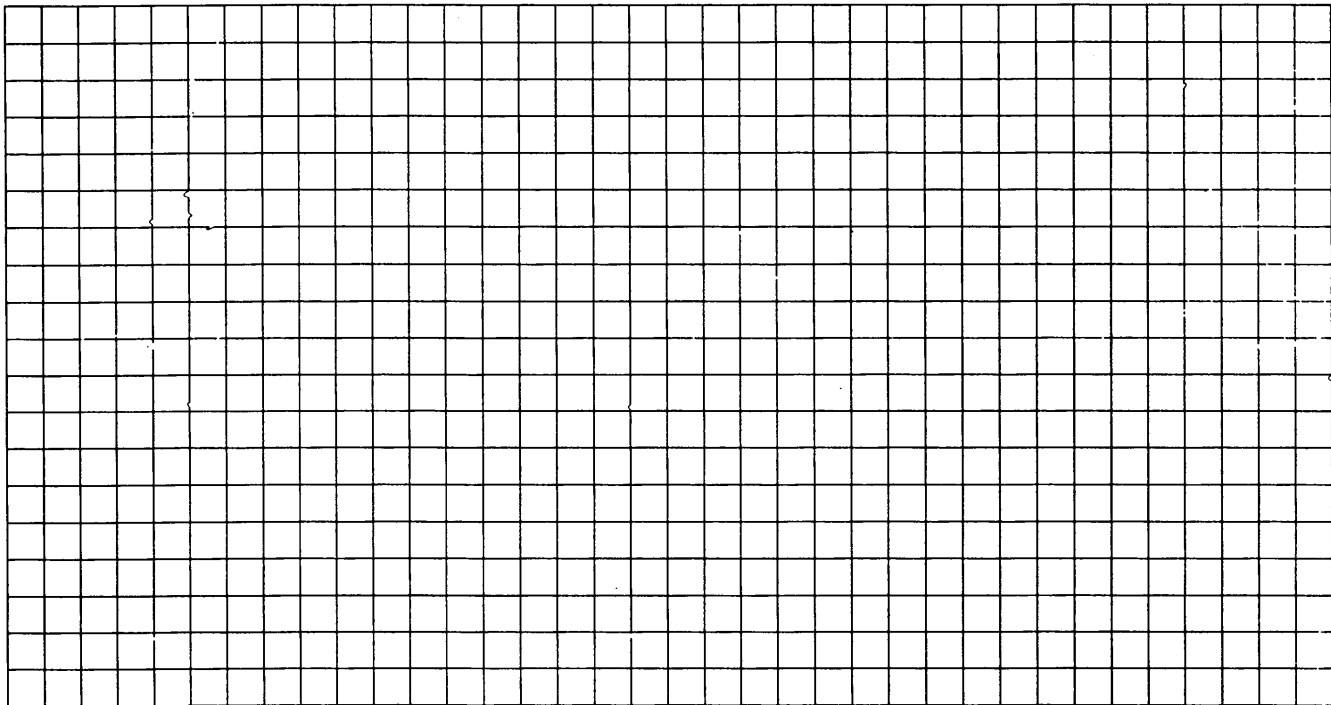
С3. Решите неравенство $|x^3 + 2x^2 + 8x - 7| \leq x^3 + 4x^2 - 8x + 7$.



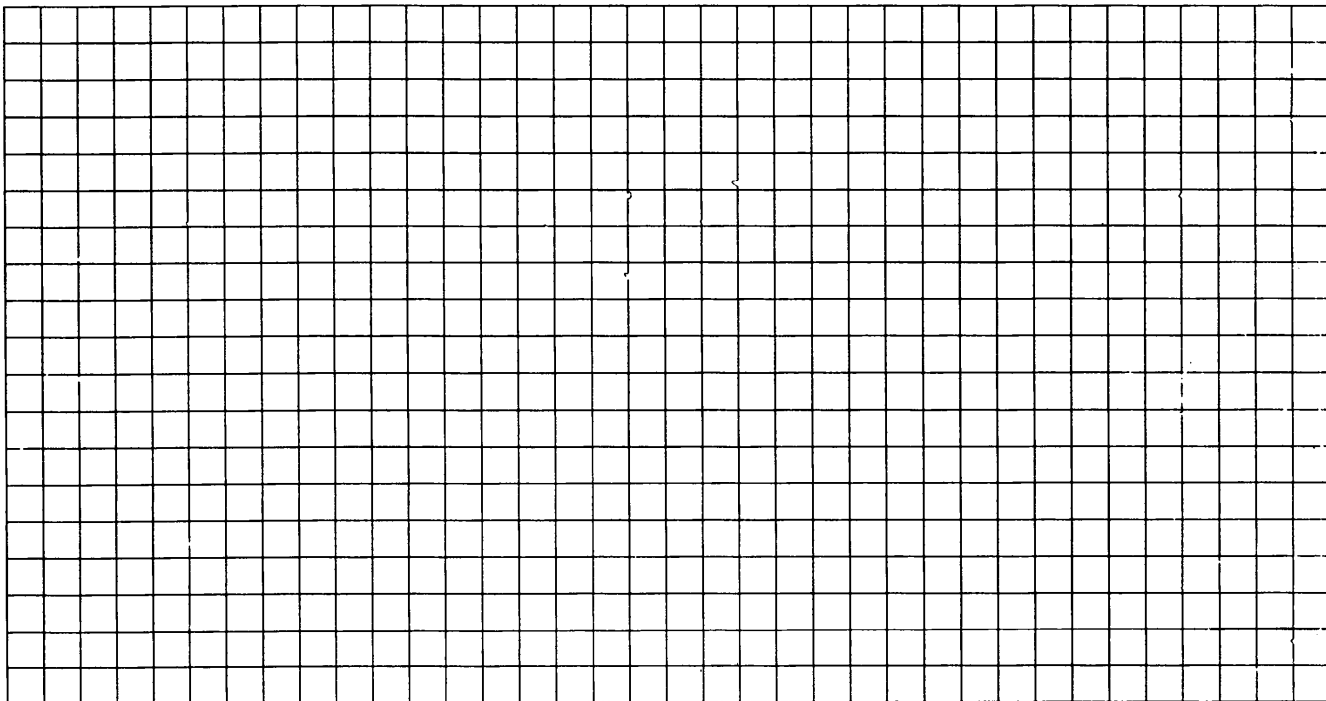
С4. Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Этих окружностей и их общей внутренней касательной касается третья окружность. Найдите ее радиус.



- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых среди значений функции $y = \frac{x^2 + 2x - a}{6 + x^2}$ есть ровно одно целое число.



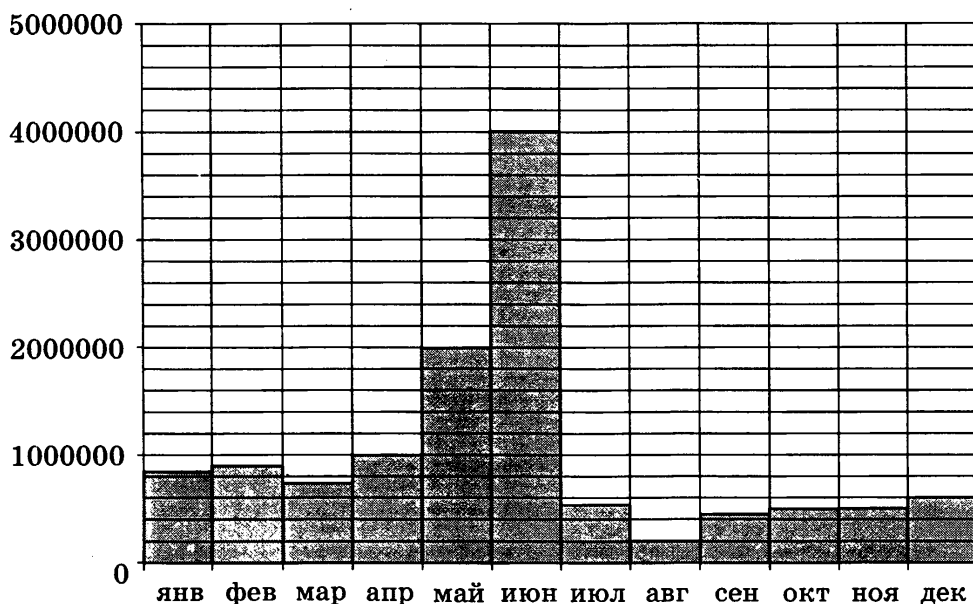
- С6.** Натуральные числа a , b и c образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найдите наименьшее возможное, при указанных условиях, значение b .



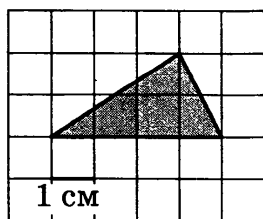
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Часть 1

- В1.** Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 56 км/ч? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)
- В2.** На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда число запросов со словом ЕГЭ превышало 800000.



- В3.** Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



■ 2.В1

■ 2.В2

■ 2.В3

2.B4 ■

- B4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции — 20 мин.	Автобус в пути: 1 ч 55 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги — 20 мин.	Электричка в пути: 1 ч 35 мин.	От станции до дачи пешком 25 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси — 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 30 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 30 мин.

2.B5 ■

- B5.** Найдите корень уравнения $\log_3(x + 5) = \log_3(2x - 17)$.

2.B6 ■

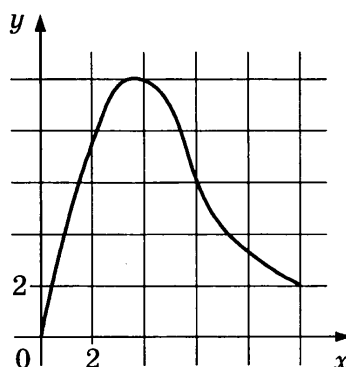
- B6.** В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 34, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.

2.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $44 \log_2 \frac{\sqrt{4}}{2}$.

2.B8 ■

- B8.** Материальная точка движется вдоль прямой от начального до конечного положения. На рисунке изображен график ее движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



B9. Высота правильной четырехугольной пирамиды в два раза меньше диагонали основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

■2.B9

B10. В каждой партии из 1000 лампочек в среднем 20 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной.

■2.B10

B11. Объем куба равен 27. Найдите площадь его поверхности.

■2.B11

B12. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{432} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $1,71 \cdot 10^{26}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

■2.B12

B13. На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

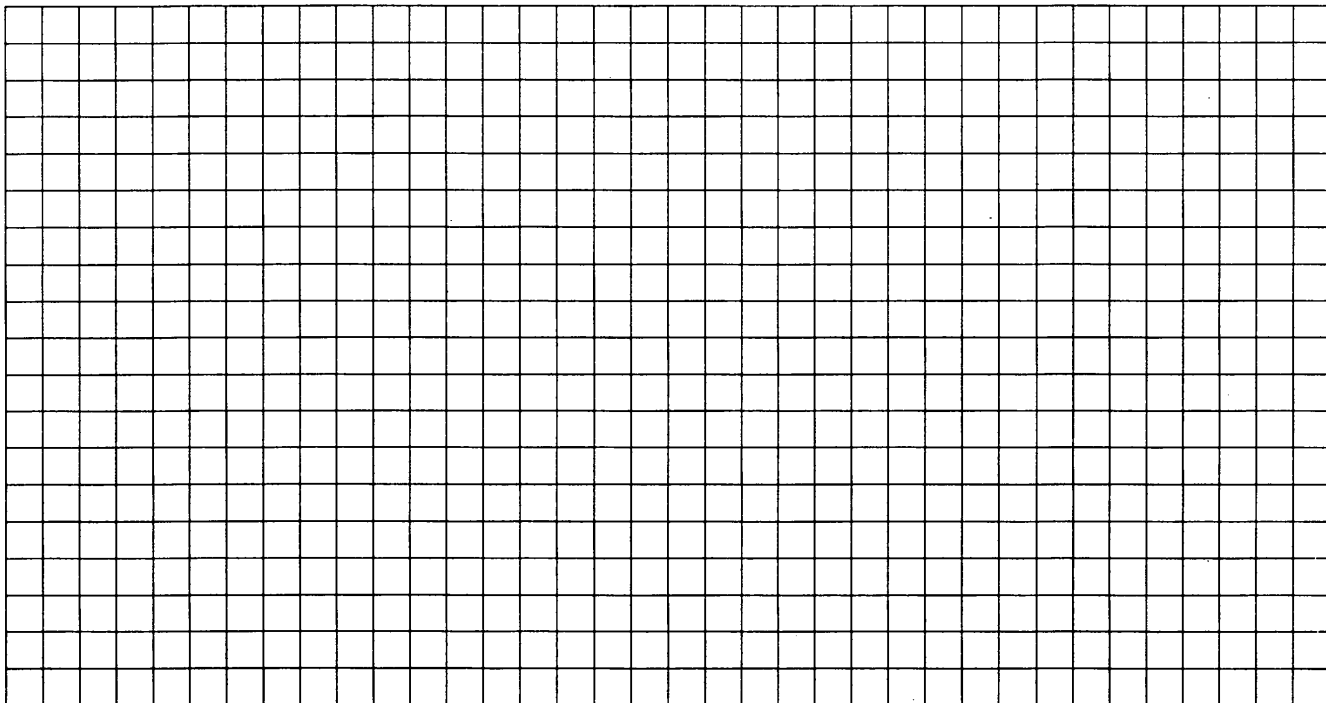
■2.B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1-x^2}$.

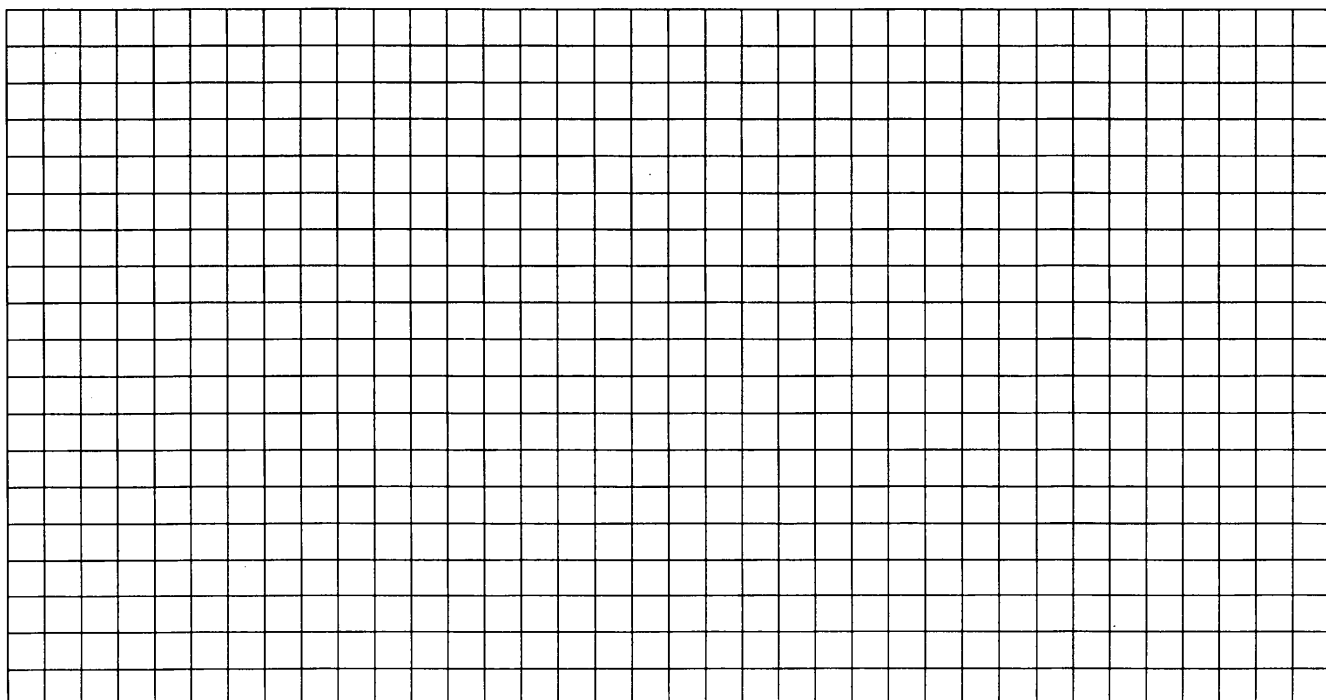
■2.B14

Часть 2

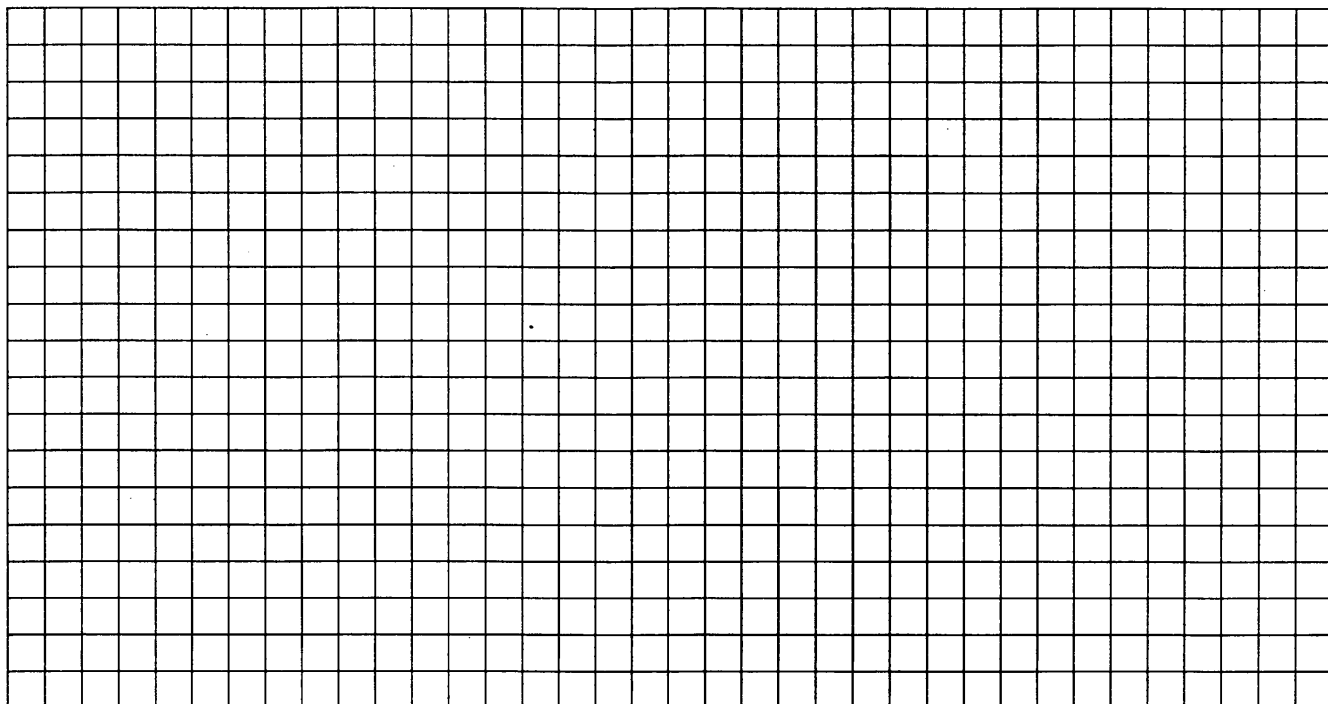
C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8}{\log_2(1 - 2y)} = 0, \\ y = \cos x. \end{cases}$$



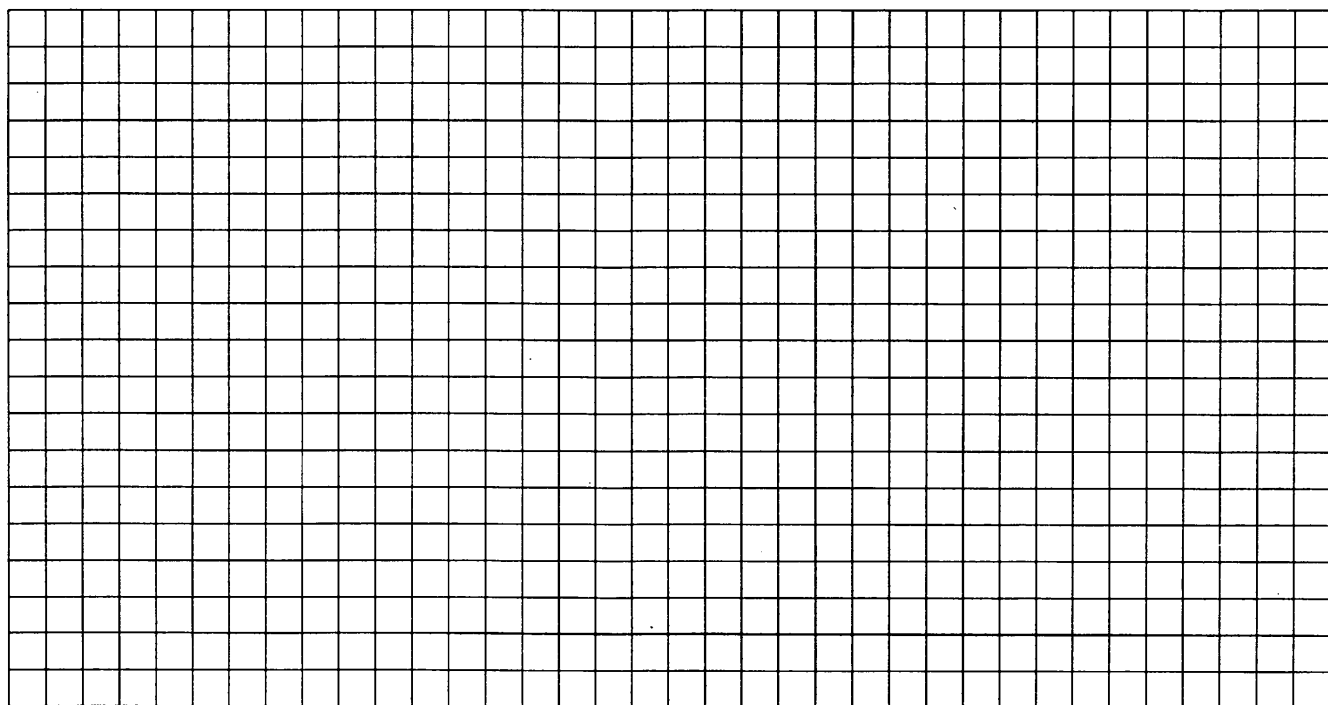
C2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1 B_1 C_1$.



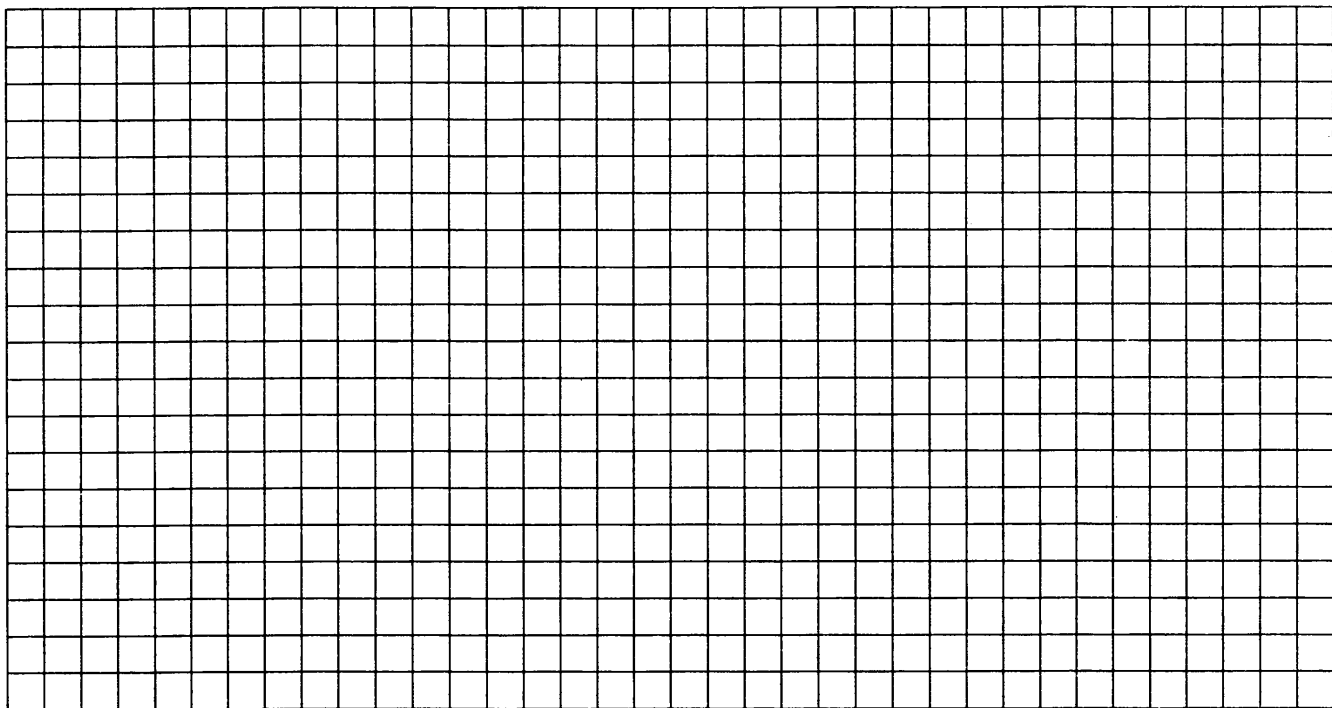
С3. Решите неравенство $\left(x + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(\log_{5-x}(x^2 - 6x + 9)\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\log_{5-x}(x^2 - 6x + 9)\right)^2$.



С4. Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC = 44$, $AD = 100$, $AB = CD = 35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

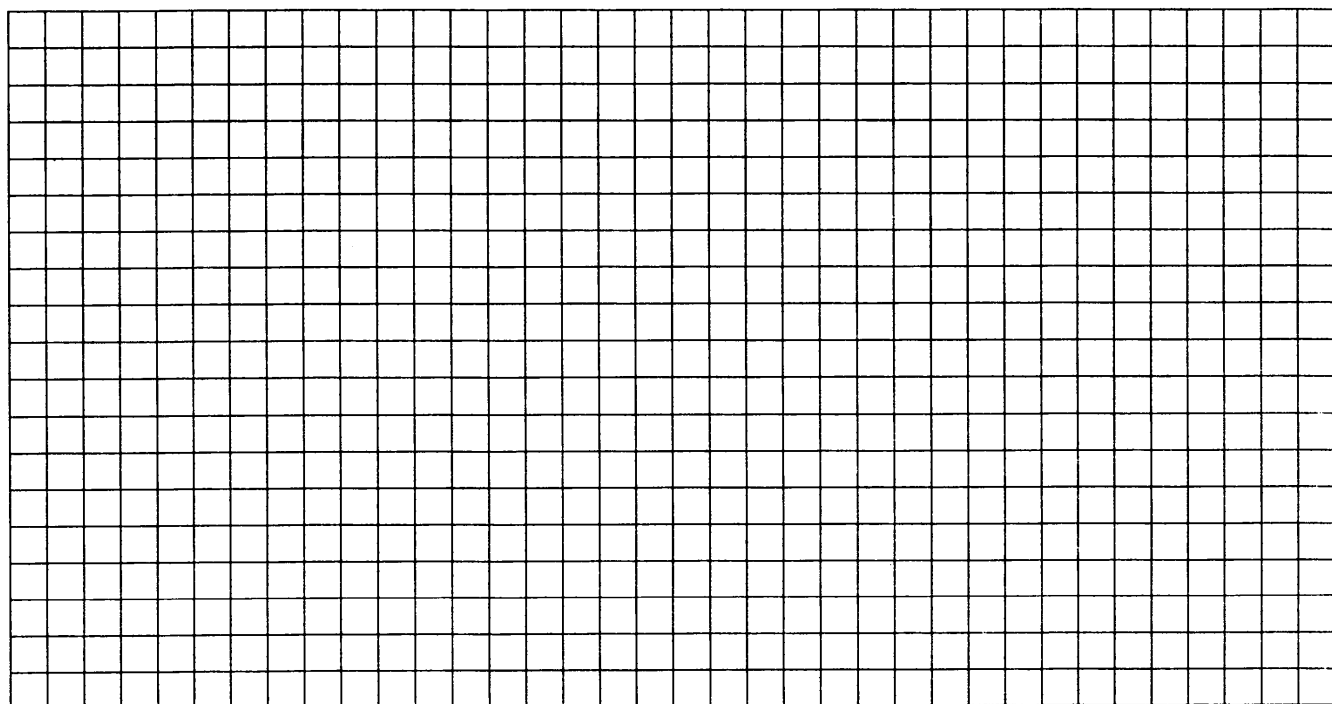


- С5.** Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют отрезок длины 1.



- С6.** Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе:

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0, \\ x + 2y < \frac{15}{2}. \end{cases}$$



**ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 1
ЕГЭ-2012
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Ответом к заданиям части 1 (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

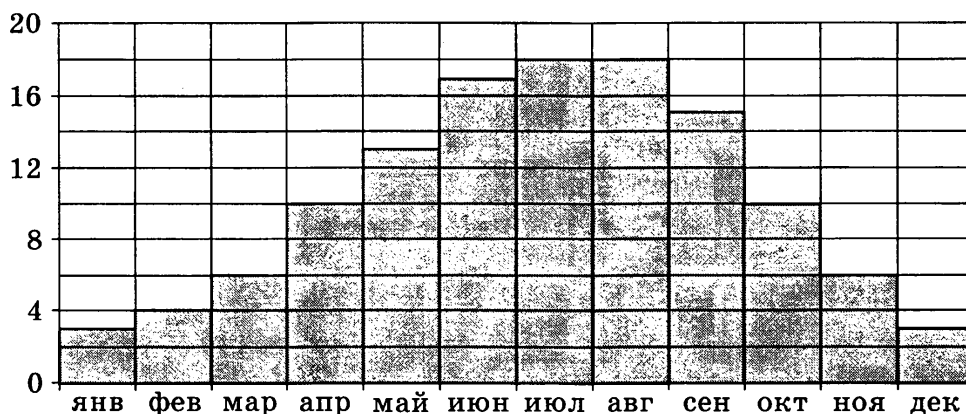
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

В1. Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

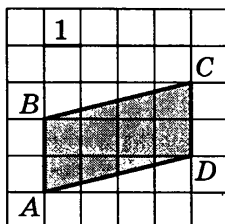
■ 3.В1

В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.

■ 3.В2



В3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

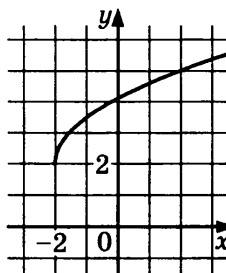


■ 3.В3

В4. Строительная фирма собирается приобрести 85 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

■ 3.В4

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2700	15000	При заказе на сумму больше 250000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	14000	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2750	12000	

3.B5 ■**B5.** Решите уравнение $\sqrt{7-x} = 4$.**3.B6 ■****B6.** Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 8$.**3.B7 ■****B7.** Вычислите $\log_5 135 - \log_5 4$.**3.B8 ■****B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f(2)$.**3.B9 ■****B9.** Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды в два раза больше высоты боковой грани, проведенной к стороне основания пирамиды. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.**3.B10 ■****B10.** В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадет вопрос по круглым червям.**3.B11 ■****B11.** Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна 80 см^2 . Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^2 .**3.B12 ■****B12.** Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?**3.B13 ■****B13.** Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).**3.B14 ■****B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = 11x + \cos x + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

В1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

■4.B1

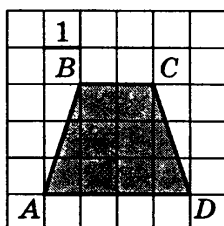
В2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6^{\circ}\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.

■4.B2



В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

■4.B3



В4. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

■4.B4

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

В5. Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.

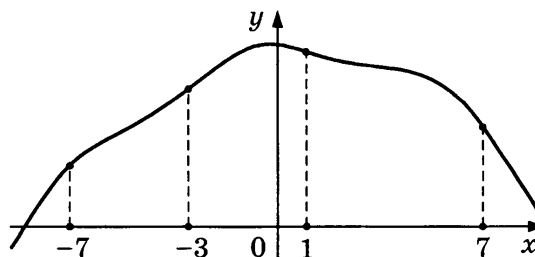
■4.B5

4.B6 ■**4.B7 ■****4.B8 ■****4.B9 ■****4.B10 ■****4.B11 ■****4.B12 ■****4.B13 ■****4.B14 ■**

B6. В треугольнике ABC углы A и B равны соответственно 45° и 67° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины C . Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6,5$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 1, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



B9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.

B10. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 16 см^2 . Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

B12. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200 \text{ К}$?

B13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x - 11x + 7$ на отрезке $[-\pi; 0]$.

ЗАДАЧА В1

Подготовительные задания

1. Сырок стоит 7 рублей 30 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 90 рублей?
2. Теплоход рассчитан на 720 пассажиров и 28 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
3. Гелевая ручка стоит 12 рублей. При покупке более 80 ручек на всю покупку начинает действовать скидка 25%. Сколько рублей потребуется для покупки 130 ручек?
4. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 110 рублей за штуку и продает с наценкой 15%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1300 рублей?
5. Максим купил проездной билет на месяц и сделал за месяц 52 поездки. Сколько рублей он сэкономил, если проездной билет на месяц стоит 620 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?
6. Найдите 17% от числа 4500.
7. Билет в театр стоит 300 рублей. Сколько денег потратит группа из 9 студентов и 2 педагогов, если студенческая скидка составляет 25%?
8. Поезд Сосногорск-Москва отправляется в 5:11, а прибывает в 9:11 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?
9. Одна таблетка лекарства весит 30 мг и содержит 9% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,9 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 6 кг в течение суток?
10. Чайник до распродажи стоил 800 рублей, а после понижения цен стал стоил 704 рубля. На сколько процентов понизилась цена чайника?

■ B1.1

■ B1.2

■ B1.3

■ B1.4

■ B1.5

■ B1.6

■ B1.7

■ B1.8

■ B1.9

■ B1.10

B1.11 ■

B1.12 ■

B1.13 ■

B1.14 ■

B1.15 ■

B1.16 ■

B1.17 ■

B1.18 ■

B1.19 ■

B1.20 ■

B1.1 ■

B1.2 ■

11. Найдите 20% от числа 58.
12. Какое число получится, если 170 увеличить на 30%?
13. Кафельная плитка продается коробками по 6 м². Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 35 м²?
14. Билет в ботанический сад стоит 50 рублей. Сколько рублей сдачи нужно получить с 2000 рублей, заплаченных за проход 36 человек?
15. В квартире, где проживает Максим, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 апреля счётчик показывал расход 120 куб. м. воды, а 1 мая – 135 куб. м. Какую сумму должен заплатить Максим за холодную воду за апрель, если цена за один куб. м. холодной воды составляет 15 р. 30 коп? Ответ дайте в рублях.
16. Какое минимальное количество восьмиместных шлюпок должно быть на корабле, на котором находятся 54 пассажира и 12 членов экипажа?
17. Билет в музей стоит 150 рублей. Сколько билетов можно купить на 1300 рублей?
18. Сколько автомобилей грузоподъемностью 5 тонн понадобится, чтобы перевезти за один рейс 72 тонны груза?
19. Диагональ экрана телевизора равна 14 дюймов. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.
20. Шариковая ручка стоит 7 рублей. При покупке более 50 ручек на всю покупку начинает действовать скидка 20%. Сколько рублей потребуются для покупки 120 ручек?

Зачетные задания

1. Костя хочет купить 3 пакета молока по цене 26 рублей за пакет и 4 буханки хлеба по цене 18 рублей за буханку. Сколько рублей сдачи он должен получить с 200 рублей?
2. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1–3 курсов, по 380 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

3. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Надежда Анатольевна получила 15 660 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Надежды Анатольевны?
4. Дальнбойщик Андрей за месяц проехал 9200 км. Средний расход дизельного топлива на 100 км составляет 30 л. Стоимость 1 л дизельного топлива 22 рубля. Сколько рублей составляет стоимость дизельного топлива, потраченного Андреем за этот месяц?
5. 18% учеников школы ходят на кружки по математике, из них девятую часть составляют девочки, а мальчиков, которые ходят на кружки, 144. Сколько всего в школе учеников?
6. В декабре килограмм мандаринов стоил 80 рублей, в январе цена на мандарины снизилась на 25%. Сколько килограммов мандаринов можно было купить в январе на 300 рублей?
7. Цена на стиральную машину менялась дважды. Сначала цена повысилась на 18%, а потом во время распродажи она снизилась на 30%. Сколько стиральная машина стоила изначально, если во время распродажи она стоила 7434 рубля?
8. В спортмагазине на ракетки для бадминтона действует акция: за две купленные пары ракеток третью пару можно получить в подарок. Сколько денег потратит Андрей Игоревич на покупку десяти пар ракеток для детского лагеря, если пара ракеток для бадминтона стоит 170 рублей?
9. Только 96% из 29 500 выпускников города правильно решили задачу В1, а из тех, кто правильно решил В1, только 50% правильно решили В11. Сколько выпускников города правильно решили обе эти задачи?
10. Начинающий предприниматель Антон хочет организовать цветочный бизнес. Он собирается потратить 20 000 рублей на закупку цветочных горшков. Он хочет купить их оптом по цене 80 рублей за горшок и продавать по цене 108 рублей за горшок. Какую максимальную прибыль он может получить с продажи цветочных горшков? Ответ дайте в рублях.
11. Разделите 345 на 19. В ответе запишите целую часть получившегося частного.

■ B1.3

■ B1.4

■ B1.5

■ B1.6

■ B1.7

■ B1.8

■ B1.9

■ B1.10

■ B1.11

B1.12 ■

B1.13 ■

B1.14 ■

B1.15 ■

B1.16 ■

B1.17 ■

B1.18 ■

B1.19 ■

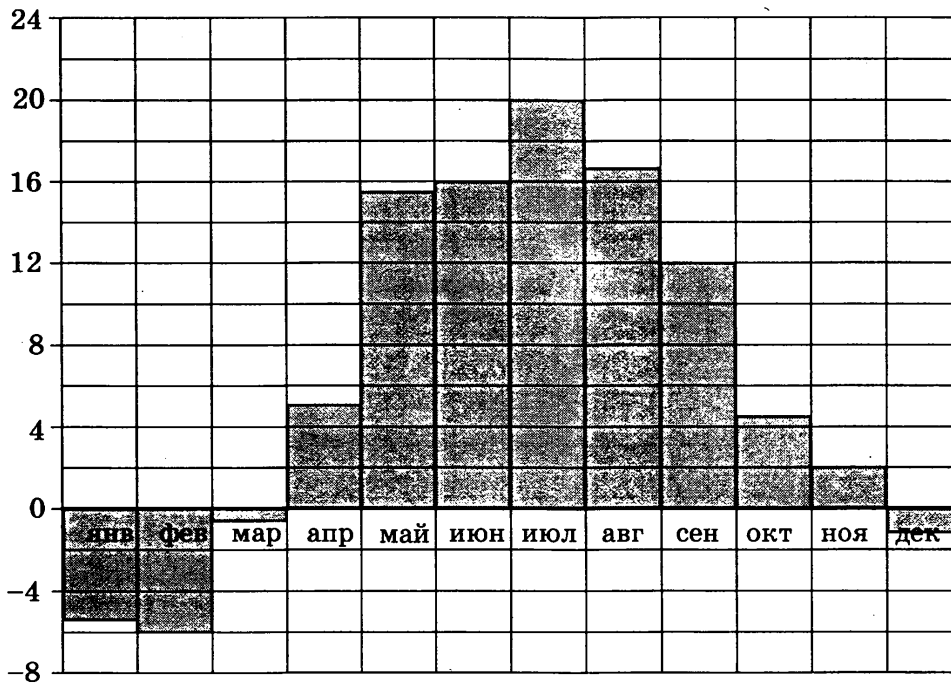
B1.20 ■

12. Большой корабль не может подойти к берегу, поэтому пассажиров отвозят с корабля на шлюпке, вмещающей 8 пассажиров. Сколько раз шлюпка приставала к берегу, если на берег отвезли 30 пассажиров?
13. В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три шоколадки (одна шоколадка в подарок). Шоколадка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 150 рублей?
14. Летом килограмм черешни стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 800 г черешни. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?
15. Таксист за месяц проехал 5500 км. Стоимость 1 л бензина 22 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
16. Выпускники 11 «Б» класса покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить цветы 18 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 25 рублей за штуку. Сколько рублей потребуется для покупки?
17. Призерами городской олимпиады по математике стало 48 учеников, что составило 12% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?
18. Только 94% из 27 500 выпускников города правильно решили задачу B1. Сколько человек правильно решило задачу B1?
19. В июне 1 кг помидоров стоил 60 рублей. В июле цена помидоров снизилась на 30%, а августе еще на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг помидоров после снижения цены в августе?
20. Среди 160 000 жителей города 55% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 90% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч?

ЗАДАЧА В2

Подготовительные задания

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



1. Определите по диаграмме, какой была среднемесячная температура в сентябре 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
2. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
3. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру летом 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
4. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2003 году с отрицательной среднемесячной температурой.

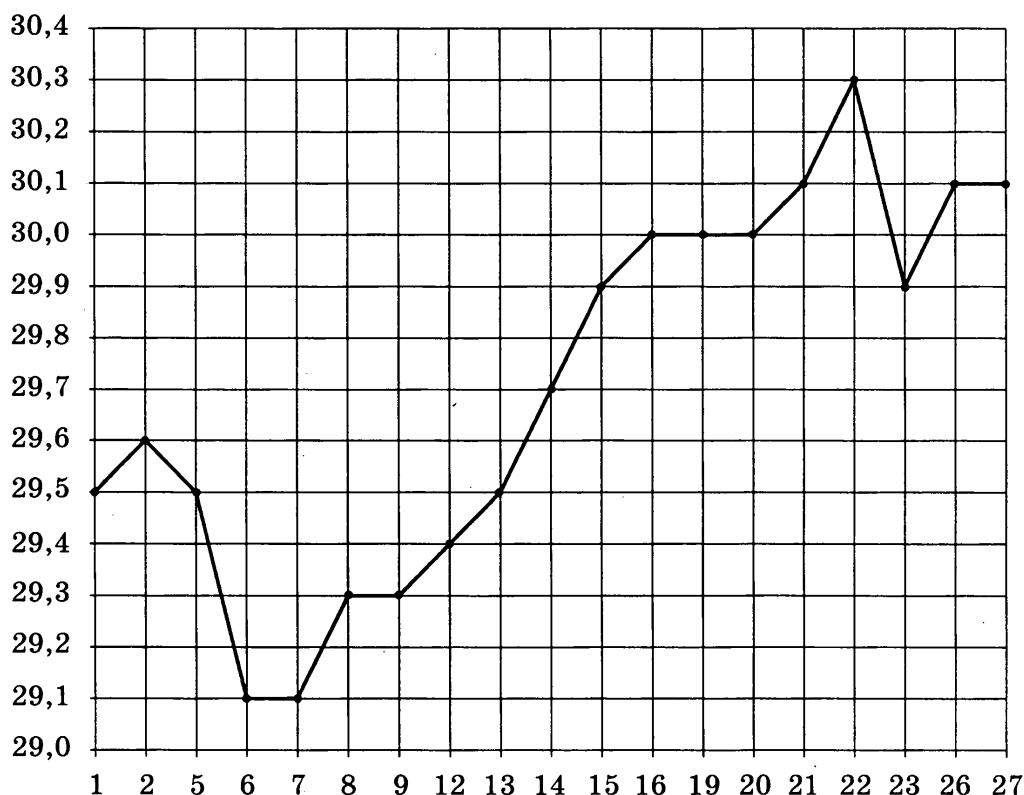
■ В2.1

■ В2.2

■ В2.3

■ В2.4

На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



B2.5 ■

5. Определите по рисунку, какой был курс доллара 15 октября. Ответ дайте в рублях.

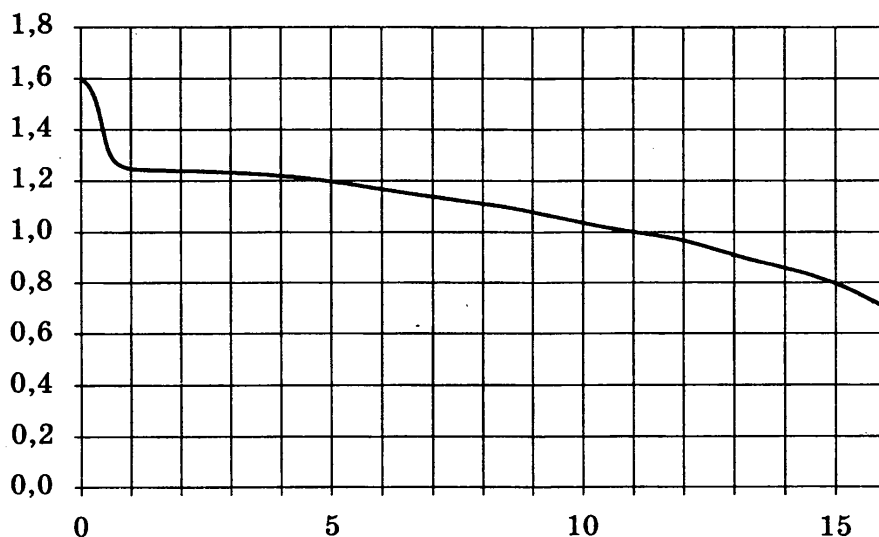
B2.6 ■

6. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30 рублям.

B2.7 ■

7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был равен 29,5 рубля.

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.



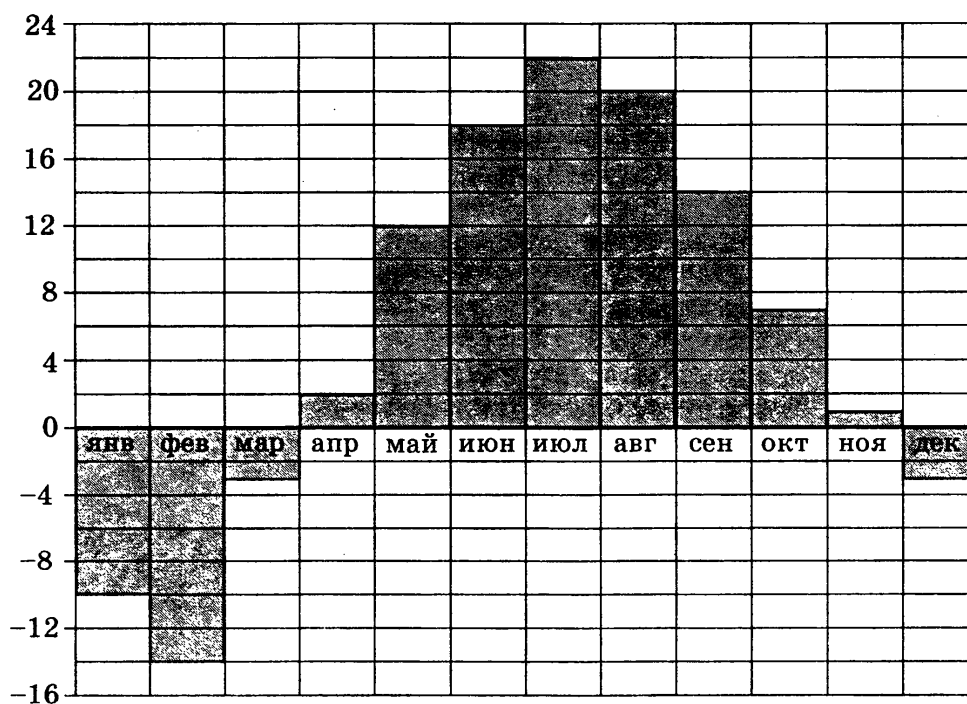
8. Определите по рисунку, каким было напряжение в момент включения фонарика. Ответ дайте в вольтах.
9. Определите по рисунку, каким было напряжение через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.
10. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение упало до 1 вольта.

■ B2.8

■ B2.9

■ B2.10

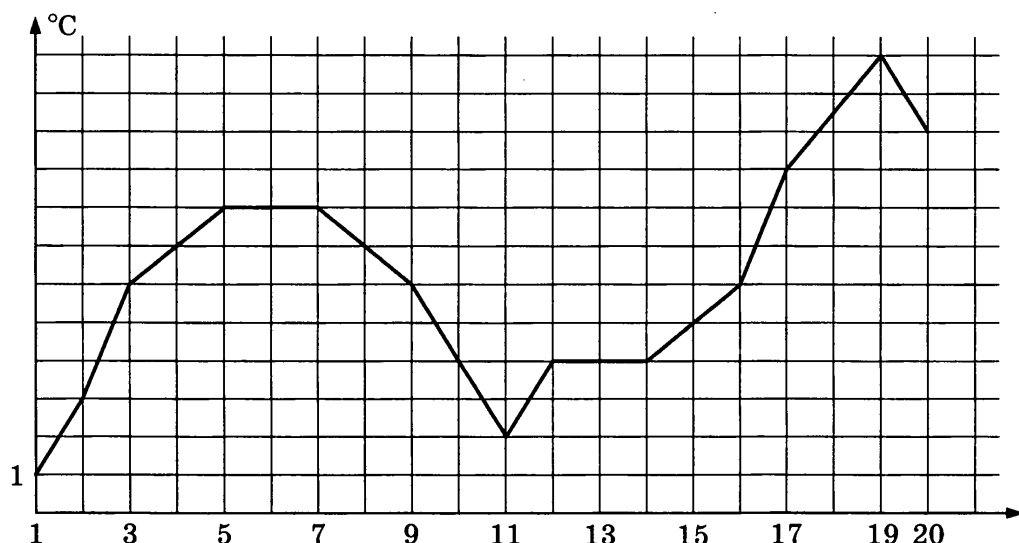
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



B2.11 ■**B2.12 ■****B2.13 ■****B2.14 ■**

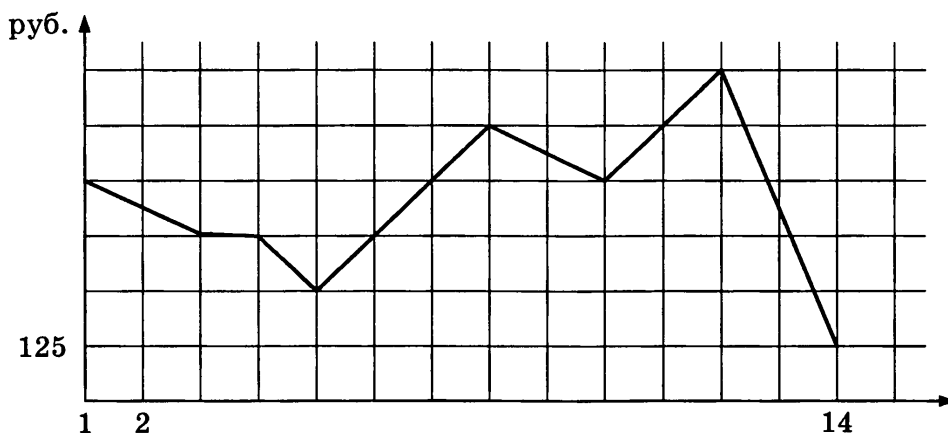
11. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
12. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
13. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году с отрицательной среднемесячной температурой.
14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура превышала 10°C .

На рисунке изображен график колебания температуры в течение первых 20 дней апреля. По горизонтальной оси отложены дни, а по вертикальной — среднесуточная температура воздуха.

**B2.15 ■****B2.16 ■****B2.17 ■****B2.18 ■**

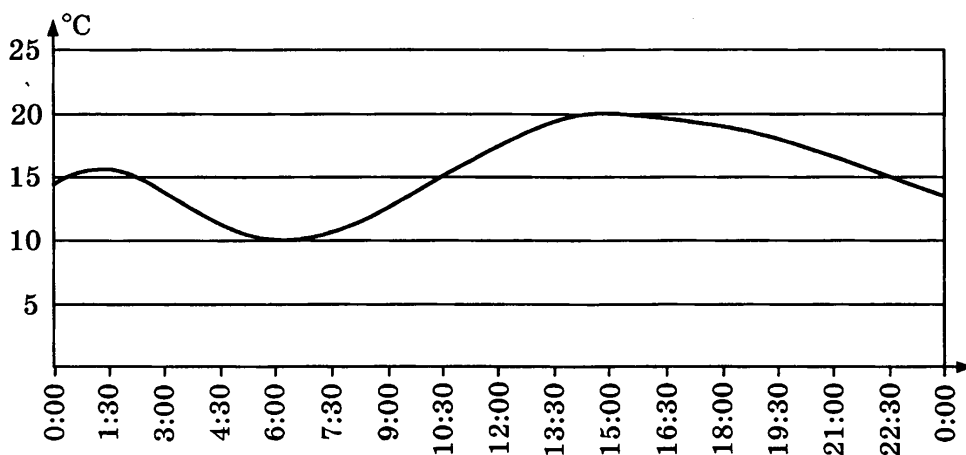
15. Какой была среднесуточная температура воздуха 6 апреля? Ответ дайте в градусах Цельсия.
16. Какого числа среднесуточная температура воздуха в первый раз достигла 7°C ?
17. Какого числа среднесуточная температура воздуха была максимальной?
18. Какого числа среднесуточная температура воздуха была минимальной?

19. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первые две недели февраля. В первую неделю февраля бизнесмен купил 12 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль (в рублях) он мог получить?



■ B2.19

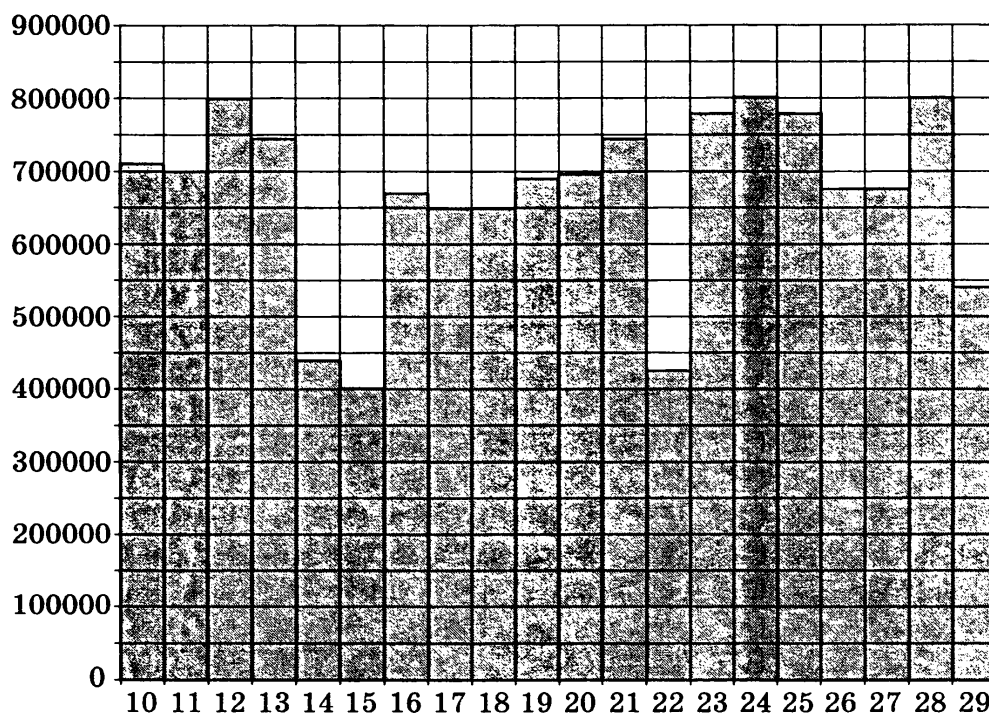
20. На графике изображено изменение температуры воздуха в пункте А на протяжении суток 17 августа. На оси абсцисс отчается время суток, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику разность максимальной и минимальной температур в течение этих суток (в градусах Цельсия).



■ B2.20

Зачетные задания

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день.



B2.1 ■

1. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим суточными количествами посетителей сайта в указанный период.

B2.2 ■

2. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее суточное количество посетителей сайта превосходило наименьшее суточное количество посетителей сайта в указанный период.

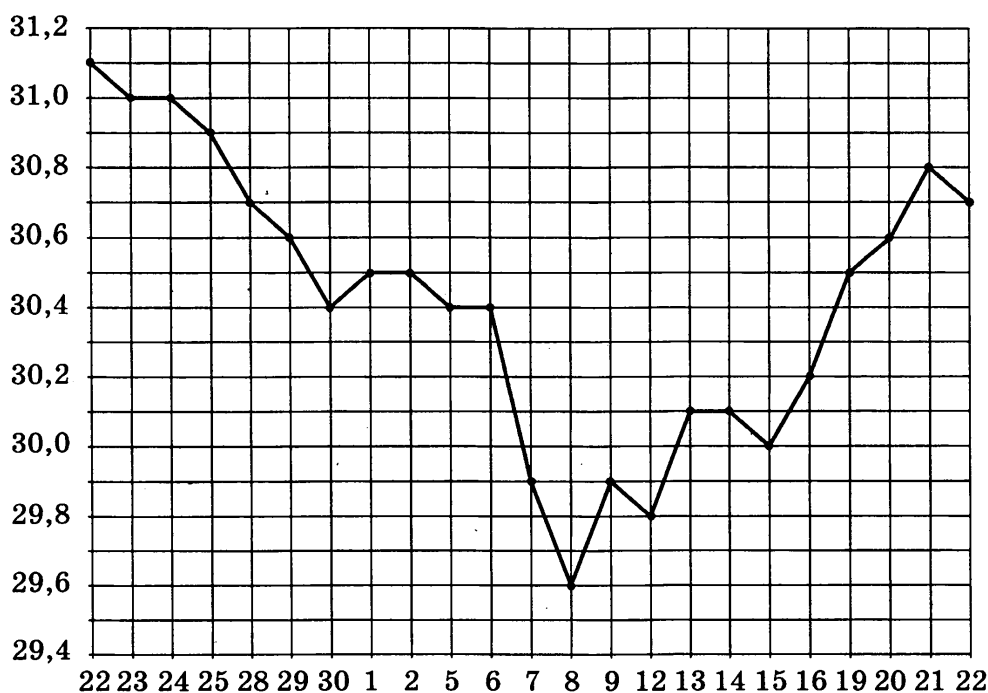
B2.3 ■

3. Определите по диаграмме, сколько было дней в указанный период, когда суточное количество посетителей не превосходило 550000.

B2.4 ■

4. Определите по диаграмме, сколько раз суточное количество посетителей сайта принимало максимальное значение в указанный период.

На рисунке жирными точками показан курс доллара США, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



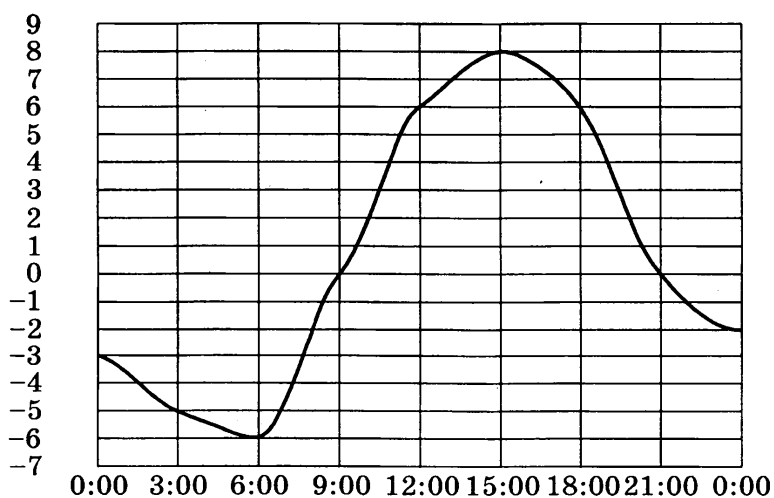
5. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.
6. Определите по рисунку наибольший курс доллара в период с 1 октября по 20 октября. Ответ дайте в рублях.
7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара превышал 30,3 рубля. Ответ дайте в рублях.

■ B2.5

■ B2.6

■ B2.7

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



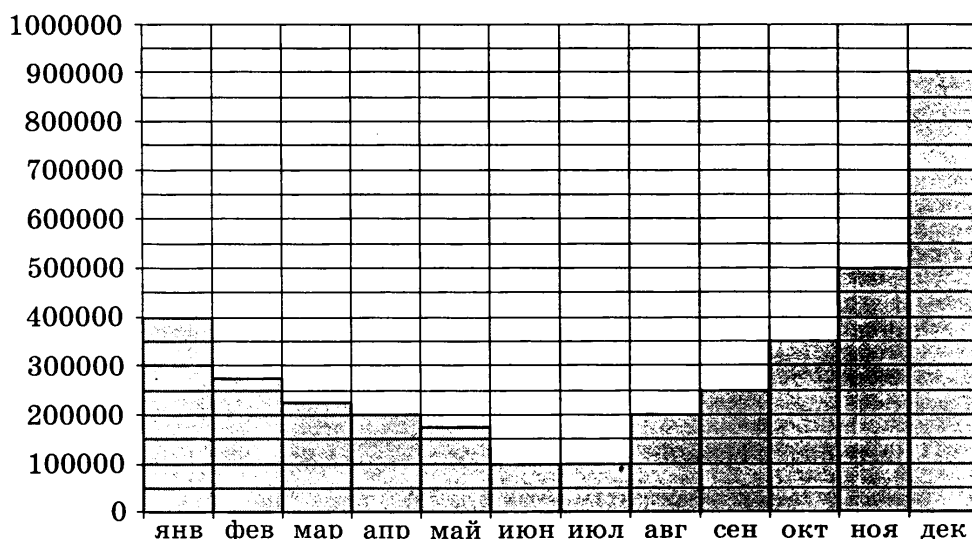
B2.8 ■**B2.9 ■****B2.10 ■**

8. Определите по рисунку наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.

9. Определите по рисунку наибольшее значение температуры в первой половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.

10. Определите по рисунку, сколько часов температура была отрицательной.

На диаграмме показано число запросов со словом СНЕГ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц.

**B2.11 ■****B2.12 ■****B2.13 ■****B2.14 ■**

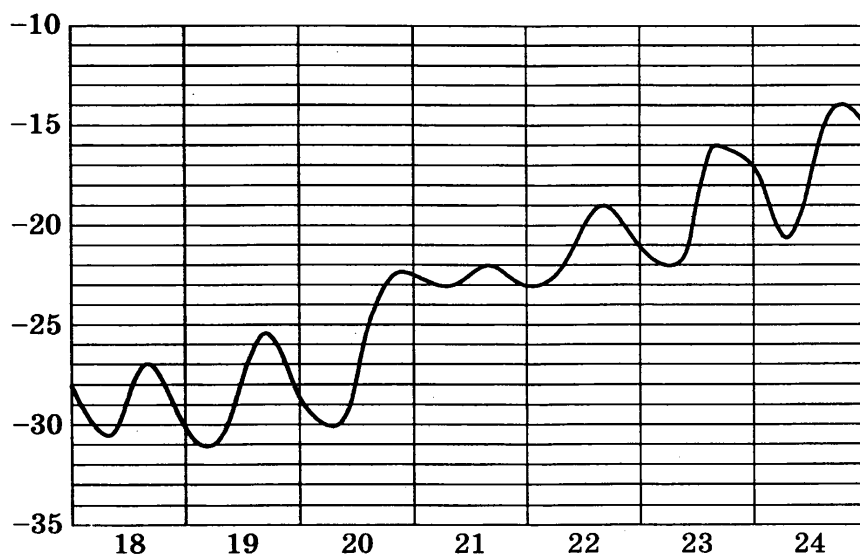
11. Определите по диаграмме максимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в период с января по октябрь 2009 года.

12. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ было равно 200000.

13. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в 2009 году.

14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ не превосходило 300000.

На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 18 по 24 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



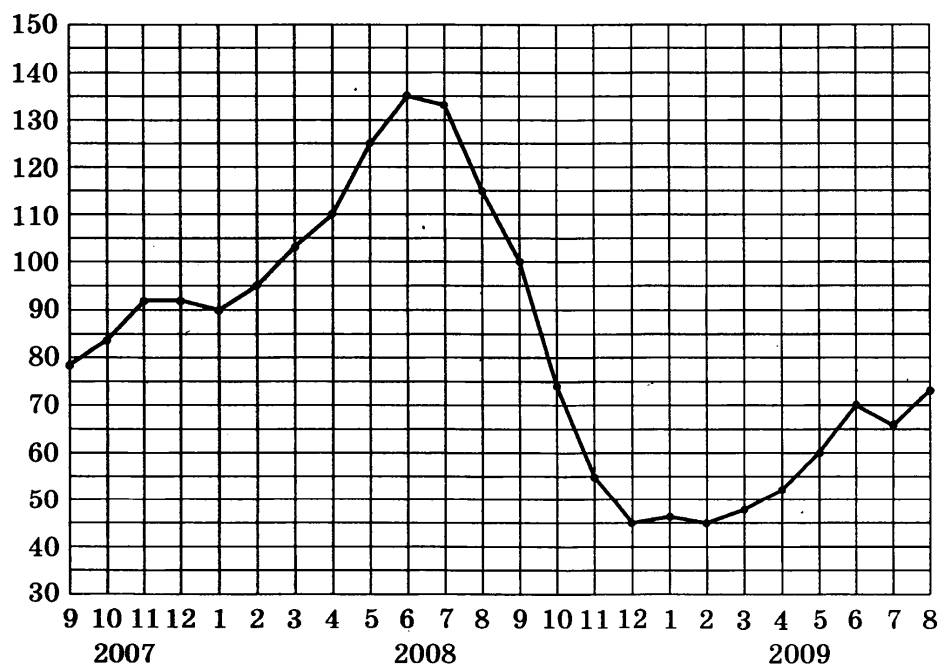
15. Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха за указанный период (в градусах Цельсия).
16. Определите по рисунку, какова была наибольшая температура воздуха 22 января (в градусах Цельсия).
17. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период (в градусах Цельсия).

■ B2.15

■ B2.16

■ B2.17

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти с сентября 2007 по август 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



B2.18 ■

B2.19 ■

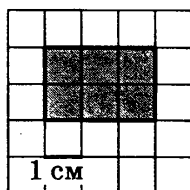
B2.20 ■

18. Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 2009 года (в долларах за баррель).
19. Определите по рисунку, во сколько раз наибольшая среднемесячная цена нефти за указанный период превосходила ее наименьшую среднемесячную цену.
20. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную цену нефти в период с ноября 2007 по сентябрь 2008 года (в долларах за баррель).

ЗАДАЧА В3

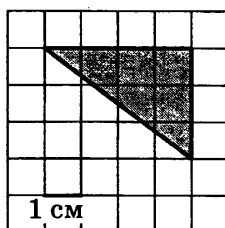
Подготовительные задания

1. Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



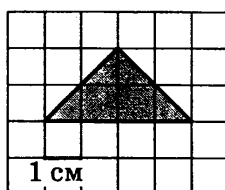
■ В3.1

2. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



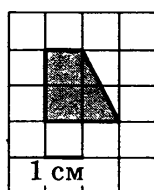
■ В3.2

3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



■ В3.3

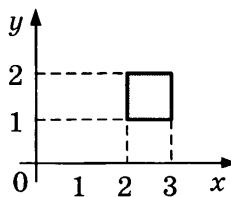
4. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



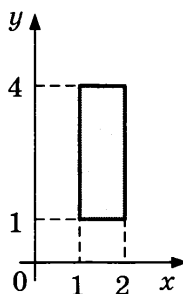
■ В3.4

B3.5 ■

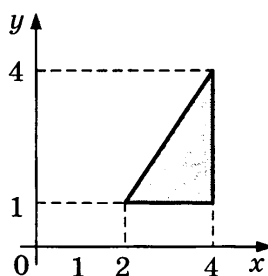
5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (2; 1), (3; 1), (3; 2), (2; 2).

**B3.6 ■**

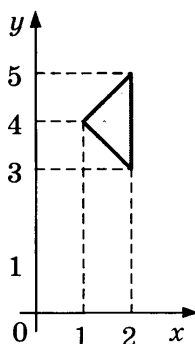
6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (1; 1), (2; 1), (2; 4), (1; 4).

**B3.7 ■**

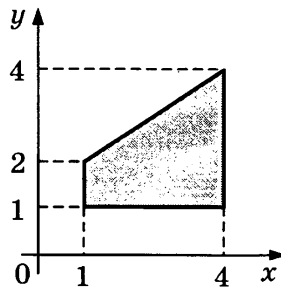
7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2; 1), (4; 1), (4; 4).

**B3.8 ■**

8. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1; 4), (2; 3), (2; 5).

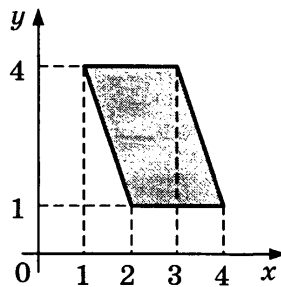


9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 1), (4; 1), (4; 4), (1; 2).



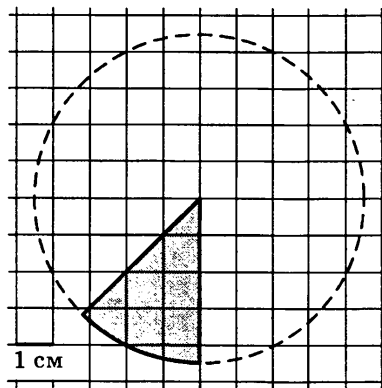
■ В3.9

10. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (2; 1), (4; 1), (3; 4), (1; 4).



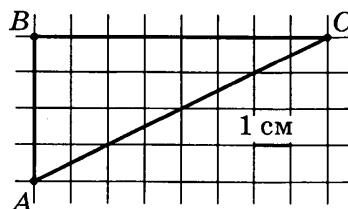
■ В3.10

11. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



■ В3.11

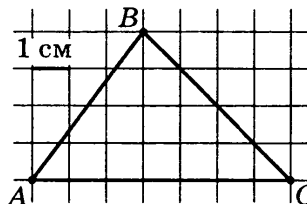
12. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



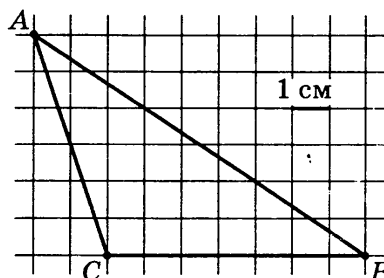
■ В3.12

B3.13

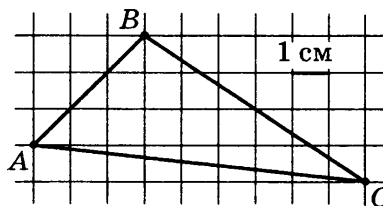
13. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

**B3.14**

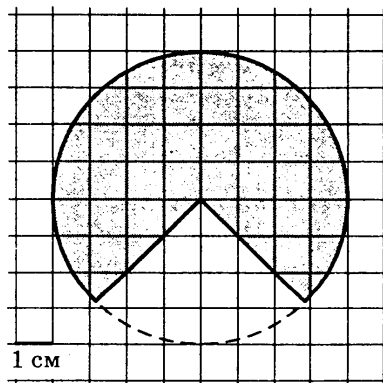
14. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

**B3.15**

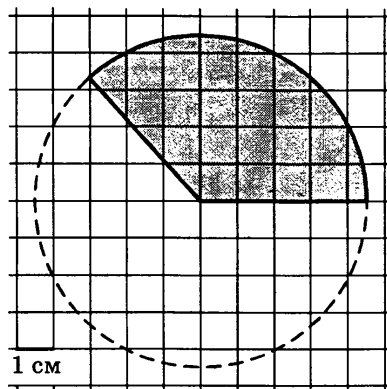
15. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

**B3.16**

16. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

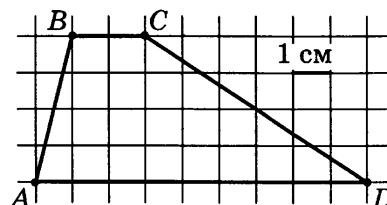


17. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



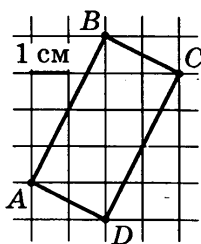
■ B3.17

18. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



■ B3.18

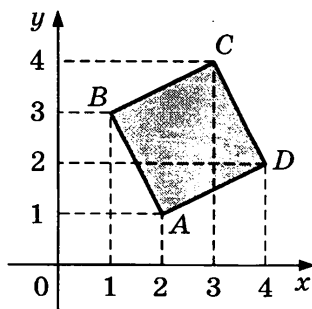
19. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен прямоугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ B3.19

20. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(1; 3)$, $(3; 4)$, $(4; 2)$.

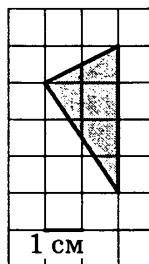
■ B3.20



Зачетные задания

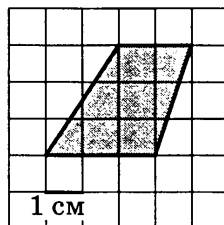
В3.1 ■

1. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



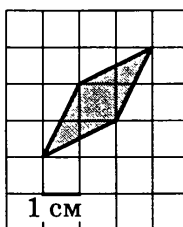
В3.2 ■

2. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



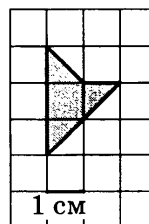
В3.3 ■

3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

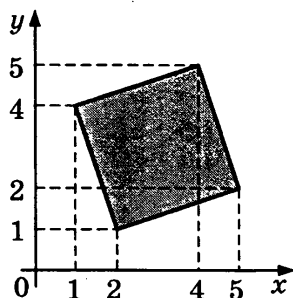


В3.4 ■

4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

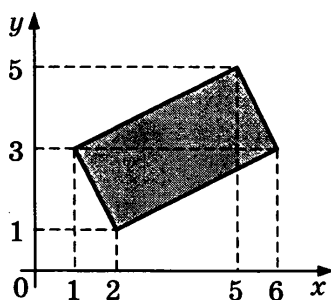


5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(5; 2)$, $(4; 5)$, $(1; 4)$.



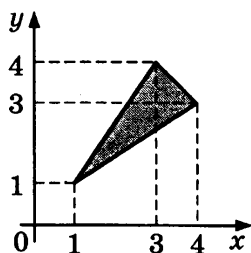
■ B3.5

6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(6; 3)$, $(5; 5)$, $(1; 3)$.



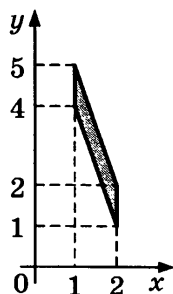
■ B3.6

7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 1)$, $(4; 3)$, $(3; 4)$.



■ B3.7

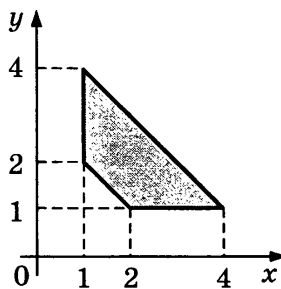
8. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(2; 2)$, $(1; 5)$, $(1; 4)$.



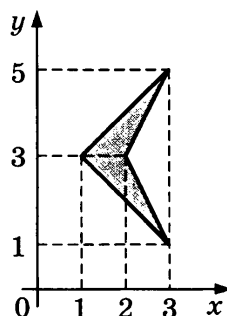
■ B3.8

В3.9 ■

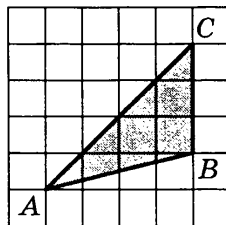
9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (2; 1), (4; 1), (1; 4), (1; 2).

**В3.10 ■**

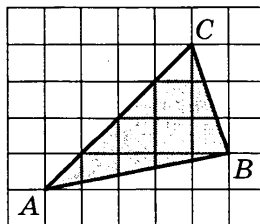
10. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1; 3), (3; 1), (2; 3), (3; 5).

**В3.11 ■**

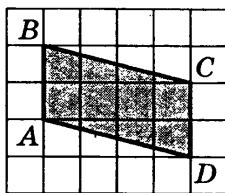
11. Найдите площадь треугольника ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

**В3.12 ■**

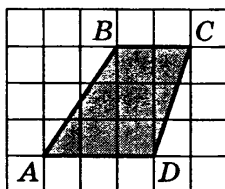
12. Найдите площадь треугольника ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.



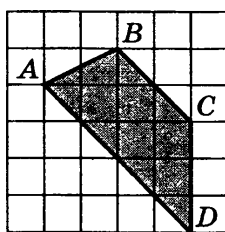
13. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



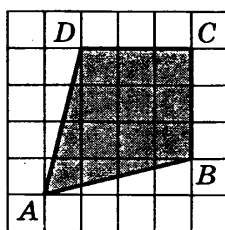
14. Найдите площадь трапеции $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



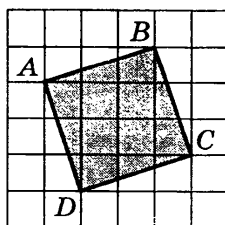
15. Найдите площадь трапеции $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



16. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



17. Найдите площадь квадрата $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



■ B3.13

■ B3.14

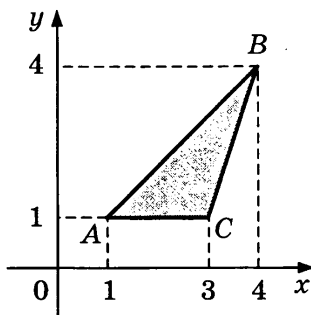
■ B3.15

■ B3.16

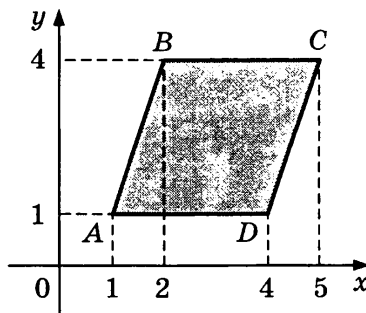
■ B3.17

В3.18

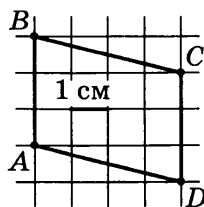
18. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 1)$, $(4; 4)$, $(3; 1)$.

**В3.19**

19. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты $(1; 1)$, $(2; 4)$, $(5; 4)$, $(4; 1)$.

**В3.20**

20. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен параллелограмм (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



ЗАДАЧА В4

Подготовительные задания

1. Строительной фирме нужно перевезти 33 тонны цемента и 7 тонн облицовочного камня. Сколько машин потребуется фирме, чтобы за один рейс перевезти эти материалы, если фирма располагает грузовыми автомобилями грузоподъемностью 2,6 тонны?
2. Высокоскоростной интернет позволяет скачать файл размером 84 Мб за 36 секунд. Сколько секунд будет скачиваться при той же скорости файл размером 252 Мб?
3. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5	2	3	4	4
Б	3	4	3	5	3
В	4	3	5	3	4

4. Из города A в город B можно доехать на маршрутном такси, которое ходит ежедневно с 8 утра до 8 вечера каждые три часа. Время в пути составляет 2 часа. Из города B в город C можно доехать на электричке, которая ходит с 7 утра до 10 вечера каждые 50 минут. Также есть автобус из города A в город C , который ходит один раз в день в 14:00, и время в пути составляет 2 часа 45 минут. Миша пришел на автовокзал в городе A в 12:30. Как ему быстрее всего добраться до города C , если от города B до города C электричка идет 20 минут? В ответе напишите, через сколько часов после прихода на автовокзал в городе A Миша окажется в городе C , если воспользуется этим вариантом.
5. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 5% на звонки в другие регионы, либо 15% на услуги мобильного интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за

■ В4.1

■ В4.2

■ В4.3

■ В4.4

■ В4.5

B4.6 ■

6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

B4.7 ■

7. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенів для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1850	2	3	4
Б	2100	4	3	4
В	2000	3	4	2
Г	1950	3	2	4

B4.8 ■

8. Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Альфа»	6,5%	Изделия ценой до 15000 руб.
«Альфа»	2,5%	Изделия ценой свыше 15000 руб.
«Бета»	3%	Все изделия
«Омикрон»	6%	Все изделия

В прейскуранте приведены цены на четыре кресла-качалки. Определите, продажа какого кресла-качалки наиболее выгодна для салона. В ответ запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого кресла-качалки.

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Кресло-качалка «Агнесса»	13000 руб.
«Альфа»	Кресло-качалка «Валентина»	20000 руб.
«Бета»	Кресло-качалка «Домна»	17000 руб.
«Омикрон»	Кресло-качалка «Ия»	14500 руб.

9. В первом банке один фунт стерлингов можно купить за 47,4 рубля. Во втором банке 30 фунтов — за 1446 рублей. В третьем банке 12 фунтов стоят 561 рубль. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 10 фунтов стерлингов?

■ B4.9

10. В книжном магазине объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 1500 руб., он получает сертификат на 350 рублей, который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 350 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести энциклопедию ценой 1200 руб., атлас автомобильных дорог ценой 340 руб. и учебник ценой 320 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего:

■ B4.10

1) И. купит все три книги сразу.

2) И. купит сначала энциклопедию и атлас, учебник получит за сертификат.

3) И. купит сначала энциклопедию и учебник, получит атлас за сертификат.

В ответ запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

11. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

■ B4.11

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг.

В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4	3	3	4	3
Б	2	4	4	5	5
В	4	4	3	3	4

B4.12 ■

12. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1900	3	3	2
Б	1750	2	4	2
В	1950	3	3	3
Г	2150	3	4	2

B4.13 ■

13. Веревку можно покупать либо по метру, стоимостью 27 рублей за метр, либо бухтами по 50 метров, стоимостью 1200 рублей за бухту. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант покупки 38 метров веревки?

B4.14 ■

14. Из пункта А в пункт Б автомобиль может ехать либо 30 км по проселочной дороге, либо 45 км по шоссе. За какое минимальное время можно добраться на автомобиле из пункта А в пункт Б, если средняя скорость движения по проселочной дороге — 45 км/ч, а средняя скорость движения по шоссе — 60 км/ч? Ответ дайте в минутах.

B4.15 ■

15. У продуктового магазина есть два поставщика макаронных изделий. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки 45 коробок макаронных изделий с доставкой?

Поставщик	Цена макаронных изделий (руб. за 1 коробку)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	1510	2700	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
Б	1500	2900	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

B4.16 ■

16. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в минутах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции — 20 мин.	Автобус в пути: 2 ч 10 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги — 15 мин.	Электричка в пути: 1 ч 20 мин.	От станции до дачи пешком 55 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси — 20 мин.	Маршрутное такси в пути: 1 ч 40 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 35 мин.

17. Клиент хочет арендовать автомобиль на двое суток для поездки протяженностью 2100 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант? Цена дизельного топлива — 19 рублей за литр, бензина — 22 рубля за литр, газа — 14 рублей за литр.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	7	3700
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3200

18. Для транспортировки 42 тонн груза на 1100 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

19. В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 1 час. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить меньше всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты поездки сверх продолжительности минимальной поездки
«Пеликан»	350 руб.	Нет	13 руб.
«Фламинго»	Бесплатно	20 мин, 400 руб.	19 руб.
«Цапля»	200 руб.	15 мин, 225 руб.	15 руб.

* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

■ B4.17

■ B4.18

■ B4.19

B4.20 ■

20. Художественная студия приобретает 300 кг скульптурного гипса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки гипса с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена 1 кг гипса (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	120	3000	
Б	110	2700	При заказе на сумму больше 35 000 руб. доставка бесплатно
В	125	2400	При заказе на сумму больше 30 000 руб. доставка бесплатно

Зачетные задания

B4.1 ■

1. Школьники хотят купить в подарок на День учителя своей классной руководительнице букет из 11 роз. В магазине около школы розы стоят по 105 рублей, а в магазине на цветочной базе за городом, куда можно доехать только на такси, такие же розы стоят по 75 рублей за штуку. Оказалось, что в связи с праздником в магазине около школы действует скидка на розы, равная количеству купленных роз, но не более 15%. Такси до цветочной базы и обратно стоит 200 рублей. Как выгоднее поступить старосте, ответственной за покупку букета: купить цветы в магазине около школы или съездить на такси на цветочную базу? В ответе напишите, сколько рублей она потратит в этом случае.

B4.2 ■

2. В первом банке один швейцарский франк можно купить за 30,5 рубля. Во втором банке 110 франков — за 3366 рублей. В третьем банке 35 франков стоят 1074,5 рубля. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 90 швейцарских франков?

B4.3 ■

3. В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10% уплаченной суммы. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести пуховик ценой 9200 руб., рубашку ценой 900 руб. и перчатки ценой 1000 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего:
- 1) Б. купит все три товара сразу.
 - 2) Б. купит сначала пуховик и рубашку, а потом перчатки со скидкой.
 - 3) Б. купит сначала пуховик и перчатки, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

4. В среднем входящий трафик гражданина К. составляет 1600 Мб в месяц, а исходящий — 1200 Мб. Раньше у К. был тариф, по которому 1 Мб любого трафика стоил 35 копеек. Потом К. перешел на новый тариф, по которому 1 Мб исходящего трафика стоит 40 копеек, а 1 Мб входящего — 28 копеек.

■ B4.5

За полгода трафик К. в среднем остался неизменным. На сколько больше рублей заплатил бы К. за интернет за этот период, если бы не поменял тариф?

5. Вася загружает на свой компьютер из Интернета файл размером 30 Мб за 26 секунд. Петя загружает файл размером 28 Мб за 25 секунд, а Миша загружает файл размером 32 Мб за 29 секунд. Сколько секунд будет загружаться файл размером 390 Мб на компьютер с наибольшей скоростью загрузки?

■ B4.5

6. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

■ B4.6

Наименование продукта	Кострома	Томск	Ярославль
Пшеничный хлеб (батон)	11	12	15
Молоко (1 литр)	26	25	26
Картофель (1 кг)	17	15	9
Сыр (1 кг)	240	220	240
Мясо (говядина)	285	310	230
Подсолнечное масло (1 литр)	52	50	58

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 кг сыра, 1 кг говядины, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

7. Для остекления музейных витрин требуется заказать 50 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,35 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекла. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

■ B4.7

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	320	20
В	310	25
С	340	15

8. Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 70 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 60 рублей за

■ B4.8

B4.9 ■

100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 40 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

9. В таблице даны условия банковского вклада в трех различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 40000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка (% годовых)**
Банк А	40 руб. в год	2,1
Банк Б	8 руб. в месяц	2,5
Банк В	Бесплатно	2

* В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета.

** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

B4.10 ■

10. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо 20% на услуги мобильного интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 300 рублей на звонки абонентам других компаний в своем регионе, 500 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

B4.11 ■

11. Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	3600	10 700	
Б	4100	8700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3700	8700	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

12. Для перевозки 4 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трех транспортных компаний. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждой компании указаны в таблице. Сколько рублей будет стоить наиболее дешевый вариант перевозки груза?

Компания-перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъемность автомобиля (тонн)
А	90	1,8
Б	130	2,6
В	140	2,8

13. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «700»	600 руб. за 700 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 700 Мб
План «1000»	830 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 810 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 810 Мб?

14. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	Нет	0,35 руб.
Комбинированный	140 руб. за 350 минут в месяц	0,3 руб. за 1 минуту сверх 350 минут в месяц
Безлимитный	200 руб.	0 руб.

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составит 700 минут в месяц. Какую сумму он должен будет заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

15. Семья из трех человек едет из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 740 рублей. Автомобиль расходует 9 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19 руб. за литр. Какая поездка (поездом или машиной) обойдется дешевле? В ответ напишите, сколько рублей она будет стоить.

■ B4.12

■ B4.13

■ B4.14

■ B4.15

B4.16 ■

16. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 3 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 4 тонны щебня и 40 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2250 рублей, щебень стоит 560 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 180 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешевый вариант?

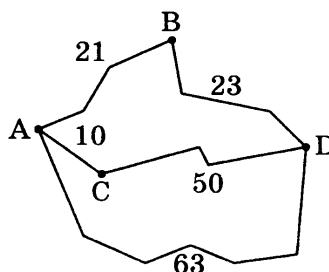
B4.17 ■

17. Пассажир приехал в Санкт-Петербург на Московский вокзал. Чтобы доехать до Петродворца, он может воспользоваться одним из трех способов: маршрутным такси от ст. м. «Проспект Ветеранов», электричкой от Балтийского вокзала или теплоходом от Дворцовой набережной. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

Маршрутное такси	Электричка	Теплоход
От вокзала до остановки маршрутного такси 30 мин.	От Московского до Балтийского вокзала 20 мин.	От вокзала до пристани 30 мин.
Маршрутное такси в пути 40 мин.	Электричка в пути 40 мин.	Теплоход в пути 26 мин.
От остановки такси до Петродворца 5 мин.	От станции ж/д до Петродворца 20 мин.	От пристани до Петродворца 10 мин.

B4.18 ■

18. Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Первая дорога ведет через пункт В, и этой дорогой едет мотоциклист со средней скоростью 44 км/ч. Вторая дорога ведет через пункт С, и по этой дороге едет грузовик со средней скоростью 40 км/ч. Третья дорога без промежуточных пунктов, по ней едет автобус со средней скоростью 36 км/ч. На рисунке показана схема дорог и даны расстояния в километрах.



Все транспортные средства вышли из пункта А одновременно. Какое из них доберется до пункта D раньше других? В ответе запишите, сколько часов это транспортное средство будет в пути.

19. Для транспортировки 45 тонн груза на 1300 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

20. В таблице указаны средние цены на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным некоторого исследования).

Наименование продукта	Средняя цена (в рублях)		
	Петрозаводск	Ставрополь	Омск
Пшеничный хлеб (батон)	18	11	16
Молоко (1 литр)	28	20	24
Картофель (1 кг)	9	13	16
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина, 1 кг)	275	230	295
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50

Определите, в каком из этих трех городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов:

- 2 кг картофеля;
- 1 кг сыра;
- 1 л подсолнечного масла.

В ответ запишите полученную сумму в рублях.

■ B4.19

■ B4.20

ЗАДАЧА В5

Подготовительные задания

B5.1 ■

1. Решите уравнение $2x^2 + 5x - 3 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

B5.2 ■

2. Решите уравнение $(3x + 15)^2 = (3x - 9)^2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

B5.3 ■

3. Решите уравнение $(x - 5)(x - 3) + 1 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

B5.4 ■

4. Решите уравнение $\sqrt{5x - 1} = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

B5.5 ■

5. Решите уравнение $\sqrt{2x - 7} = 7$.

B5.6 ■

6. Решите уравнение $\sqrt[3]{x + 3} = \frac{1}{2}$.

B5.7 ■

7. Решите уравнение $9^{1-x} = \frac{1}{3}$.

B5.8 ■

8. Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x+63} = 7^{x+21}$.

B5.9 ■

9. Решите уравнение $\log_4 x = 3$.

B5.10 ■

10. Решите уравнение $\lg(-5x + 2) = -1$.

B5.11 ■

11. Решите уравнение $26 - 13x = 0$.

B5.12 ■

12. Решите уравнение $\sqrt{x} = 7$.

B5.13 ■

13. Решите уравнение $\log_5 x = 2$.

B5.14 ■

14. Решите уравнение $\sqrt{x} = 0,3$.

15. Решите уравнение $\log_2 x = -3$.

16. Решите уравнение $2^x = 16$.

17. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{32}$.

18. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$.

19. Решите уравнение $5^{-x} = 125$.

20. Решите уравнение $\sqrt{x-3} = 6$.

Зачетные задания

1. Решите уравнение $\frac{6x+1}{2x-4} = 5$.

2. Решите уравнение $6x = 1 + \frac{1}{x}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

3. Решите уравнение $2\sqrt{11+2x} = x+3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

4. Решите уравнение $216^{4-x} = 36^{\frac{3}{2}x}$.

5. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+2} = \left(\frac{1}{22}\right)^{x^2-3x+2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6. Решите уравнение $\log_5(-5x+13) = 3$.

7. Решите уравнение $\log_{2x+3} 7 = 0,5$.

8. Решите уравнение $\log_{27}(8x+21) = \frac{\log_3(7-6x)}{3}$.

■ B5.15

■ B5.16

■ B5.17

■ B5.18

■ B5.19

■ B5.20

■ B5.1

■ B5.2

■ B5.3

■ B5.4

■ B5.5

■ B5.6

■ B5.7

■ B5.8

B5.9 ■**B5.10 ■****B5.11 ■****B5.12 ■****B5.13 ■****B5.14 ■****B5.15 ■****B5.16 ■****B5.17 ■****B5.18 ■****B5.19 ■****B5.20 ■**

9. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x+1)}{33} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.
10. Решите уравнение $\operatorname{tg}(-\pi x) = -1$. В ответе запишите наименьший положительный корень.
11. Решите уравнение $(2x+7)^2 = (2x-5)^2$.
12. Решите уравнение $\frac{5x-4}{6} = \frac{4x-5}{5}$.
13. Решите уравнение $(x-8)^2 = -32x$.
14. Решите уравнение $\frac{1}{11}x^2 = 9\frac{1}{11}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
15. Решите уравнение $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x}$.
16. Решите уравнение $\sqrt{20-3x} = \sqrt{5}$.
17. Решите уравнение $\sqrt{11+5x} = x+3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
18. Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{12} = -0,5$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.
19. Найдите корень уравнения $2^x \cdot 3^x = 36^{x-4}$.
20. Найдите корень уравнения $2 \log_4(3x-5) = \log_2(15-x)$.

ЗАДАЧА В6

Подготовительные задания

1. Угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен 15° . Найдите гипотенузу, если меньший катет равен 5.
2. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $4 : 3$, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.
3. Основания трапеции равны 12 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию.
4. Биссектриса угла, смежного с углом параллелограмма, параллельна одной из его диагоналей. Найдите угол, под которым пересекаются диагонали параллелограмма. Ответ дайте в градусах.
5. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 72. На диагонали AC отмечена точка O , такая что $AO : OC = 5 : 3$. Через точку O проведены две прямые, параллельные сторонам BC и AD параллелограмма, и они пересекают стороны AB и AD соответственно в точках K и M . Найдите периметр четырехугольника $AKOM$.
6. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные величины которых относятся как $5 : 7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
7. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а большая дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.
8. Около трапеции, один из углов которой равен 35° , описали окружность. Найдите меньший из остальных углов трапеции. Ответ дайте в градусах.
9. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу этого треугольника, если его катеты относятся как $8 : 15$.

■ В6.1

■ В6.2

■ В6.3

■ В6.4

■ В6.5

■ В6.6

■ В6.7

■ В6.8

■ В6.9

B6.10 ■**B6.11 ■****B6.12 ■****B6.13 ■****B6.14 ■****B6.15 ■****B6.16 ■****B6.17 ■****B6.18 ■****B6.19 ■****B6.20 ■**

10. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.
11. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC , если $BK : KA = 6 : 5$, $KM = 18$.
12. В прямоугольном треугольнике, один из острых углов которого равен 60° , гипотенуза равна 19. Найдите меньший катет этого треугольника.
13. В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD диагонали пересекаются в точке O . Найдите AO , если $CO = 27$, $DC = 30$, $AB = 20$.
14. Один из углов параллелограмма на 56° меньше другого угла. Найдите величину тупого угла параллелограмма. Ответ дайте в градусах.
15. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите BC , если $AB = 13$.
16. Концы отрезка AB лежат по одну сторону от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 23, а расстояние от точки B до прямой l равно 45. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .
17. Один из углов выпуклого двенадцатиугольника равен 13° . Найдите сумму остальных его углов. Ответ дайте в градусах.
18. Точки A и B делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 7 : 8. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.
19. Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 12.
20. Около параллелограмма, одна из диагоналей которого равна 11, описана окружность. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

Зачетные задания

1. В треугольнике ABC $AC = BC = 6$, высота AH равна 3. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
2. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.
3. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.
4. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Синус острого угла трапеции равен 0,8. Найдите боковую сторону.
5. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB меньше стороны AD на 2 и угол B тупой. Из вершины B на сторону AD опущена высота $BH = 12$. Найдите BC , если $AH = 9$.
6. Диагонали ромба относятся как 3 : 4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.
7. Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите тупой угол C . Ответ дайте в градусах.
8. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.
9. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные, параллельные сторонам треугольника. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.
10. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 2 : 5 : 7. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 54.
11. Даны два смежных угла, один из которых равен 34° . Найдите угол между биссектрисой второго из данных углов и их общей стороной. Ответ дайте в градусах.

■ B6.1

■ B6.2

■ B6.3

■ B6.4

■ B6.5

■ B6.6

■ B6.7

■ B6.8

■ B6.9

■ B6.10

■ B6.11

B6.12 ■**B6.13 ■****B6.14 ■****B6.15 ■****B6.16 ■****B6.17 ■****B6.18 ■****B6.19 ■****B6.20 ■**

12. Найдите угол B треугольника ABC , если $AB = BC$, а внешний угол при вершине C равен 123° . Ответ дайте в градусах.
13. Одно из оснований трапеции в 6 раз меньше ее средней линии. Во сколько раз оно меньше другого основания трапеции?
14. Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол 11° . Найдите угол между прямыми, содержащими диагонали прямоугольника. Ответ дайте в градусах.
15. Угол между двумя высотами ромба, проведенными из вершины тупого угла, равен 67° . Найдите острый угол ромба. Ответ дайте в градусах.
16. Окружность с центром O касается сторон угла с вершиной A в точках B и C . Найдите угол BAC , если угол BOC равен 127° . Ответ дайте в градусах.
17. Отрезки AB и BC являются соответственно диаметром и хордой окружности с центром O . Найдите угол AOC , если угол ABC равен 67° . Ответ дайте в градусах.
18. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите угол ACD , если углы BAD и ADB равны соответственно 56° и 78° . Ответ дайте в градусах.
19. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 7.
20. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 60° , а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно 10.

ЗАДАЧА В7

Подготовительные задания

1. Найдите значение выражения $\left(5\frac{3}{5} - 2,8\right) : 0,8$.
2. Найдите значение выражения $\left(343^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}\right)^{\frac{1}{3\sqrt{15}}}$.
3. Найдите значение выражения $\frac{a^{-12} \cdot a^{23}}{a^8}$ при $a = \sqrt[3]{23}$.
4. Найдите значение выражения $17(\cos x \cdot \cos 4x - \sin x \cdot \sin 4x)$ при $x = 18^\circ$.
5. Найдите значение выражения $\lg 0,0001$.
6. Вычислите $\log_2 16$.
7. Найдите значение выражения $\log_{16} 128$.
8. Найдите значение выражения $\log_{x^2} x^{28}$ при $x \neq 0$.
9. Найдите значение выражения $\log_y \frac{y^7}{\sqrt{y^3}}$ при $y > 0$.
10. Найдите значение выражения $\log_{12} 36 + \log_{144} 16$.
11. Найдите значение выражения $\frac{\log_5 3}{\log_{25} 81}$.
12. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{1,8}}{\sqrt{0,48}}$.
13. Чему равно $\log_3 a + \log_3 b$?
 1) $\log_3(a + b)$ 2) $\log_3(a \cdot b)$ 3) $\log_3 a^b$ 4) $\log_3(a \cdot 3^b)$

■ B7.1

■ B7.2

■ B7.3

■ B7.4

■ B7.5

■ B7.6

■ B7.7

■ B7.8

■ B7.9

■ B7.10

■ B7.11

■ B7.12

■ B7.13

1	2	3	4
---	---	---	---

B7.14 ■**B7.15 ■****B7.16 ■****B7.17 ■****B7.18 ■****B7.19 ■****B7.20 ■****B7.1 ■****B7.2 ■****B7.3 ■****B7.4 ■****B7.5 ■****B7.6 ■****B7.7 ■****B7.8 ■**

14. Вычислите $\log_3 \frac{1}{27}$.

15. Вычислите $\log_{\frac{1}{5}} 25$.

16. Вычислите $\log_{10} 0,0001$.

17. Вычислите $\log_{\frac{1}{3}} 9$.

18. Вычислите $\log_{0,1} 0,001$.

19. Вычислите $\log_5 70 - \log_5 14$.

20. Вычислите $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

Зачетные задания

1. Найдите значение выражения $\frac{(5x - 6y)^2 - (5x + 6y)^2}{xy}$ при $x \neq 0$, $y \neq 0$.

2. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{24} + \sqrt{150} + \sqrt{216})\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

3. Найдите значение выражения $6^{35} : 15^{34} \cdot 10^{32} : 2^{65}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{b^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{b^9} \cdot \frac{1}{b^{18}}}$ при $b = 11$.

5. Найдите значение выражения $(81^{0,4\sqrt{7}})^{\frac{5}{\sqrt{448}}}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sin 16^\circ \cdot \cos 16^\circ \cdot \cos 32^\circ \cos 64^\circ}{\sin 52^\circ}$.

7. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{49}} \sqrt{343}$.

8. Найдите значение выражения $\log_6 684 - \log_6 19$.

9. Найдите значение выражения $\log_6 32 + \log_6 324 - \log_6 144 - \log_6 2$.
10. Найдите значение выражения $\log_a \sqrt{\frac{a}{b^9}} + \log_b \sqrt{\frac{b^9}{a}}$, если $\log_b a = 3$.
11. Найдите значение выражения $4^{41} : 12^{40} \cdot 3^{42}$.
12. Найдите значение выражения $(5d - 1)(5d + 1) - (5d + 1)^2$ при $d = 110$.
13. Найдите значение выражения $\left(5\frac{1}{3} - 3,5\right) : \frac{11}{12}$.
14. Найдите значение выражения $\frac{a^{-23} \cdot a^{-38}}{a^{-60}}$ при $a = 0,01$.
15. Найдите значение выражения $\frac{b^2 \cdot \sqrt[6]{b}}{\sqrt[10]{b} \cdot \sqrt[15]{b}}$ при $b = 6$.
16. Найдите значение выражения $\frac{44 \sin 44^\circ \cdot \cos 44^\circ}{\sin 88^\circ}$.
17. Найдите $34 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{15}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
18. Найдите значение выражения $\left(9^{\frac{\sqrt{5}}{3}}\right)^{\frac{3}{2\sqrt{5}}}$.
19. Вычислите значение выражения $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7}$.
20. Найдите $\log_a \frac{a^3}{b^7}$, если $\log_b a = 7$.

■ B7.9

■ B7.10

■ B7.11

■ B7.12

■ B7.13

■ B7.14

■ B7.15

■ B7.16

■ B7.17

■ B7.18

■ B7.19

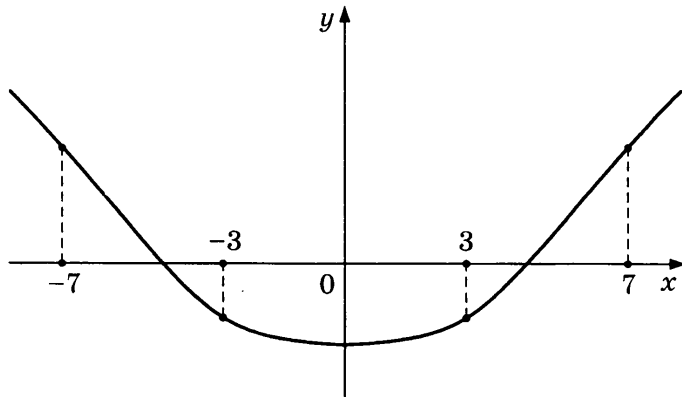
■ B7.20

ЗАДАЧА В8

Подготовительные задания

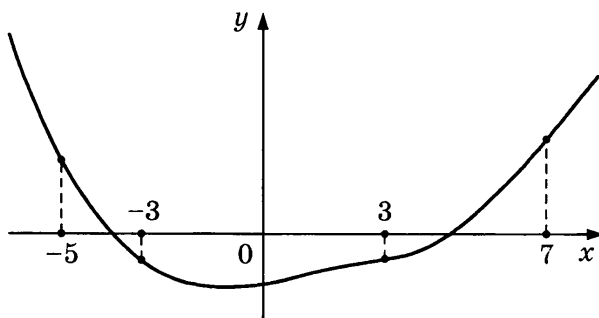
В8.1 ■

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 3 , 7 . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



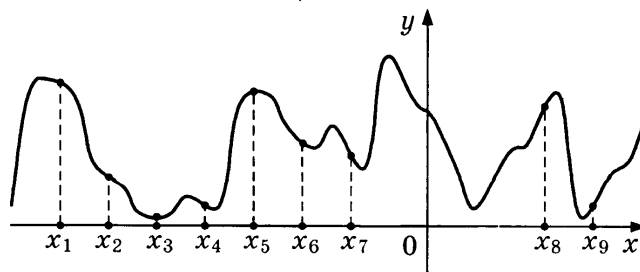
В8.2 ■

2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5 , -3 , 3 , 7 . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

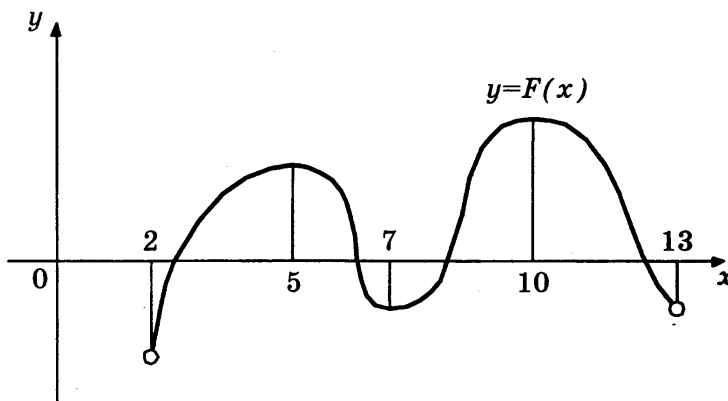


В8.3 ■

3. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

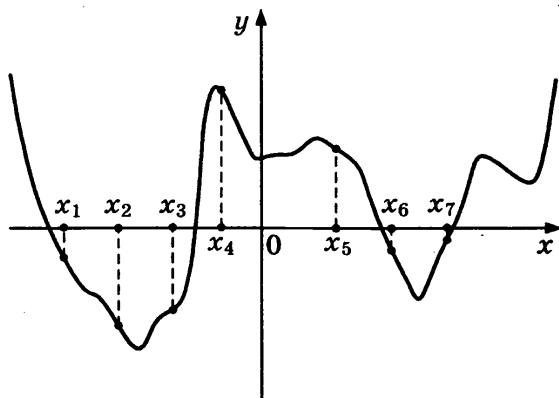


4. На рисунке изображен график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(2; 13)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[6; 9]$.



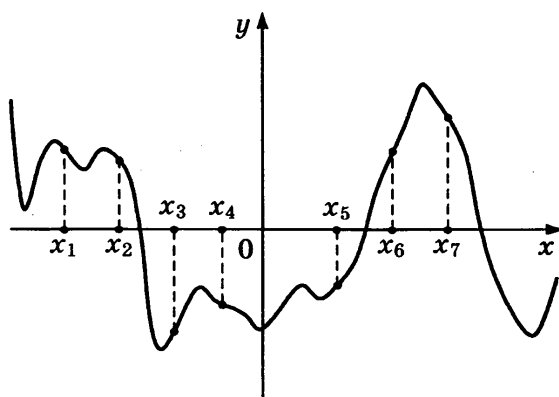
■ B8.4

5. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



■ B8.5

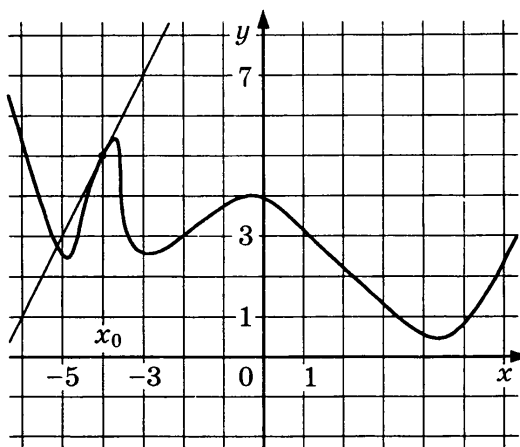
6. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



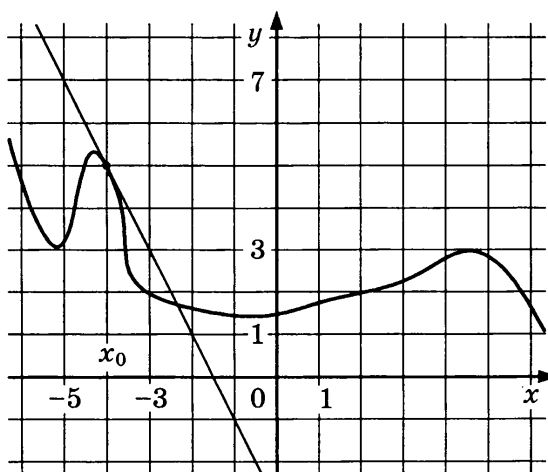
■ B8.6

B8.7

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**B8.8**

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**B8.9**

9. Прямая $y = 7x - 9$ является касательной к графику функции $ax^2 - 17x + 3$. Найдите a .

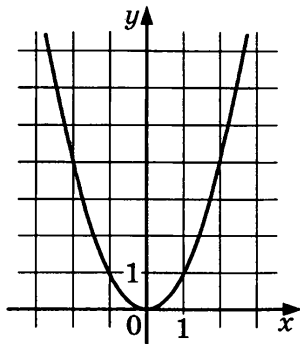
B8.10

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

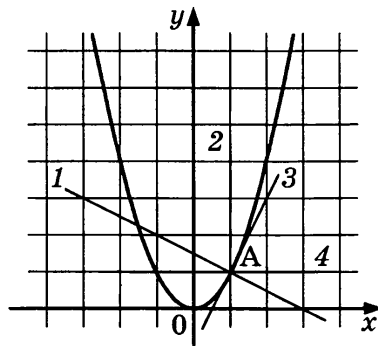
$$x(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 5t + 23,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 1$ с.

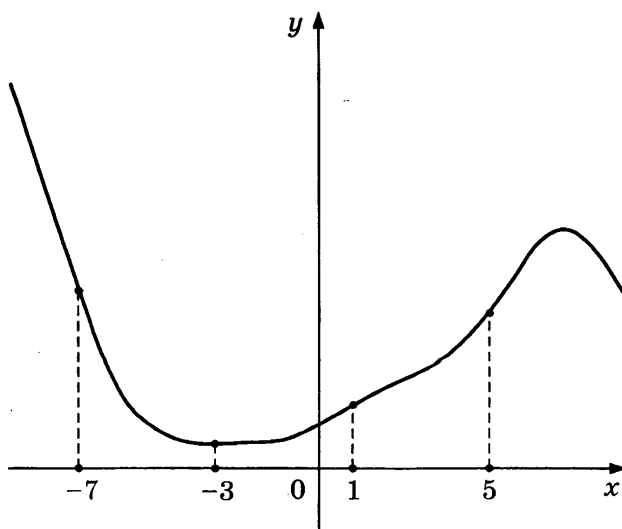
11. На рисунке изображен график функции $y = x^2$. Нарисуйте касательную к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 2$. (Используйте уравнение касательной.)



12. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какая из прямых является касательной к графику этой функции в точке А?



13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 1 , 5 . В какой из этих точек значение производной этой функции наибольшее? В ответе укажите эту точку.



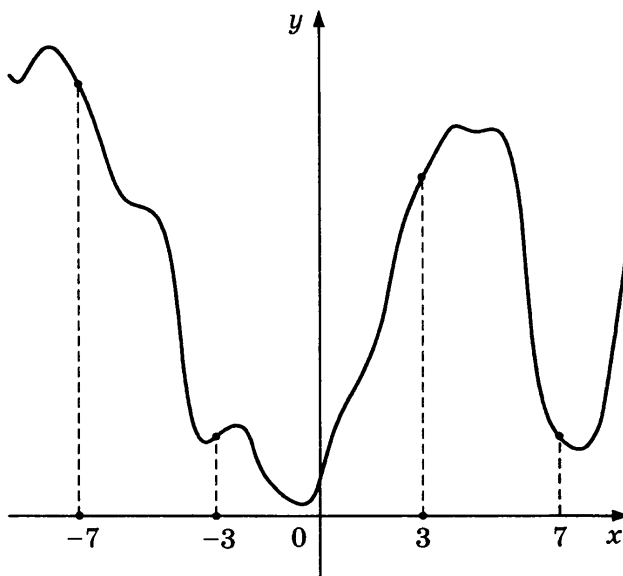
■ B8.11

■ B8.12

■ B8.13

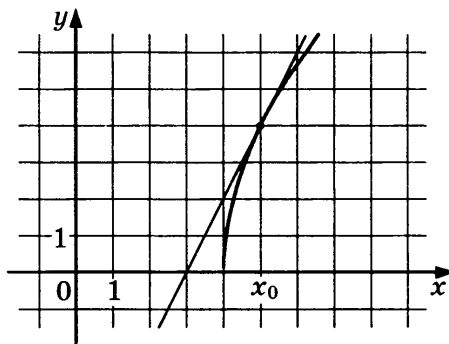
B8.14 ■

14. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 3 , 7 . В какой из этих точек значение производной этой функции наименьшее? В ответе укажите эту точку.



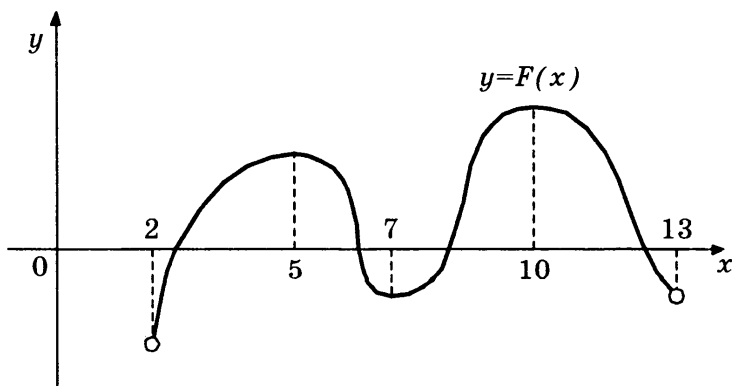
B8.15 ■

15. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



B8.16 ■

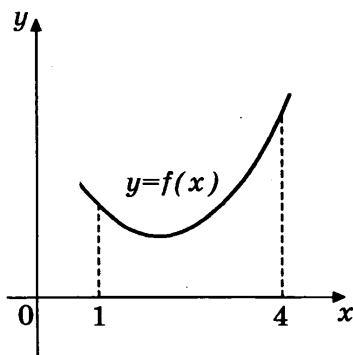
16. На рисунке изображен график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(2; 13)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[4; 12]$.



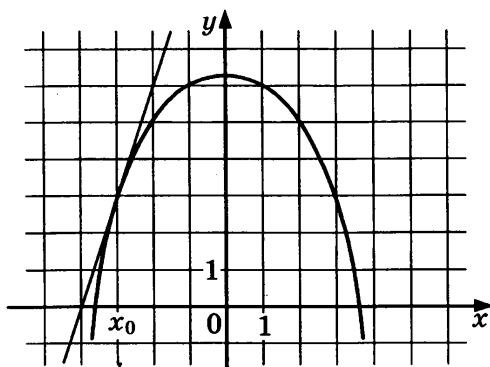
17. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x + 2.$$

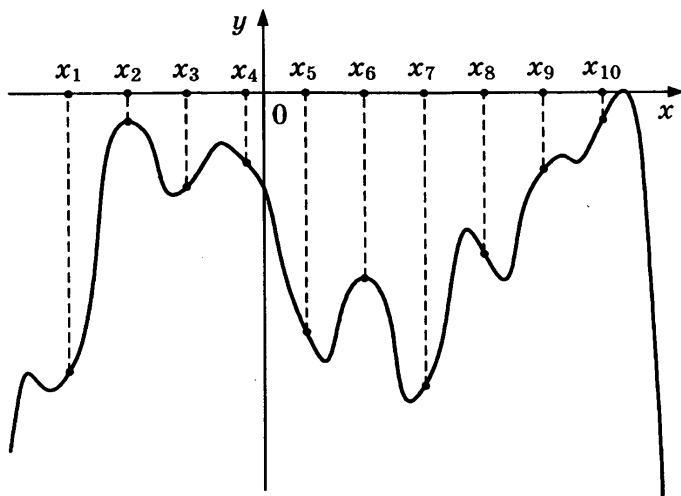
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



18. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



19. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



■ B8.17

■ B8.18

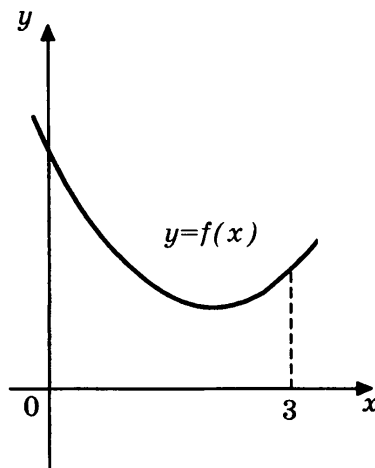
■ B8.19

B8.20 ■

20. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x - 3.$$

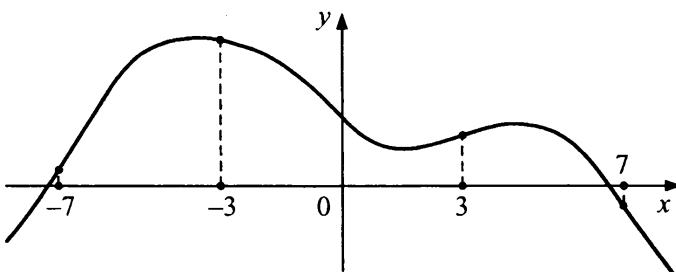
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Зачетные задания

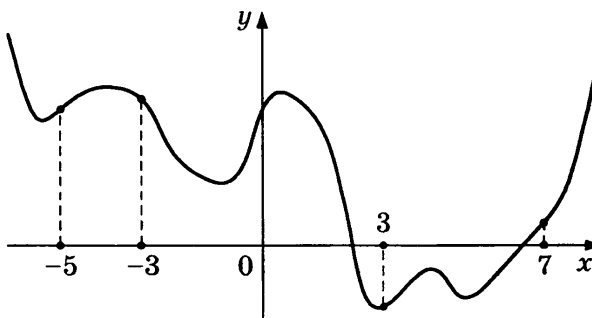
B8.1 ■

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 3, 7$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



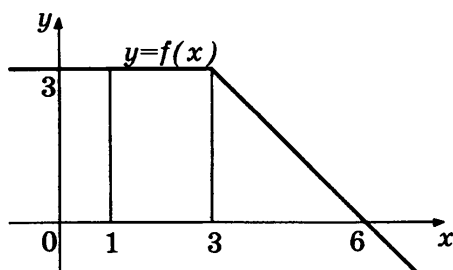
B8.2 ■

2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-5, -3, 3, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

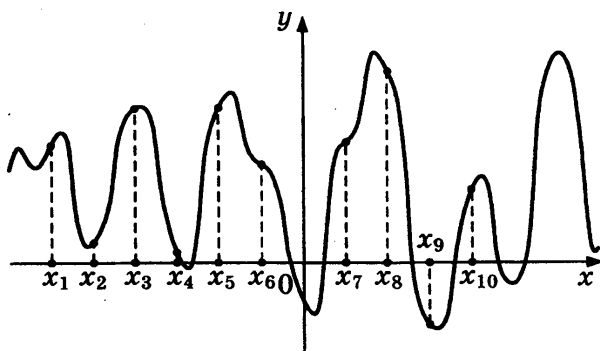


3. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

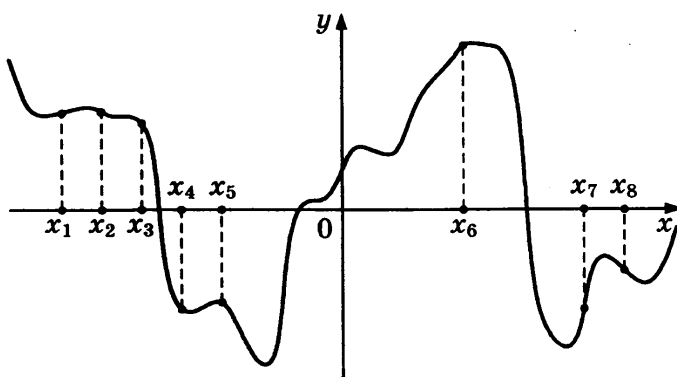
$$\int_1^6 f(x) dx.$$



4. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



5. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



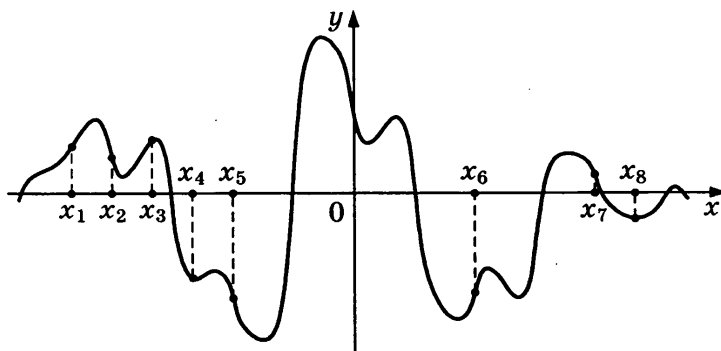
■ B8.3

■ B8.4

■ B8.5

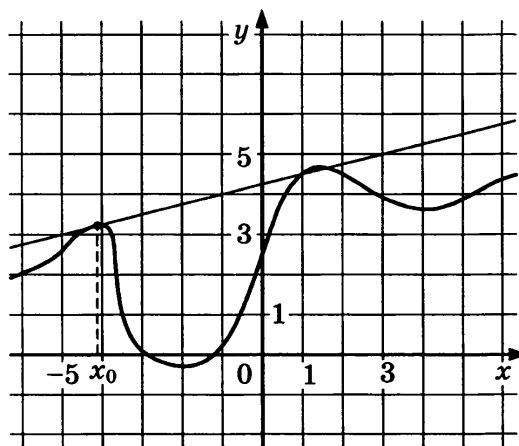
B8.6 ■

6. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



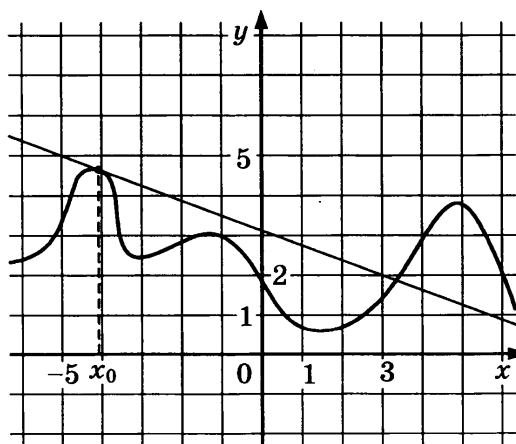
B8.7 ■

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



B8.8 ■

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



9. Прямая $y = 9x - 2$ является касательной к графику функции $13x^2 + bx + 11$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

■ B8.9

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

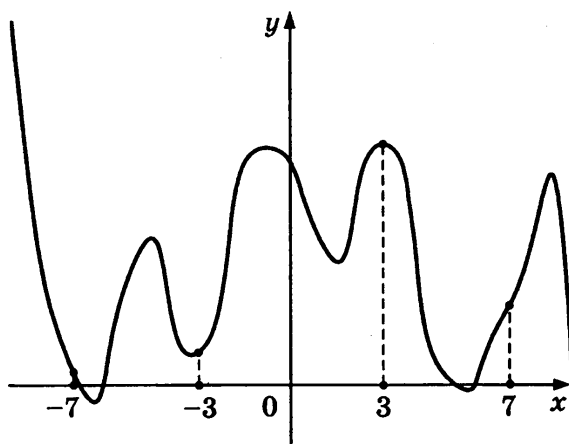
$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3t^2 - t + 17,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 6 м/с?

■ B8.10

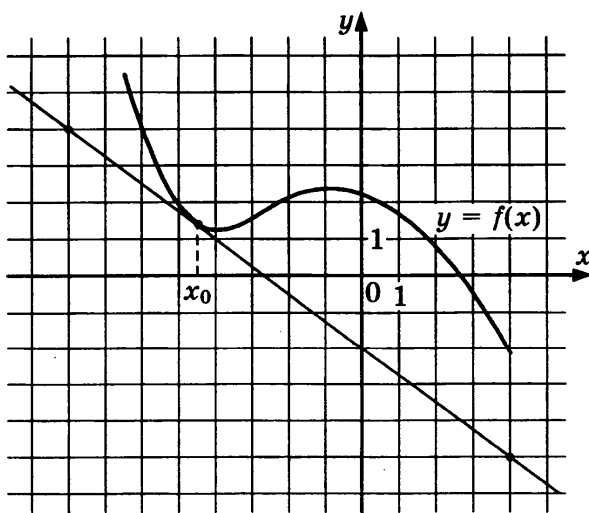
11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7 , -3 , 3 , 7 . В какой из этих точек значение производной этой функции наибольшее? В ответе укажите эту точку.

■ B8.11



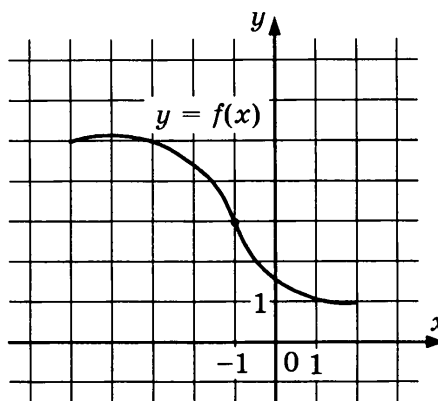
12. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

■ B8.12

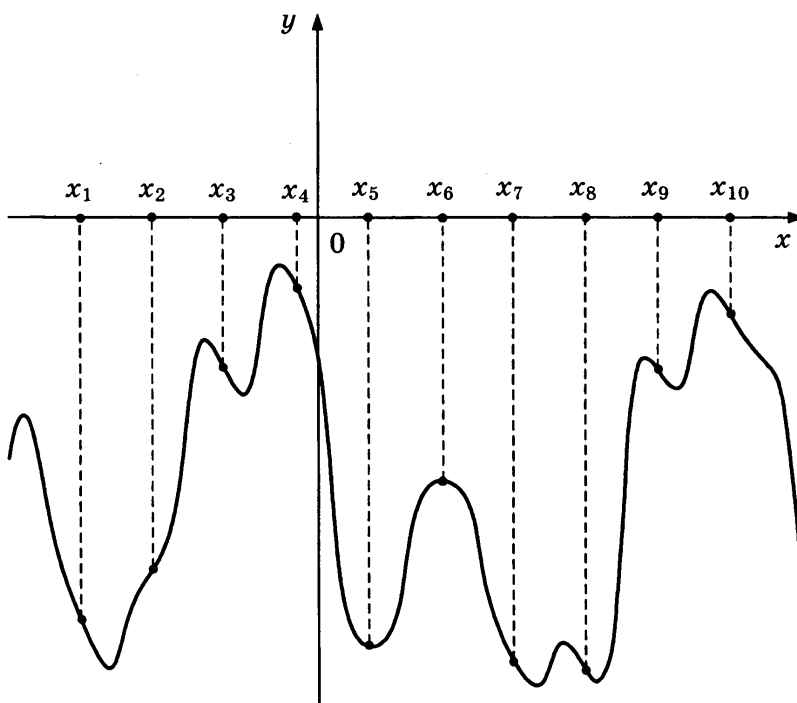


B8.13 ■

13. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке -1 , проходит через начало координат. Найдите $f'(-1)$.

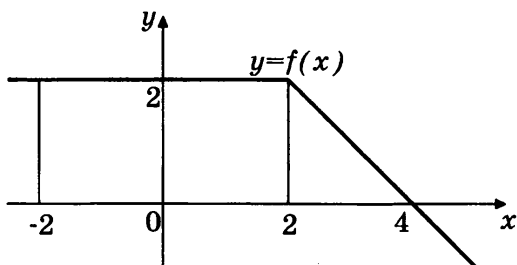
**B8.14 ■**

14. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



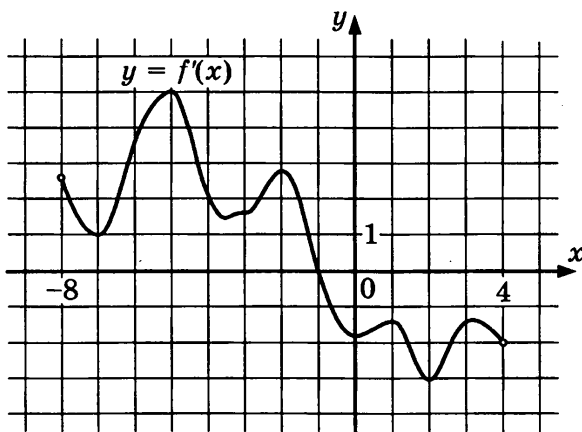
15. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

$$\int_{-2}^4 f(x) dx.$$



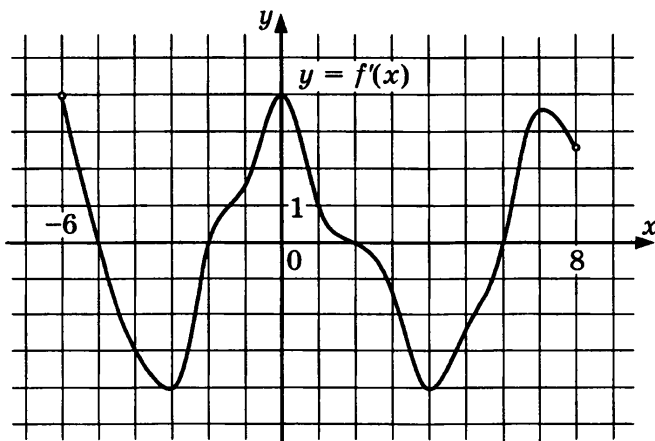
■ B8.15

16. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



■ B8.16

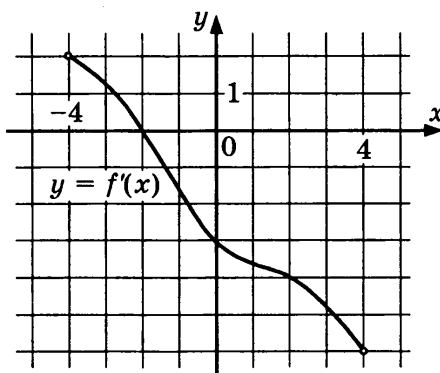
17. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество таких чисел x , что касательная к графику функции $f(x)$ в точке x параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



■ B8.17

B8.18 ■

18. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 11$ или совпадает с ней.

**B8.19 ■**

19. Прямая $y = 4x - 3$ является касательной к графику функции $y = 8x^2 - 12x + c$. Найдите c .

B8.20 ■

20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = t^3 - 9t^2 + 2t + 30,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени ее скорость была равна 50 м/с?

ЗАДАЧА В9

Подготовительные задания

1. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5, а одна из медиан основания равна 18. Найдите боковое ребро пирамиды.
2. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания равен $\sqrt{12}$. Найдите косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.
3. Медиана боковой грани правильной треугольной пирамиды, проведенная к стороне основания, равна $55\sqrt{2}$, а медиана основания равна 33. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания.
4. Длина бокового ребра правильной треугольной пирамиды на 60% больше ее высоты. Найдите синус угла между боковым ребром пирамиды и плоскостью ее основания.
5. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 10, а сторона основания равна $6\sqrt{2}$. Найдите высоту пирамиды.
6. Все ребра правильной четырехугольной пирамиды равны $22\sqrt{2}$. Найдите высоту пирамиды.
7. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ с основанием $ABCD$ в $5\sqrt{2}$ раза больше стороны основания. Найдите косинус угла PCA .
8. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ с основанием $ABCD$ $AB = 2\sqrt{2}$, $PC = \sqrt{39}$. K — середина AB , N — середина AD . Найдите тангенс угла PNK .
9. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ $AB = 7$, $AA_1 = 24$. Найдите косинус угла C_1AB .
10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, где все ребра равны 8, найдите расстояние от точки B до прямой E_1F_1 .
11. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 13, а одна из высот основания равна 7,5. Найдите высоту пирамиды.

■ B9.1

■ B9.2

■ B9.3

■ B9.4

■ B9.5

■ B9.6

■ B9.7

■ B9.8

■ B9.9

■ B9.10

■ B9.11

B9.12 ■**B9.13 ■****B9.14 ■****B9.15 ■****B9.16 ■****B9.17 ■****B9.18 ■****B9.19 ■****B9.20 ■**

12. Одна из биссектрис основания правильной треугольной пирамиды равна 15, а высота пирамиды равна 30. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания.
13. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания равен 5. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.
14. Высота правильной треугольной пирамиды равна стороне основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
15. Высота основания правильной треугольной пирамиды в полтора раза больше высоты пирамиды. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
16. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно диагонали основания пирамиды. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
17. Все ребра правильной четырехугольной пирамиды равны $8\sqrt{2}$. Найдите высоту пирамиды.
18. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{2}$, а высота пирамиды равна $\sqrt{7}$. Найдите боковое ребро пирамиды.
19. Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды, проведенная к стороне основания, равна 10, а высота пирамиды равна 8. Найдите сторону основания пирамиды.
20. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна высоте боковой грани, проведенной из вершины пирамиды к стороне основания. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

Зачетные задания

1. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5, а сторона основания равна 15. Найдите боковую сторону пирамиды.
2. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания равен $7,5$. Найдите сторону основания пирамиды, если ее высота равна $30\sqrt{3}$.
3. Расстояние от вершины основания правильной треугольной пирамиды до плоскости боковой грани, не содержащей эту вершину, равно $24\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 16. Найдите сторону основания пирамиды.
4. Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды, проведенная к стороне основания, равна $\sqrt{199}$, а диагональ основания равна 36. Найдите боковое ребро пирамиды.
5. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 24, а боковое ребро равно 15. Найдите площадь поверхности пирамиды.
6. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна $15\sqrt{2}$, H — основание высоты пирамиды, K — середина PH . Найдите AK , если $PD = \sqrt{481}$.
7. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды в $\frac{\sqrt{21}}{6}$ раз больше стороны основания. Найдите угол между плоскостями не смежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.
8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ $AB = 2\sqrt{5}$, $AA_1 = 2\sqrt{19}$. K — середина AC . Найдите C_1K .
9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 4$, $AD = 12$, $AA_1 = 3$. Найдите диагональ $B_1 D$.
10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ $AB = \sqrt{2}$, а AA_1 в 2 раза больше AB . K — середина BE_1 . Найдите длину отрезка $B_1 K$.
11. Высота боковой грани правильной треугольной пирамиды, проведенная к ребру основания, равна 10, а высота основания пирамиды равна 18. Найдите высоту пирамиды.

■ B9.1

■ B9.2

■ B9.3

■ B9.4

■ B9.5

■ B9.6

■ B9.7

■ B9.8

■ B9.9

■ B9.10

■ B9.11

B9.12 ■**B9.13 ■****B9.14 ■****B9.15 ■****B9.16 ■****B9.17 ■****B9.18 ■****B9.19 ■****B9.20 ■**

12. Длина высоты правильной треугольной пирамиды на 20% меньше длины высоты боковой грани, проведенной к ребру основания. Найдите косинус угла между боковой гранью и основанием пирамиды.
13. Боковая грань правильной треугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол, синус которого равен $0,2\sqrt{3}$, а сторона основания пирамиды равна 10. Найдите расстояние от вершины основания пирамиды до плоскости боковой грани.
14. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол, синус которого равен $\frac{\sqrt{3}}{4}$, а сторона основания пирамиды равна 16. Найдите расстояние между скрещивающимися ребрами пирамиды.
15. Расстояние от вершины основания правильной треугольной пирамиды до плоскости боковой грани, не содержащей эту вершину, равно 4, а синус угла между боковой гранью и основанием пирамиды равен 0,4. Найдите высоту основания пирамиды.
16. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ с вершиной P все ребра равны. Найдите угол между прямыми PA и CD . Ответ дайте в градусах. Единицу измерения в ответе не пишите.
17. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна $6\sqrt{2}$. Найдите расстояние от вершины D до плоскости PAC .
18. Дана правильная четырехугольная пирамида $PABCD$ с вершиной P . Отрезок BM является медианой треугольника BPD . Найдите угол между прямыми BM и AC . Ответ дайте в градусах.
19. Дана правильная четырехугольная пирамида $PABCD$ с вершиной P и стороной основания, равной $5\sqrt{2}$. Найдите расстояние от середины ребра PA до плоскости BPD .
20. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна высоте боковой грани. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

ЗАДАЧА В10

Подготовительные задания

1. Найдите вероятность вытянуть из колоды из 36 карт карту красной (червы или бубны) масти.
2. В среднем из 300 карандашей у 47 сломан грифель. Найдите вероятность того, что у случайно выбранного карандаша грифель не сломан. Ответ округлите до сотых.
3. Чтобы решить, пойти в кино или в театр, Анна бросает три раза монетку. Если ровно в двух случаях из трех выпадет решка, то она пойдет в кино, иначе — в театр. Найдите вероятность того, что Анна пойдет в театр.
4. На собрании жильцов дома присутствовало 56 человек, в том числе Антон Андреевич. Они жеребьевкой решали, кто войдет в состав дружины, которая должна состоять из 7 человек. Какова вероятность того, что Антон Андреевич станет дружинником?
5. При переезде нужно было перевезти 25 коробок, среди которых была ровно одна с чашками. 9 из всех коробок перевезли на грузовике, а остальные — на легковом автомобиле четырьмя рейсами, причем за каждый рейс перевозили одинаковое количество коробок и порядок погрузки определялся случайным образом. Найдите вероятность того, что коробка с чашками перевозилась на легковом автомобиле последним рейсом.
6. Бабушка испекла пирожки с повидлом, капустой и картошкой и выложила их вперемешку на одно блюдо. С повидлом было 8 пирожков, с капустой — 7, а с картошкой — 10. Внешне все пирожки выглядят одинаково. Найдите вероятность того, что случайно взятый внучкой пирожок окажется с капустой.
7. Маша, Олег, Соня, Миша и Кирилл играют в классики. Того, кому первым ходить, они определяют жребием. Найдите вероятность того, что начинать будет мальчик.
8. На складе фруктов в коробку с 22 яблоками случайно попало 3 нектарина. На складе перегорела лампочка, и продавцу пришлось на ощупь достать из этой коробки 1 фрукт. Найдите вероятность того, что это будет яблоко.

■ В10.1

■ В10.2

■ В10.3

■ В10.4

■ В10.5

■ В10.6

■ В10.7

■ В10.8

B10.9 ■**B10.10 ■****B10.11 ■****B10.12 ■****B10.13 ■****B10.14 ■****B10.15 ■****B10.16 ■****B10.17 ■****B10.18 ■**

9. Кубик кинули 3 раза и сложили три выпавших числа. Найдите вероятность, что полученная сумма будет равна 7, если первый раз выпала двойка. Ответ округлите до десятых.
10. Генератор случайных чисел выдал двузначное число. Найдите вероятность того, что в его записи есть ноль.
11. Найдите вероятность того, что при броске монеты выпадет орел.
12. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков на первом выпадет меньше 4 очков, а на втором — ровно 6 очков.
13. В среднем на 50 карманных фонариков приходится семь неисправных. Найдите вероятность покупки неисправного фонарика.
14. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не попадетс я вопрос по производной.
15. На чемпионате по прыжкам с шестом выступают 30 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Швеции и 7 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из Швеции.
16. Две футбольные команды «Ротор» и «Статор» играют серию из трех матчей. Вероятность ничьей в каждом матче равна 0,2. Силы команд равны, поэтому вероятности выигрыша и проигрыша каждой команды в одном матче одинаковы. Найдите вероятность того, что все три матча выиграет команда «Ротор».
17. В левом ящике стола лежат шесть карандашей — два красных и четыре синих. Павел, не глядя, вынимает три карандаша и перекладывает их в правый ящик стола. Найдите вероятность того, что два красных карандаша теперь лежат в одном ящике.
18. В левом ящике стола лежат шесть карандашей — два красных и четыре синих. Павел, не глядя, вынимает три карандаша и уносит их с собой в школу. Найдите вероятность того, что в ящике остался только один красный карандаш.

19. Коля и Толя играют в кости. Они бросают кубик по одному разу, выигрывает тот, у кого выпадет больше очков. Первым бросил Коля, у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Толя не выигрывает.
20. В классе 12 мальчиков и 13 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить мальчик и девочка.

Зачетные задания

1. Ковбой Джон попадает в муху с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.
2. Компания проводит восьмидневную акцию, по которой дарит каждому из 1530 своих клиентов по одному подарку. В первый день планируется подарить 6 подарков, а в каждый следующий день, начиная со второго, — в два раза больше, чем в предыдущий. Порядок выдачи подарков клиентам определяется жребием. Найдите вероятность, что клиент компании Вячеслав К. получит свой подарок в первый, второй, пятый или шестой дни акции.
3. На соревнования по гребле приехали 6 спортсменов из Испании, 4 спортсмена из Китая, 5 спортсменов из Индии и 5 спортсменов из Англии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четвертым будет выступать спортсмен из Азии.
4. В летнюю школу по математике приехали 24 восьмиклассника, 26 девятиклассников и 30 десятиклассников. Во время обеда все школьники выстроились в случайном порядке в очередь. Найдите вероятность того, что первым в очереди в столовую окажется восьмиклассник.
5. Кубик кинули 3 раза и сложили три выпавших числа. Найдите вероятность того, что полученная сумма будет равна 4 или 17. Ответ округлите до сотых.
6. Колода в некоторой настольной игре состоит из 47 карт с различными картинками. Из них на 27 нарисованы животные, на 12 — растения, а на остальных предметы. При этом треть карт с животными и четверть карт с предметами синего цвета, а половина карт с расте-

■ B10.19

■ B10.20

■ B10.1

■ B10.2

■ B10.3

■ B10.4

■ B10.5

■ B10.6

ниями — красного. Из колоды убрали все синие карты, а оставшиеся карты перемешали и вытянули наугад одну карту. Найдите вероятность того, что вытянули карту с нарисованным на ней предметом, если изначально в колоде все карты были либо красного, либо синего цвета.

B10.7 ■

B10.8 ■

B10.9 ■

B10.10 ■

B10.11 ■

B10.12 ■

B10.13 ■

B10.14 ■

B10.15 ■

7. На «Веселых стартах» в параллели пятых классов проводились соревнования по прыжкам в мешках. Всех 75 участников разбили на тройки. Найдите вероятность того, что Вася Тяпкин из 5 «Б» выступает в четвертой тройке.
8. Гроссмейстеры А. и Б. играют в шахматы. Если А. играет белыми, то он выигрывает у Б. с вероятностью 0,7. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,6. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняются цветами фигур. Найдите вероятность того, что Б. выиграет оба раза.
9. Монету подкинули три раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпала решка, если известно, что в первый раз выпала решка.
10. Для лотереи напечатан миллион билетов, причем первый билет имеет номер 000000, второй — 000001, ..., последний — 999999. Билет считается счастливым, если в его записи присутствуют ровно три цифры 7. Найдите вероятность купить счастливый билет, если они продаются в случайном порядке.
11. Найдите вероятность того, что при броске кубика выпадет четное число очков.
12. Найдите вероятность того, что при броске двух монет выпадет ровно одна решка.
13. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 26 шахматистов, среди которых 5 участников из России, в том числе Кирилл Черноусов. Найдите вероятность того, что в первом туре Кирилл Черноусов будет играть с каким-либо шахматистом из России.
14. В среднем из 900 шариковых ручек 45 не пишут. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет писать.
15. В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 1 черная, 3 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность, что эта машина — желтого цвета.

16. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Андрей, Катя, Леша, Маша, Миша, Оля, Петя, Сережа, Руслан и Толя. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет девочка.

■ B10.16

17. На соревнования по метанию ядра приехали 6 спортсменов из Италии, 3 из Германии и 3 из России. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Германии.

■ B10.17

18. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 30 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

■ B10.18

19. Катя и Настя бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпало больше очков. Ничья, если очков поровну. Первой бросила Катя, у нее выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Настя проиграет.

■ B10.19

20. На турнир по настольному теннису прибыли 26 участников, в том числе близнецы Тоша и Гоша. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Какова вероятность того, что Тоша и Гоша окажутся в одной группе?

■ B10.20

ЗАДАЧА В11

Подготовительные задания

В11.1 ■

В11.2 ■

В11.3 ■

В11.4 ■

В11.5 ■

В11.6 ■

В11.7 ■

В11.8 ■

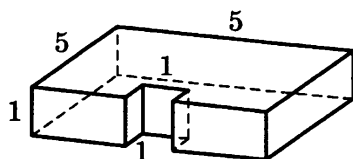
В11.9 ■

В11.10 ■

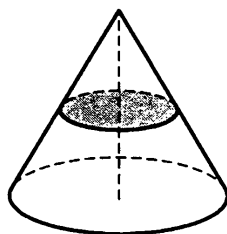
В11.11 ■

1. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда со сторонами 5, 7, 9.
2. Объем куба равен $3\sqrt{3}$. Найдите площадь его поверхности.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $4\sqrt{3}$, а высота равна 5.
4. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 3, а высота равна $2\sqrt{3}$.
5. Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 3, а боковые ребра равны $\sqrt{0,75}$.
6. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 50 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.
7. Найдите объем V конуса, образующая которого равна 26 и наклонена к плоскости основания под углом 30° . В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.
8. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 9,5. Объем параллелепипеда равен 72,2. Найдите высоту цилиндра.
10. Около куба с ребром $\sqrt{12}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .
11. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его ребер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.

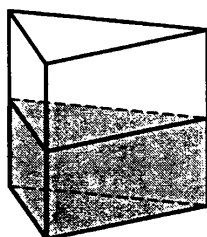
12. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



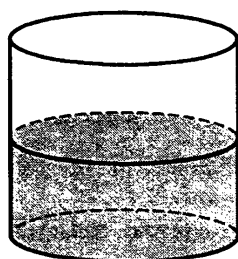
13. Объем конуса равен 120. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



14. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 18 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



15. В цилиндрический сосуд налили 1800 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 2 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



16. Найдите объем конуса, если
а) его высота равна 1, радиус основания равен 1;
б) его высота равна 2, радиус основания равен 1;
в) его высота равна 1, радиус основания равен 2.

■B11.12

■B11.13

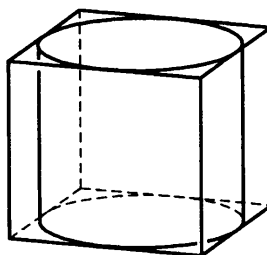
■B11.14

■B11.15

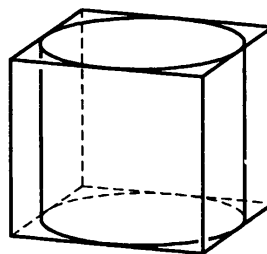
■B11.16

B11.17 ■

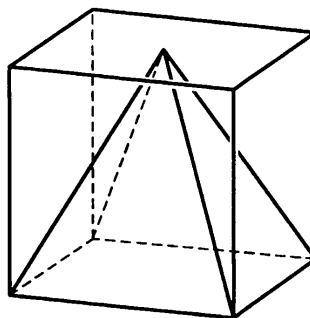
17. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота параллелепипеда равна 3. Найдите длину образующей цилиндра.

**B11.18 ■**

18. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 5. Найдите площадь основания параллелепипеда.

**B11.19 ■**

19. Основание правильной четырехугольной пирамиды совпадает с одной из граней куба, а вершина этой пирамиды лежит в центре противоположной грани. Найдите объем этой пирамиды, если объем куба равен 24.

**B11.20 ■**

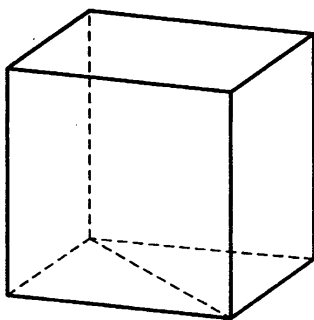
20. Объем цилиндра равен 25 см^3 . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 3 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

Зачетные задания

B11.1 ■

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

2. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$, если $AB = 6$, $SA = 5$.
3. Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.
4. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 27. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.
5. Объем треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 7. Найдите объем шестиугольной пирамиды.
6. Найдите объем призмы, в основании которой лежит правильный шестиугольник со стороной 6, а боковые ребра равны $3\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .
7. Объем первого цилиндра равен 92 м^3 . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания — в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.
8. Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 3 и высотой 7. Найдите его объем, деленный на π .
9. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса $\frac{3}{2}$. Найдите его объем.
10. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 38. Найдите объем шара.
11. Диагональ грани куба равна $\sqrt{8}$. Найдите его объем.



■ B11.2

■ B11.3

■ B11.4

■ B11.5

■ B11.6

■ B11.7

■ B11.8

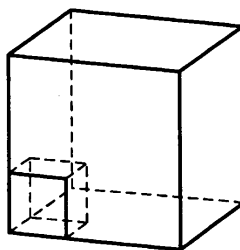
■ B11.9

■ B11.10

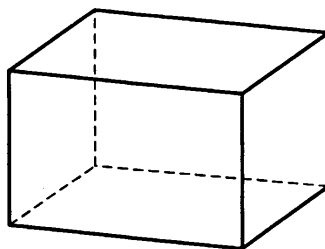
■ B11.11

B11.12 ■

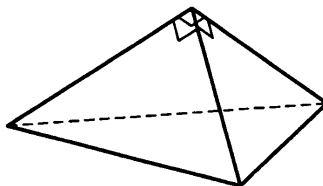
12. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?

**B11.13 ■**

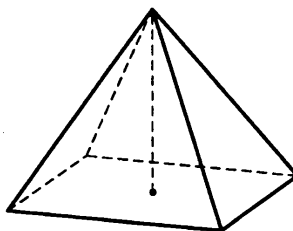
13. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 60. Площадь одной его грани равна 12. Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное этой грани.

**B11.14 ■**

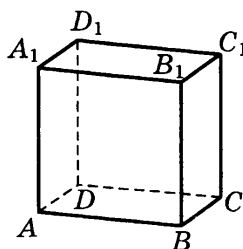
14. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.

**B11.15 ■**

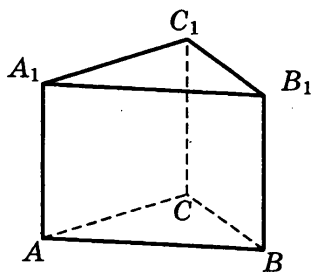
15. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12, объем равен 200. Найдите боковое ребро пирамиды.

**B11.16 ■**

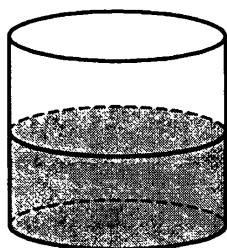
16. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A_1, B, C, C_1, B_1 параллелепипеда $A...D_1$, у которого $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$.



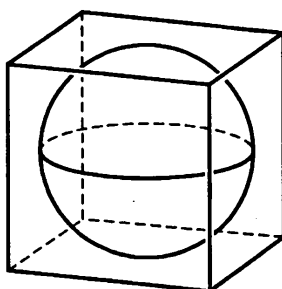
17. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.



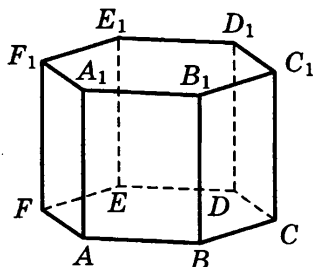
18. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 дм³ воды, опустили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ дайте в дм³.



19. Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



20. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины $A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



■ B11.17

■ B11.18

■ B11.19

■ B11.20

ЗАДАЧА В12

Подготовительные задания

В12.1 ■

1. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

В12.2 ■

2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{400}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

В12.3 ■

3. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 11$ кг и радиуса $R = 6$ см и двух боковых с массами $M = 4$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см², дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 598 кг·см²? Ответ выразите в сантиметрах.

В12.4 ■

4. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 4$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ выразите в омах.

5. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 149 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$,

■ B12.5

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 10 м/с. Ответ выразите в МГц.

6. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 2700$ кг — общая

■ B12.6

масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

7. Автомобиль, масса которого равна $m = 1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наи-

■ B12.7

большее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2000 Н. Ответ выразите в секундах.

8. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная. Определите (в киловольтах) наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 8,4 с.

■ B12.8

9. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах)

■ B12.9

время полета будет не меньше 4 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

B12.10 ■

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 8$ А — сила тока в рамке, $B = 7 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0,4$ м — размер рамки, $N = 625$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 2,8 Н·м?

B12.11 ■

11. В социологическом опросе участвовали 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько человек участвовало в социологическом опросе?

B12.12 ■

12. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

B12.13 ■

13. Начальная скорость V_0 движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела a равно 13 м/с². С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени $t = 9$ с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле $V = V_0 + a \cdot t$?

B12.14 ■

14. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f — главное фокусное расстояние линзы. Найдите f , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

B12.15 ■

15. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускоре-

ние, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

16. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя КПД этого двигателя будет не меньше 25%, если температура холодильника $T_2 = 285$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

■ B12.16

17. После дождя уровень воды в колоде может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. После дождя измеряемое время уменьшилось на 0,2 с. На сколько метров поднялся уровень воды?

■ B12.17

18. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 54$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 8$ км/ч². Расстояние S от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

■ B12.18

Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует связь на расстоянии не далее чем в 58 км от города. Ответ выразите в минутах.

19. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле $h(t) = 23t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

■ B12.19

20. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое минимальное количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы расстояние от него до горизонта было больше 12 километров? Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h над землей, до линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли.

■ B12.20

Зачетные задания

B12.1 ■

1. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{600}$ м/мин², и $b = -\frac{1}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

B12.2 ■

2. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -50$ К/мин², $b = 400$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

B12.3 ■

3. Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Дзета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 8, их средняя оценка равна 0,22, а оценка экспертов равна 0,49.

B12.4 ■

4. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 3081433,6 Н? Ответ выразите в метрах.

5. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 2,56 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Ответ выразите в кубических метрах.

■B12.5

6. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 25^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_v = 57^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(^\circ\text{C})$, причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_v - T_n}{T - T_n} (\text{м})$, где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 126 м?

■B12.6

7. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $v = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 20 \text{ л}$, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2} (\text{Дж})$, где $\alpha = 6,7$ постоянная, а $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 24120 Дж?

■B12.7

8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2 \text{ В}$, частота $\omega = 60^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -15^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

■B12.8

9. Два тела массой $m = 4 \text{ кг}$ каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 5 \text{ м/с}$ под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 25 джоулей?

■B12.9

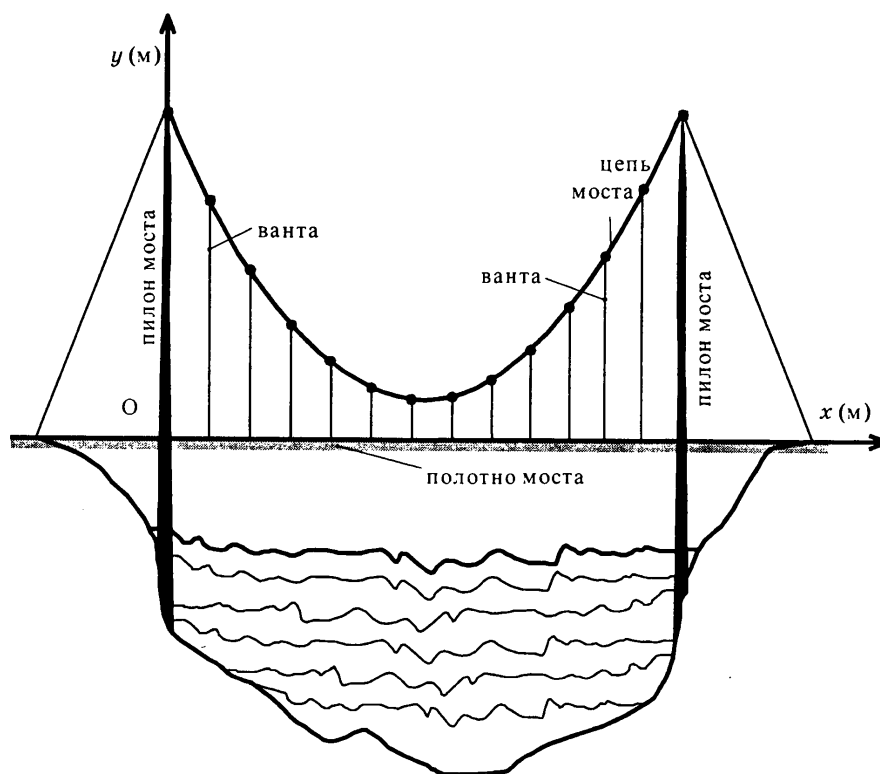
B12.10 ■

B12.11 ■

B12.12 ■

B12.13 ■

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение вчетверо объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?
11. При температуре 0° рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
12. Зависимость объема спроса q на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 70 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как $r(p) = q \cdot p$. Определите максимальный уровень цены p , при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
13. Самые красивые мосты — вантовые. Вертикальные пилоны связаны огромной провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами.



На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введем систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение

$$y = 0,0058x^2 - 0,796x + 32,$$

где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

14. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением $a = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и через некоторое время достигает скорости $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Какое расстояние к этому моменту прошел автомобиль? Ответ выразите в метрах. Скорость v , пройденный путь l , время разгона t и ускорение a связаны соотношениями

$$v = at, \quad l = \frac{at^2}{2}$$

15. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,8 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырех метров?

16. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, температура T — в градусах Кельвина, а мощность P — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $2,28 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$.

Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

17. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 35 \text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наи-

меньшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

■ B12.14

■ B12.15

■ B12.16

■ B12.17

B12.18 ■

18. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

B12.19 ■

19. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч²), вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

B12.20 ■

20. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в часах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 80$ мкг изотопа натрия-24, период полураспада которого $T = 15$ ч. В течение скольких часов масса изотопа натрия-24 будет не меньше 10 мкг?

ЗАДАЧА В13

Подготовительные задания

1. Две трубы наполняют бак за 4 часа. Одна вторая труба наполняет бак за 7 часов. За сколько минут наполняет бак одна первая труба?
2. Двое художников за 3 часа раскрашивают 180 чашек, причем первый красит в $\frac{7}{3}$ раза быстрее. Сколько чашек в час красит второй?
3. Дима и Леша вместе могут вскопать весь огород за два с половиной часа, а Дима и Коля могут вскопать весь огород за два часа. Втроем они могут вскопать весь огород за 100 минут. За сколько минут Дима один сможет вскопать весь огород?
4. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
5. Имеется два сплава, массы которых отличаются на 54 килограмма. Первый сплав содержит 10% олова, второй — 30%. Из этих двух сплавов получили третий сплав, который содержит 18,2% олова. Найдите массу более легкого сплава.
6. Имеется два раствора. Первый содержит 10% кислоты, второй — 12% кислоты. Известно, что масса кислоты в растворах одинакова. Когда растворы смешали, оказалось, что получившийся раствор весит 4 килограмма 400 грамм. Сколько килограммов весит первый раствор?
7. Первые 3 часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие полчаса — со скоростью 60 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
8. Расстояние между городами А и В равно 875 км. Из города А в город В в полдень со скоростью 75 км/ч выехал автомобиль, в час дня он сделал остановку на час, а в три часа дня навстречу первому из города В выехал второй автомобиль со скоростью 70 км/ч. Через сколько часов после выезда первого автомобиля они встретятся?

■ В13.1

■ В13.2

■ В13.3

■ В13.4

■ В13.5

■ В13.6

■ В13.7

■ В13.8

B13.9 ■

9. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 63 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 12 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в *B* одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

B13.10 ■

10. Пристани *A* и *B* расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из *A* в *B*. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость баржи на пути из *A* в *B*. Ответ дайте в км/ч.

B13.11 ■

11. Труба наполняет бассейн за 6 часов. Сколько литров воды за час пропускает труба, если объем бассейна 900 литров?

B13.12 ■

12. На изготовление заказа у рабочего уходит 26 часов. Сколько деталей входит в заказ, если за час рабочий делает 30 деталей?

B13.13 ■

13. С какой средней скоростью нужно ехать гонщику, если он хочет проехать 450 километров за 2,5 часа? Ответ дайте в километрах в час.

B13.14 ■

14. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов заполнит бассейн вторая труба, если известно, что она пропускает в полтора раза больше воды, чем первая?

B13.15 ■

15. Первый рабочий делает за час на 5 деталей больше, чем второй. На сколько часов больше затратит второй рабочий на изготовление 800 деталей, если первый рабочий за час делает 25 деталей?

B13.16 ■

16. Брюки дороже рубашки на 30%. Какую долю от стоимости брюк составляет стоимость рубашки?

B13.17 ■

17. Скорость товарного поезда равна 45 км/ч. Выразите скорость поезда в метрах в секунду.

B13.18 ■

18. Имеется 10 литров 60-процентного раствора соли. Сколько литров воды нужно долить, чтобы получить 40-процентный раствор соли?

19. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 12 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

■ B13.19

20. Моторная лодка прошла путь от пункта А до пункта Б и обратно без остановок за 9 часов. Найдите расстояние между пунктами А и Б, если скорость лодки в неподвижной воде равна 18 км/ч, а скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в километрах.

■ B13.20

Зачетные задания

1. Три трубы наполняют бассейн за 6 часов. Одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов, а одна третья труба — за 54 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

■ B13.1

2. Первый рабочий делает в час на 4 детали больше, чем второй, и весь заказ он может сделать за 5 часов. Второй рабочий такой же заказ может сделать за 9 часов. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

■ B13.2

3. Марина и Оля могут прополоть все грядки за 3 часа 55 минут, Оля и Настя могут прополоть эти же грядки за 3 часа 8 минут, а Настя и Марина — за 2 часа 21 минуту. За сколько времени они могут прополоть все грядки, если будут работать все вместе? Ответ дайте в часах.

■ B13.3

4. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 1% алюминия, второй сплав — 20% алюминия. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 760 килограммов, который содержит 10% алюминия. Сколько килограммов весил второй сплав?

■ B13.4

5. Имеется два сосуда. Первый содержит 150 кг, второй — 180 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 20% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 18,5% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

■ B13.5

6. Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

■ B13.6

B13.7 ■**B13.8 ■****B13.9 ■****B13.10 ■****B13.11 ■****B13.12 ■****B13.13 ■****B13.14 ■**

7. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 90 км/ч, а вторую половину пути со скоростью, на 15 км/ч меньшей скорости первого, в результате чего прибыл в *B* одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она меньше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
8. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на шесть с половиной часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
9. От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 270 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним, со скоростью на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт *B* оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.
10. Бизнесмен Пирожков получил в 2000 году прибыль в размере 10 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Пирожков за 2004 год?
11. Расстояние между городами *A* и *B* равно 580 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?
12. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.
13. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклы поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?
14. Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 60 км. Из *A* в *B* по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт *B*, тотчас повернула обратно и возвратилась в *A*. К этому времени плот прошел 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

15. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а затем три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
16. Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая вдвоем?
17. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?
18. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
19. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?
20. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

■ B13.15

■ B13.16

■ B13.17

■ B13.18

■ B13.19

■ B13.20

ЗАДАЧА В14

Подготовительные задания

В14.1 ■

В14.2 ■

В14.3 ■

В14.4 ■

В14.5 ■

В14.6 ■

В14.7 ■

В14.8 ■

В14.9 ■

В14.10 ■

В14.11 ■

В14.12 ■

В14.13 ■

1. Найдите производную функции $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 2$.
2. Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 11\sin x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
3. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin x - 9 + 3$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.
4. Найдите значение производной функции $f(x) = \ln x + \sqrt[5]{x}$ в точке $x = 1$.
5. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{\cos x}{x - 1}$ в точке $x = 0$.
6. Найдите значение производной функции $f(x) = e^{x^2 - 4}$ в точке $x = -2$.
7. Найдите точку минимума функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$.
8. Найдите точку максимума функции $f(x) = x^2 - 6x + 4\ln x + 8$.
9. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \frac{42x}{\pi} - 12\sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.
10. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (2x - 5)e^{x - \frac{3}{2}}$ на отрезке $[0; 4]$.
11. Найдите наименьшее значение функции $y = x - \operatorname{tg} x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.
12. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 8)^3 - 3x$ на отрезке $[-7; 5]$.
13. Найдите точку минимума функции $y = (x + 5)^2 e^{\frac{1}{x}}$.

14. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 49}{x}$ на отрезке $[1; 19]$.
15. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-6 + 12x - x^2}$.
16. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 17}$.
17. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_2(-8 + 8x - x^2) + 9$.
18. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 6)^2(x - 8) + 9$ на отрезке $[-18; -1]$.
19. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \cos x - \frac{48}{\pi}x + 19$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.
20. Найдите наименьшее значение функции $y = 5x - \ln(x + 5)^5$ на отрезке $[-4, 5; 1]$.

Зачетные задания

1. Найдите точку минимума функции $y = \frac{x^3}{3} - 36x + \frac{2}{5}$.
2. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 36}{x}$ на отрезке $[1; 17]$.
3. Найдите точку максимума функции $y = 27x - x\sqrt{x} + 9$.
4. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + 12x + 5$ на отрезке $[143; 145]$.
5. Найдите точку минимума функции $y = (x + 2) \cos x - \sin x$ на отрезке $(-\pi; 0)$.
6. Найдите наибольшее значение функции $y = 28 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
7. Найдите точку максимума функции $y = (2x^2 - 16x + 16)e^{x+28}$.

■ B14.14

■ B14.15

■ B14.16

■ B14.17

■ B14.18

■ B14.19

■ B14.20

■ B14.1

■ B14.2

■ B14.3

■ B14.4

■ B14.5

■ B14.6

■ B14.7

B14.8 ■**B14.9 ■****B14.10 ■****B14.11 ■****B14.12 ■****B14.13 ■****B14.14 ■****B14.15 ■****B14.16 ■****B14.17 ■****B14.18 ■****B14.19 ■****B14.20 ■**

8. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 39x + 39)e^{2x}$ на отрезке $[0; 6]$.
9. Найдите точку минимума функции $y = 4x - 4\ln(x + 7) + 3$.
10. Найдите наибольшее значение функции $y = 9\ln(x + 8) - 9x + 12$ на отрезке $[-7,5; 0]$.
11. Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} - x^2 + 9$.
12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 + \frac{25 + x^2 - x^3}{x}$ на отрезке $[1; 10]$.
13. Найдите точку максимума функции $y = 11 + 6\sqrt{x} - 2x\sqrt{x}$.
14. Найдите наибольшее значение функции $y = (10 - x)\sqrt{x + 2}$ на отрезке $[-1; 7]$.
15. Найдите точку минимума функции $y = x \sin x + \cos x - \frac{3}{4} \sin x$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
16. Найдите наибольшее значение функции $y = 2 \sin x - \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6} \pi + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
17. Найдите точку максимума функции $y = (x - 6)^2 e^{x-6}$.
18. Найдите наибольшее значение функции $y = (3 - x^2)e^{x-1}$ на отрезке $[0; 2]$.
19. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 5) - 5x + 5$.
20. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \ln x + 5x - 2x^2$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right]$.

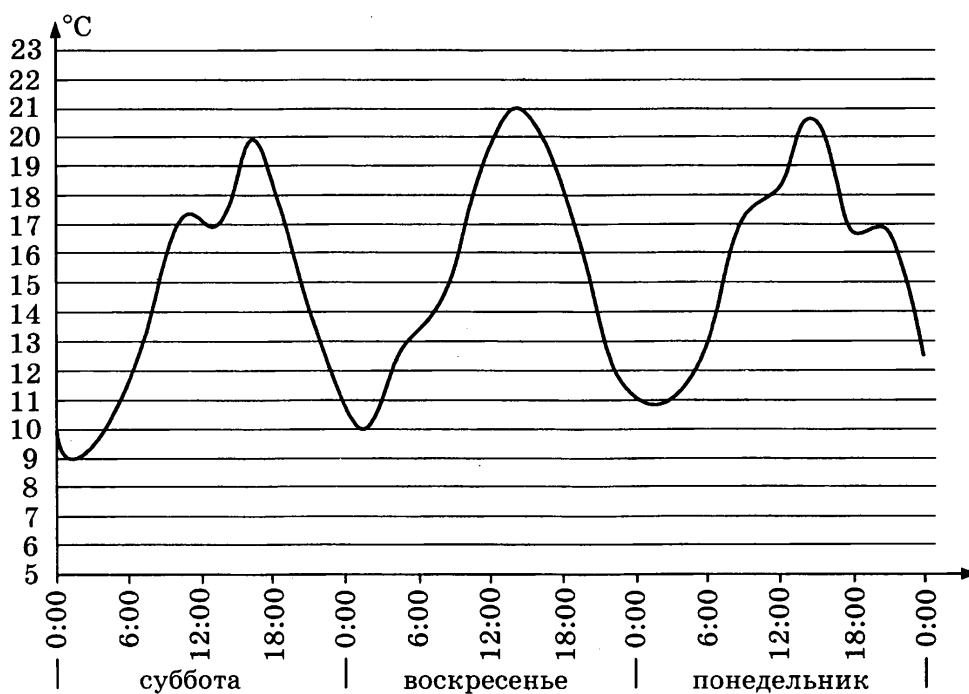
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

В1. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей?

■ 5.B1

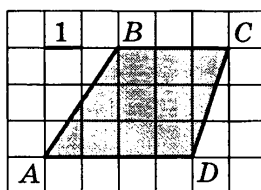
В2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ 5.B2



В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

■ 5.B3



В4. Семья из трех человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?

■ 5.B4

5.B5 ■

5.B6 ■

5.B7 ■

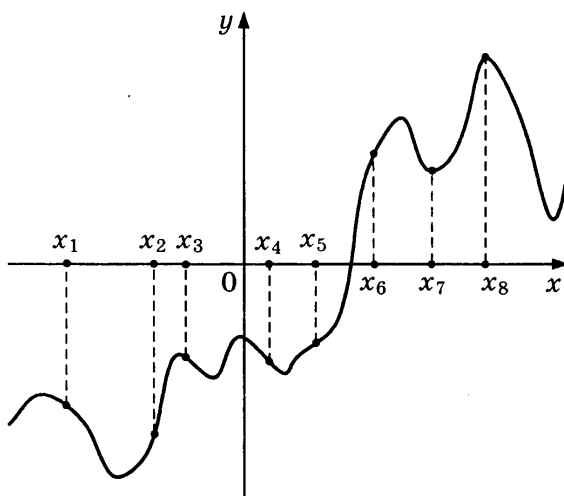
5.B8 ■

B5. Решите уравнение $\log_2 x = 5$.

B6. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если $AP = 5$, $BM = 6$, $CK = 7$.

B7. Вычислите $\log_6 144 - \log_6 4$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?



5.B9 ■

5.B10 ■

5.B11 ■

B9. Расстояние между скрещивающимися ребрами правильной треугольной пирамиды равно 12, а синус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 0,3. Найдите высоту основания пирамиды.

B10. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

B11. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2 . Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2 .

В12. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 760$ К, $a = 34$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.

■ 5.B12

В13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

■ 5.B13

В14. Найдите наименьшее значение функции $y = 13 - 7 \sin x - 9x$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

■ 5.B14

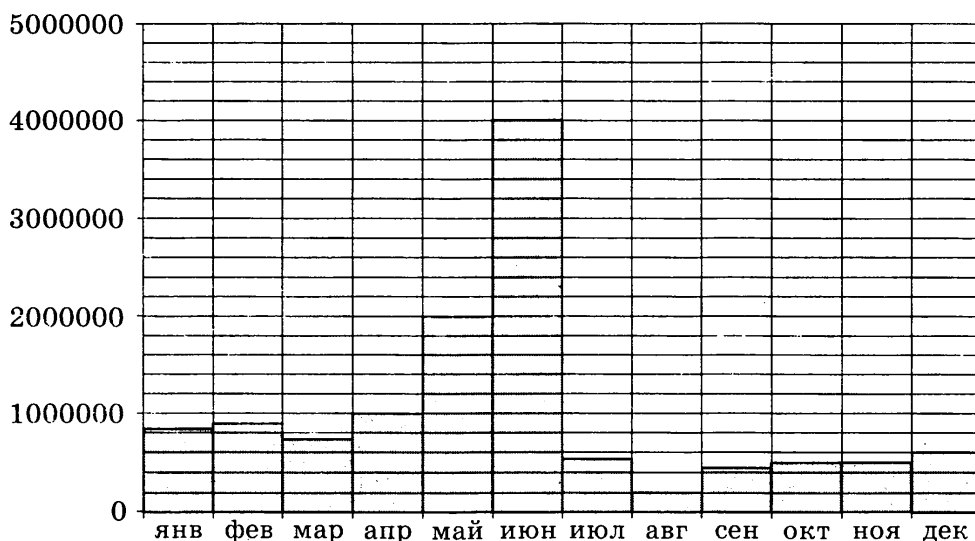
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

6.B1 ■

- B1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?

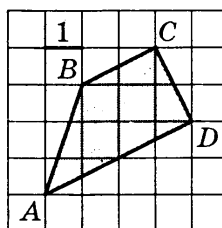
6.B2 ■

- B2.** На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом ЕГЭ в 2009 году.



6.B3 ■

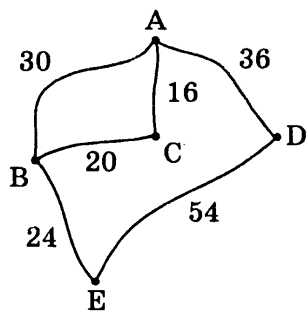
- B3.** Найдите площадь трапеции $ABCD$.



6.B4 ■

- B4.** На рисунке показаны схема дорог и расстояние в километрах между населенными пунктами А, В, С, D и Е вдоль этих дорог. Мопед, грузовик и автобус одновременно выезжают из города А и добираются в город Е разными путями. Мопед едет через поселки С и В, грузовик — только через В, а автобус едет через город D. Мопед был в пути 1 час 20 минут, грузовик — 1 час, а автобус —

1 час 40 минут. Найдите среднюю скорость того транспортного средства, у которого эта скорость наибольшая. Ответ дайте в км/ч.

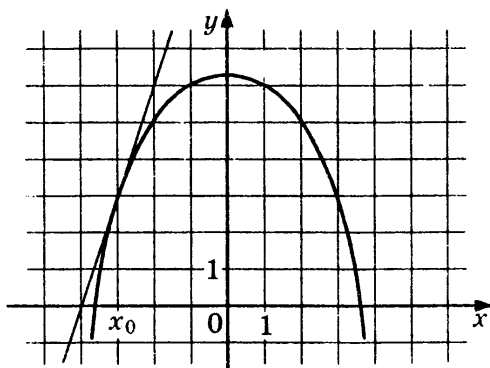


B5. Решите уравнение $5^{x+5} = 0,04$.

B6. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M . Найдите MA , если $MB = 12$, $MC = 16$, $MD = 6$.

B7. Найдите значение выражения $\frac{28}{2^{\log_2 7}}$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



B9. Тангенс угла между боковым ребром правильной четырехугольной пирамиды и плоскостью ее основания равен $\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

■ 6.B5

■ 6.B6

■ 6.B7

■ 6.B8

■ 6.B9

■ 6.B10

6.B11 ■**6.B12 ■****6.B13 ■****6.B14 ■**

B11. Объем цилиндра равен 20 см^3 . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

B12. Время полета мяча, брошенного под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (с). При каком наименьшем значении угла (в градусах) время в полете будет не меньше 2,5 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 25 \text{ м/с}$? Ускорение свободного падения g считать равным 10 м/с^2 .

B13. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч , а вторую — со скоростью 60 км/ч . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

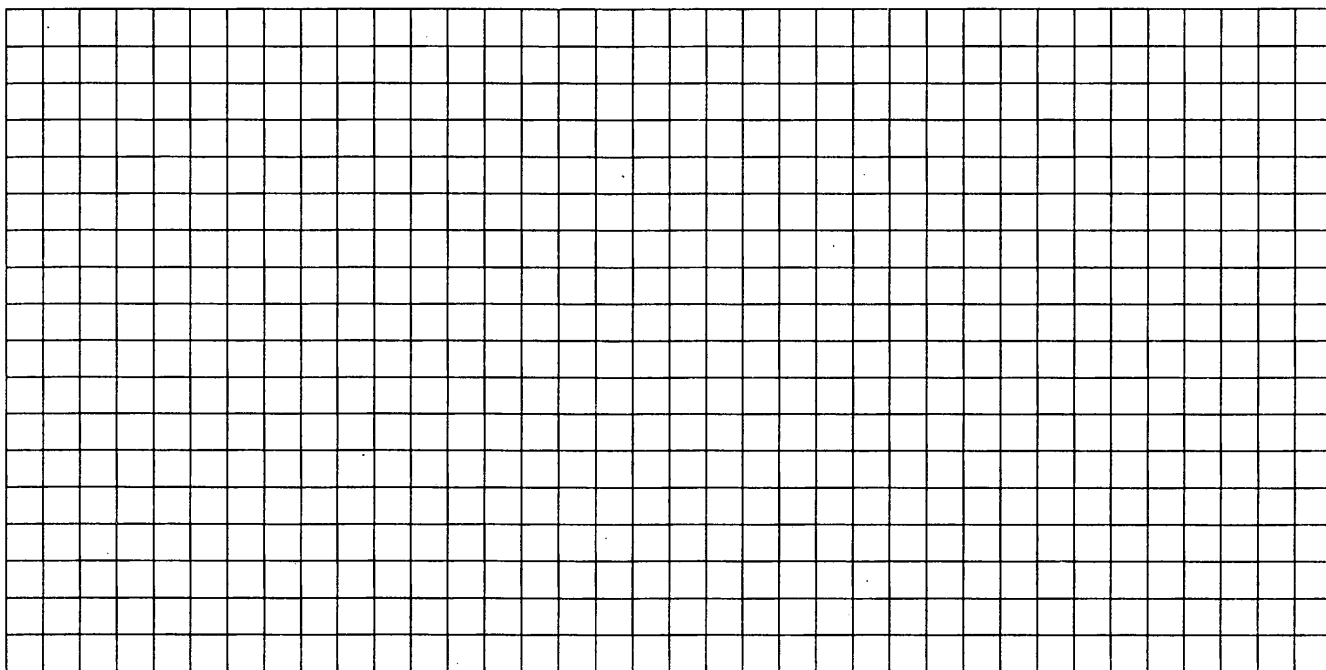
B14. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{54}{\pi}x + 6 \sin x + 13$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

**ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 2
ЕГЭ-2012
ПО МАТЕМАТИКЕ**

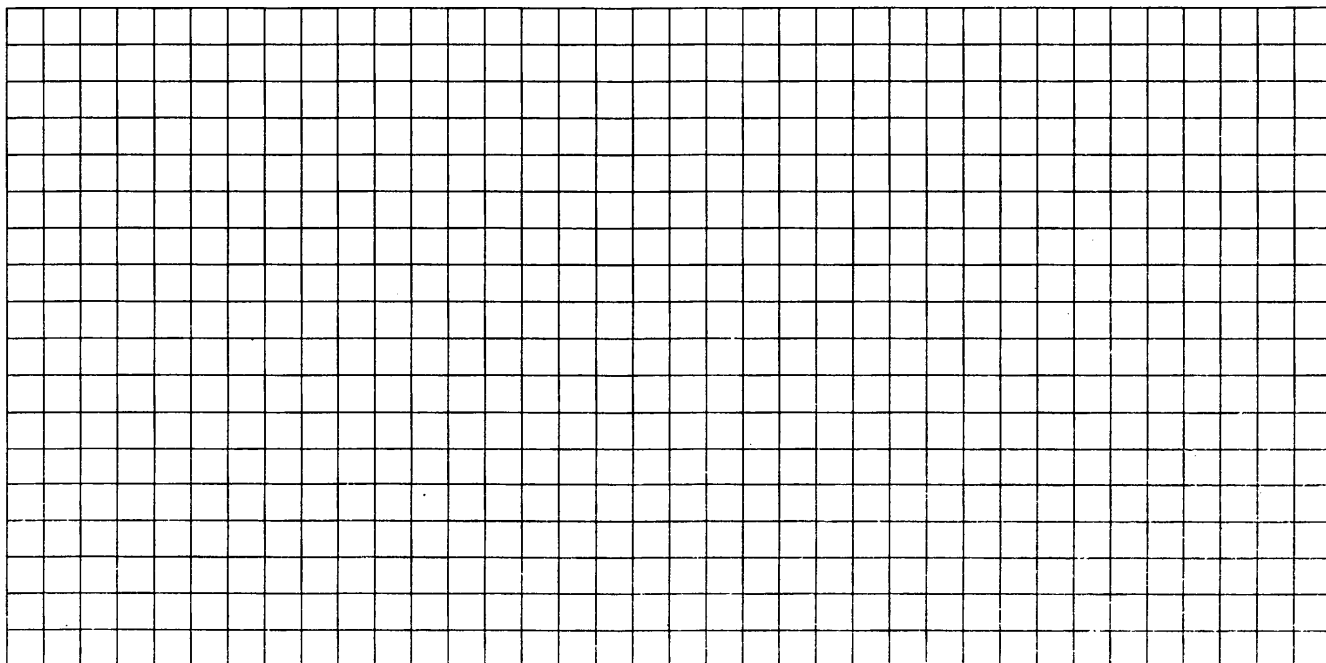
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

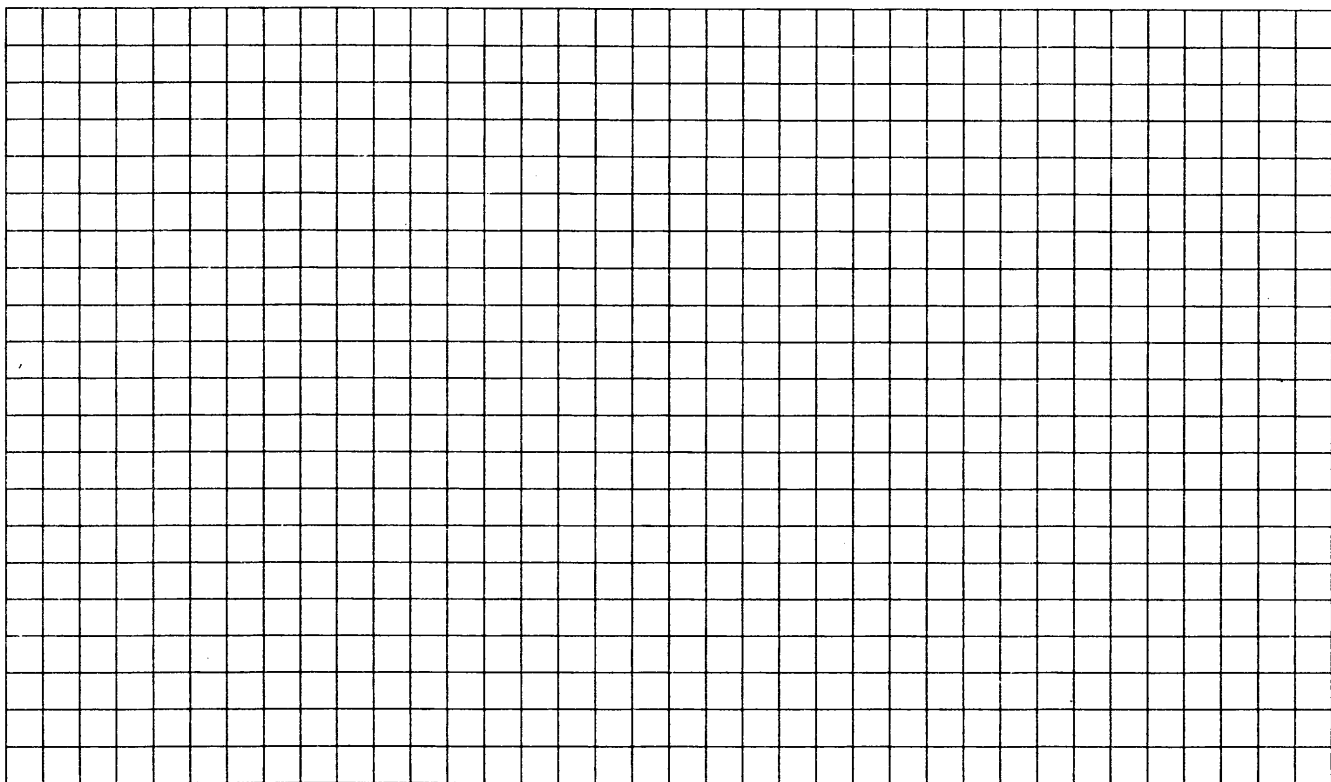
- С1.** Решите уравнение $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.



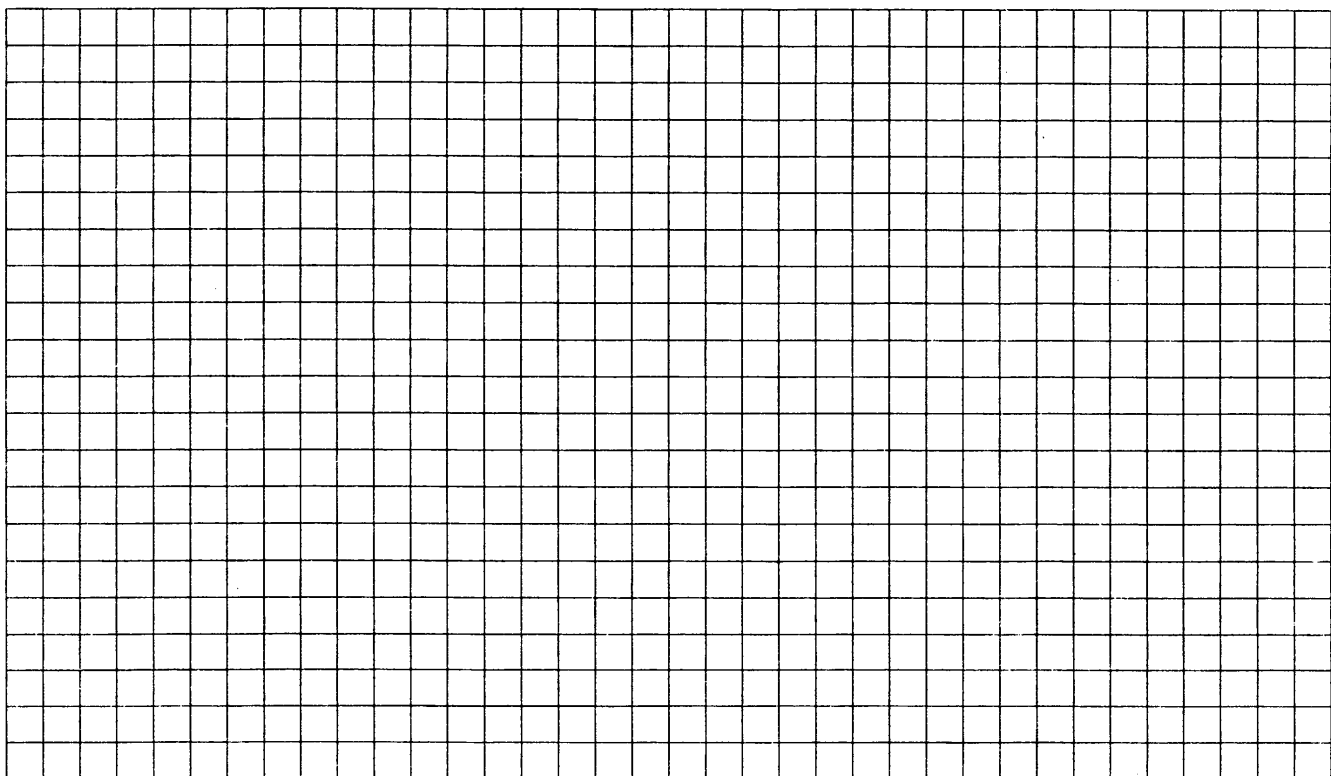
- С2.** Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причем $BP : PB_1 = 1 : 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .



- С3.** Решите неравенство $\frac{3\log_2 x}{2 + \log_2 x} \leq 2\log_2 x - 1$.

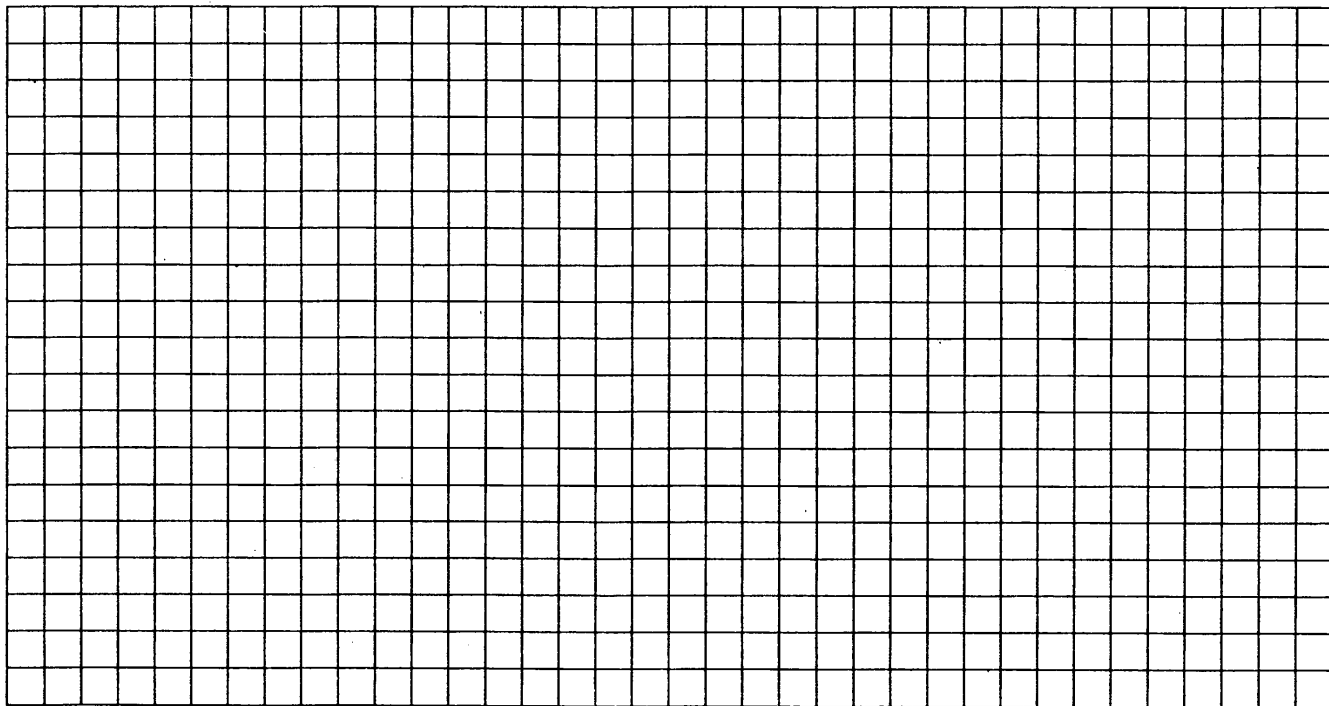


- С4.** Медиана AM и биссектриса CD прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$) пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника ABC , если $CO = 9$, $OD = 5$.

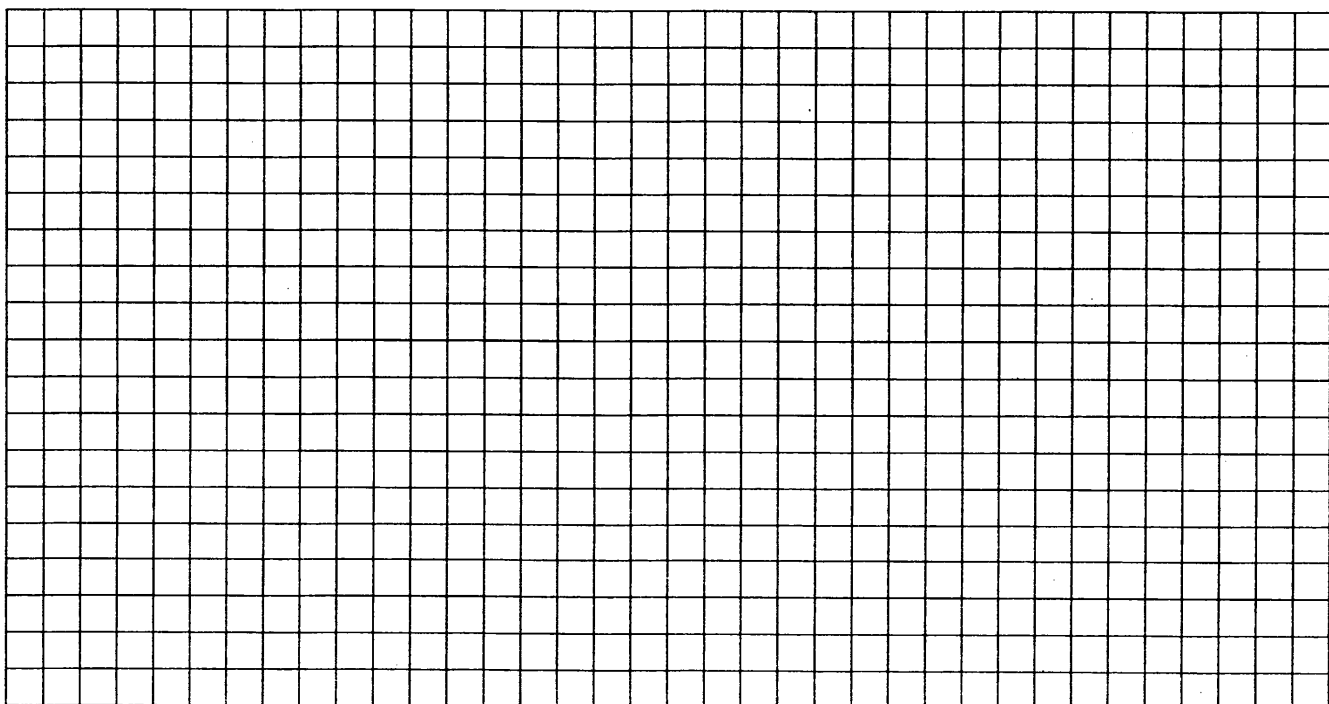


- С5.** Найдите значения параметра a , для каждого из которых при любом значении параметра b имеет хотя бы одно решение система уравнений

$$\begin{cases} (1 + 3x^2)^a + (b^2 - 4b + 5)^y = 2, \\ x^2 y^2 + (b - 2)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

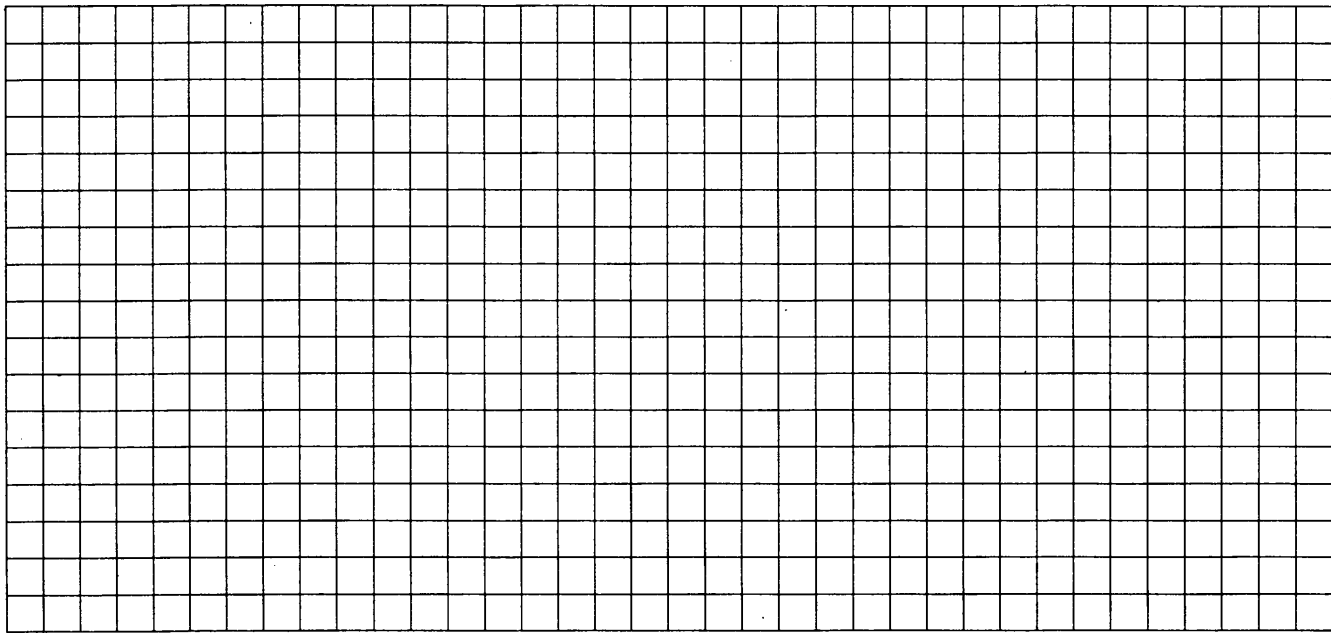


- С6.** Найдите все пары натуральных чисел $k < n$, удовлетворяющие уравнению $(\sqrt{n})^k = (\sqrt{k})^n$.

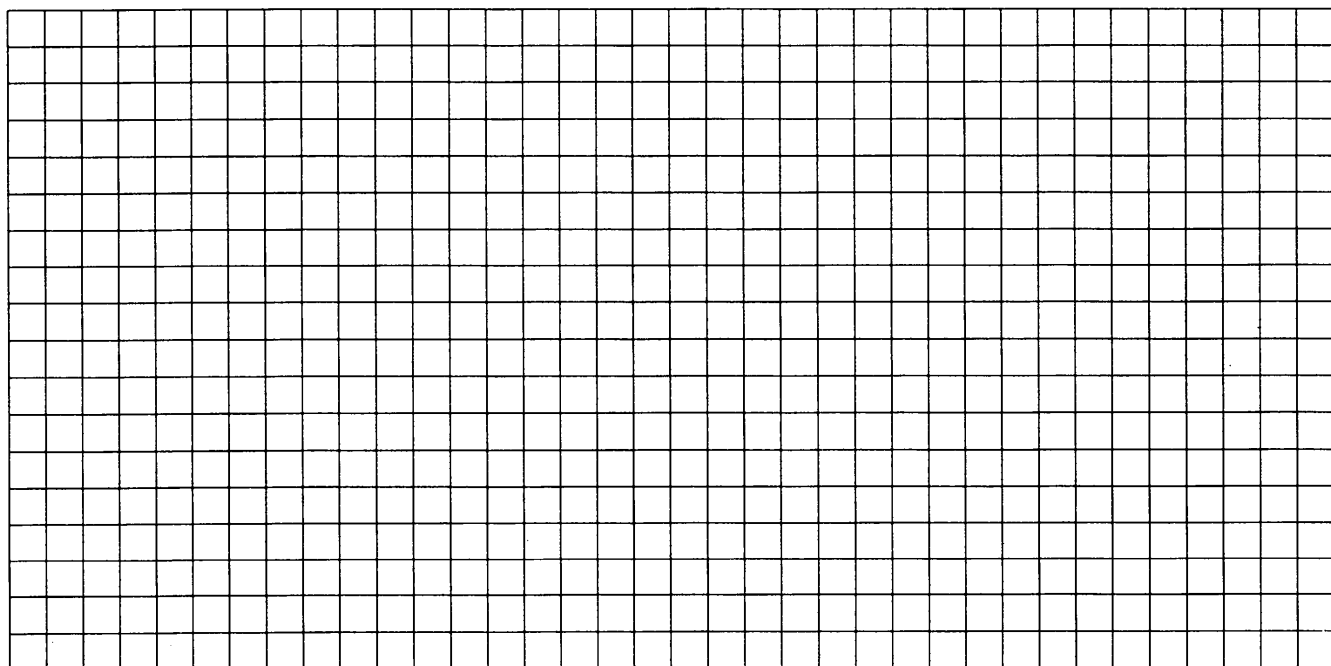


ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

- С1.** Решите уравнение $\frac{\sin x(2 \sin x + 1)(\sqrt{2} \sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0$.

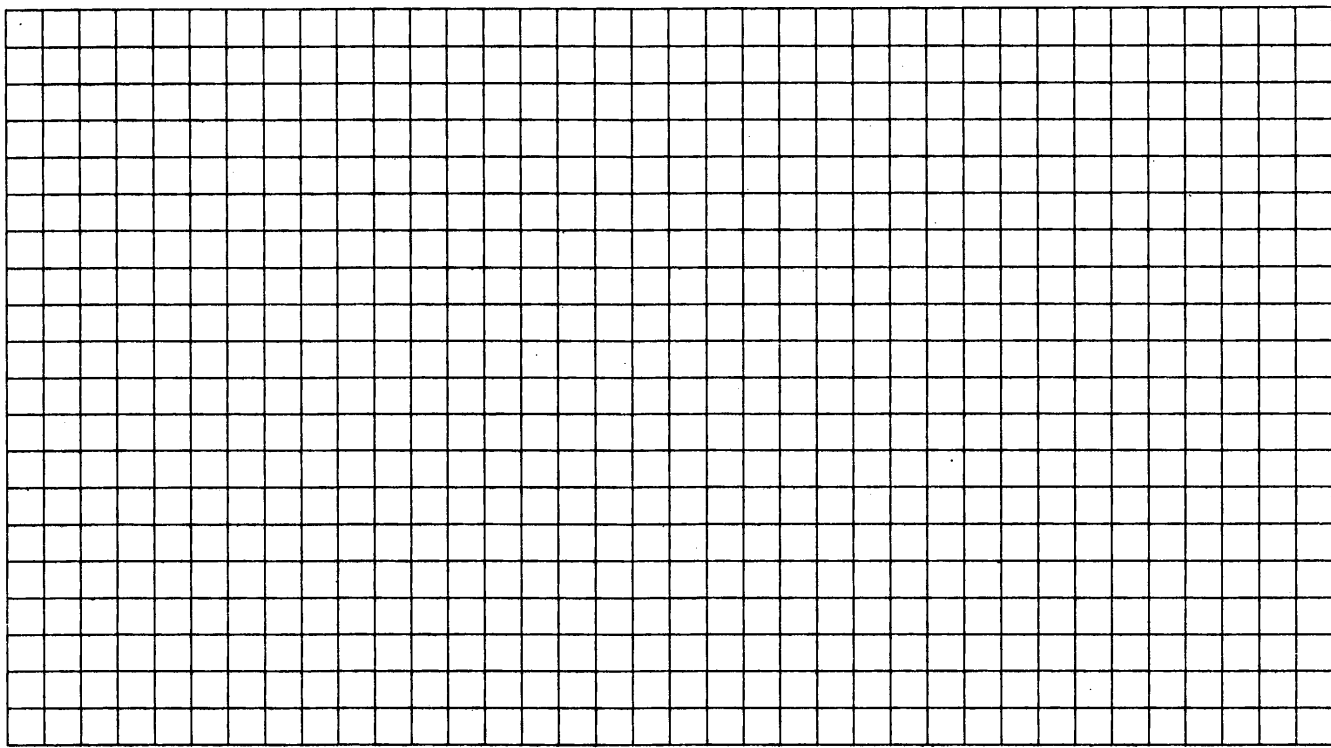


- С2.** Основание прямой четырехугольной призмы $A...D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12.

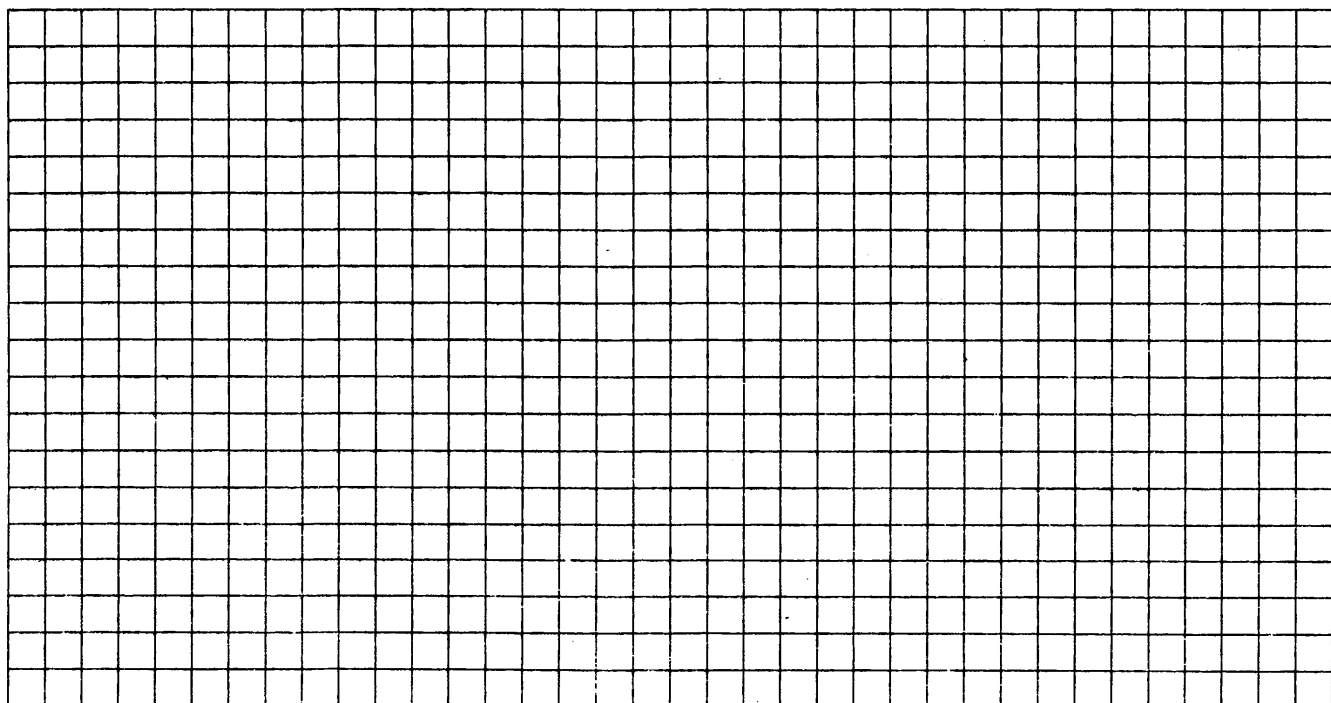


С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0, \\ \log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0. \end{cases}$$

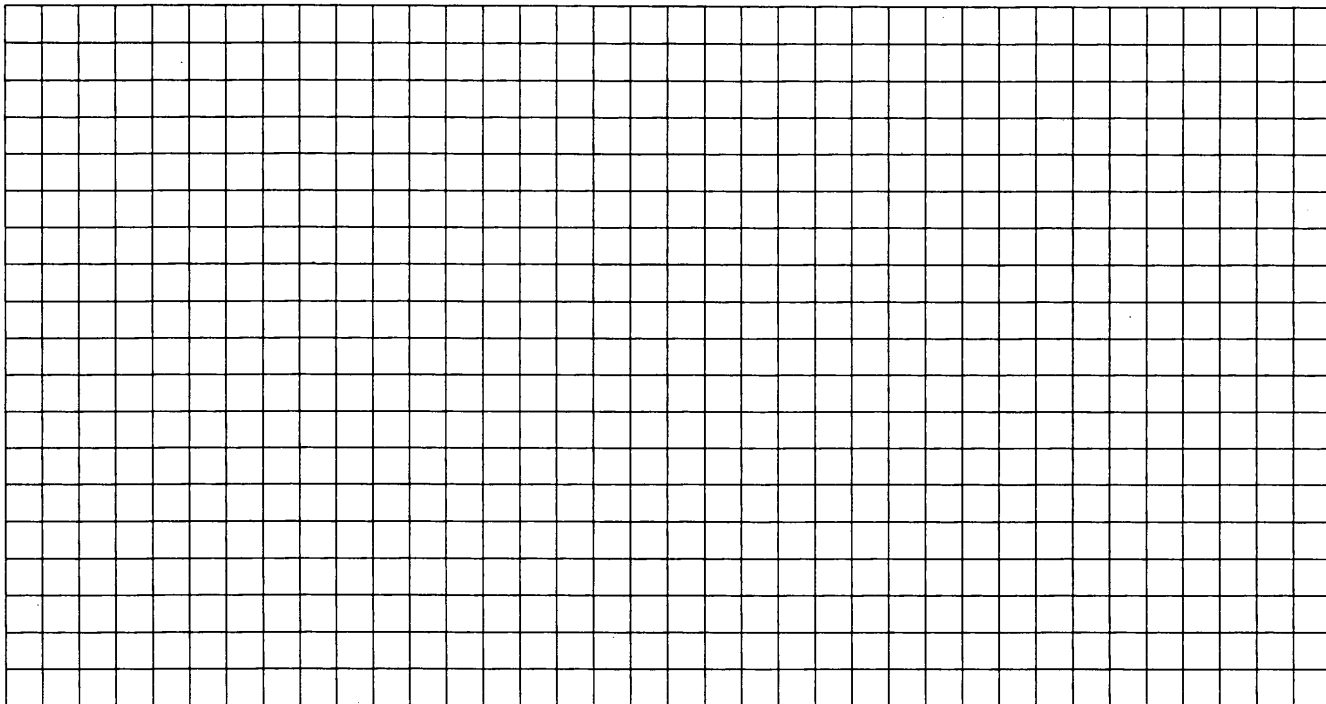


С4. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 5 и 20. Найдите биссектрису угла при основании треугольника.

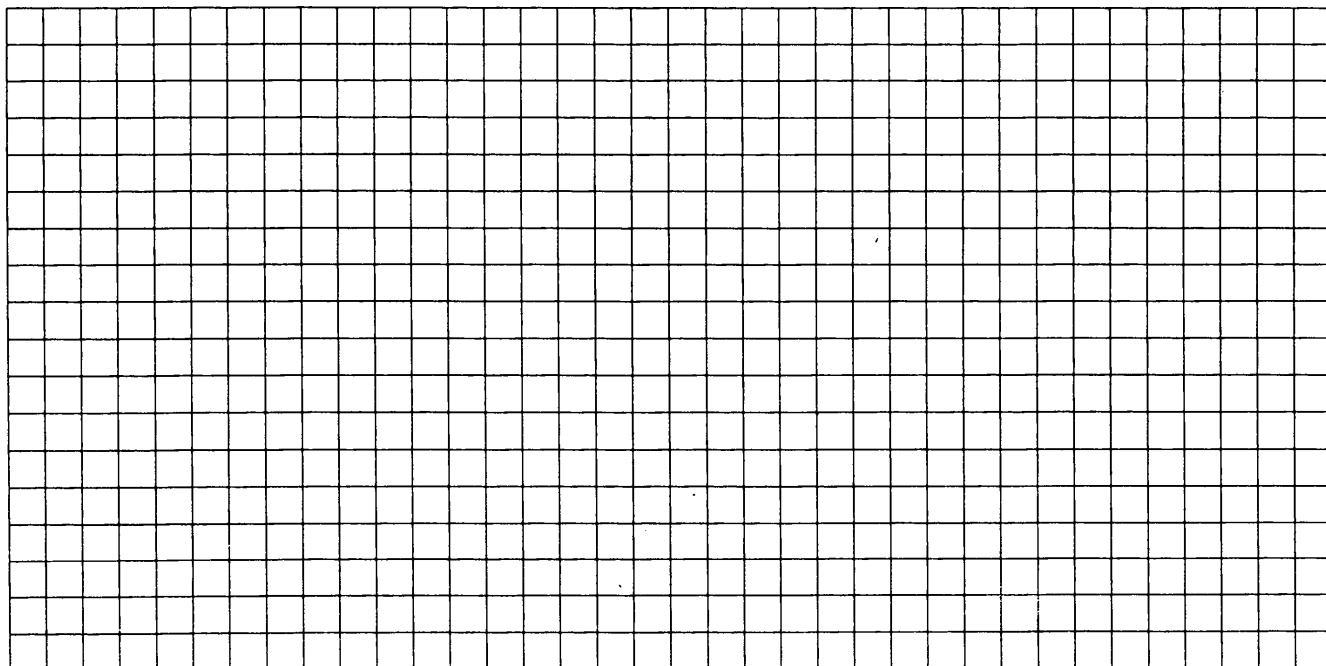


- С5.** Найдите все пары чисел a и b , для каждой из которых имеет не менее пяти решений $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} bx(2x - y) + (y - 1)(2x - y) = bx + y - 1, \\ 4x^2 + y^2 + axy = 1. \end{cases}$$



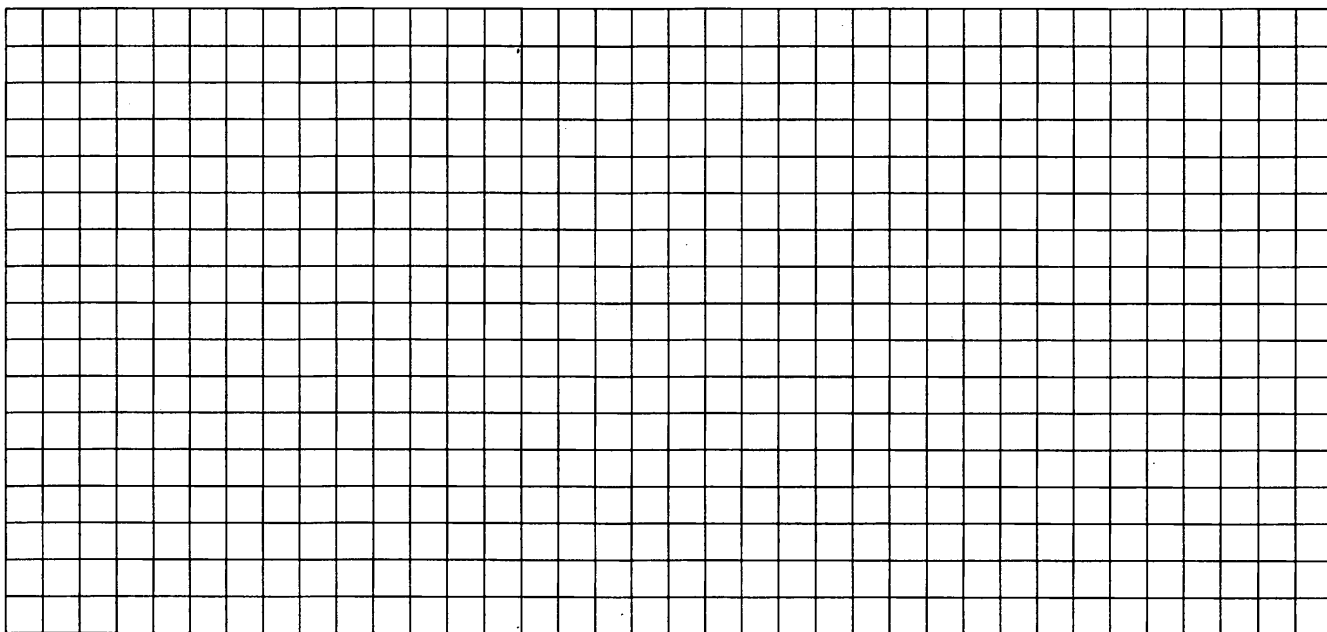
- С6.** Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n .



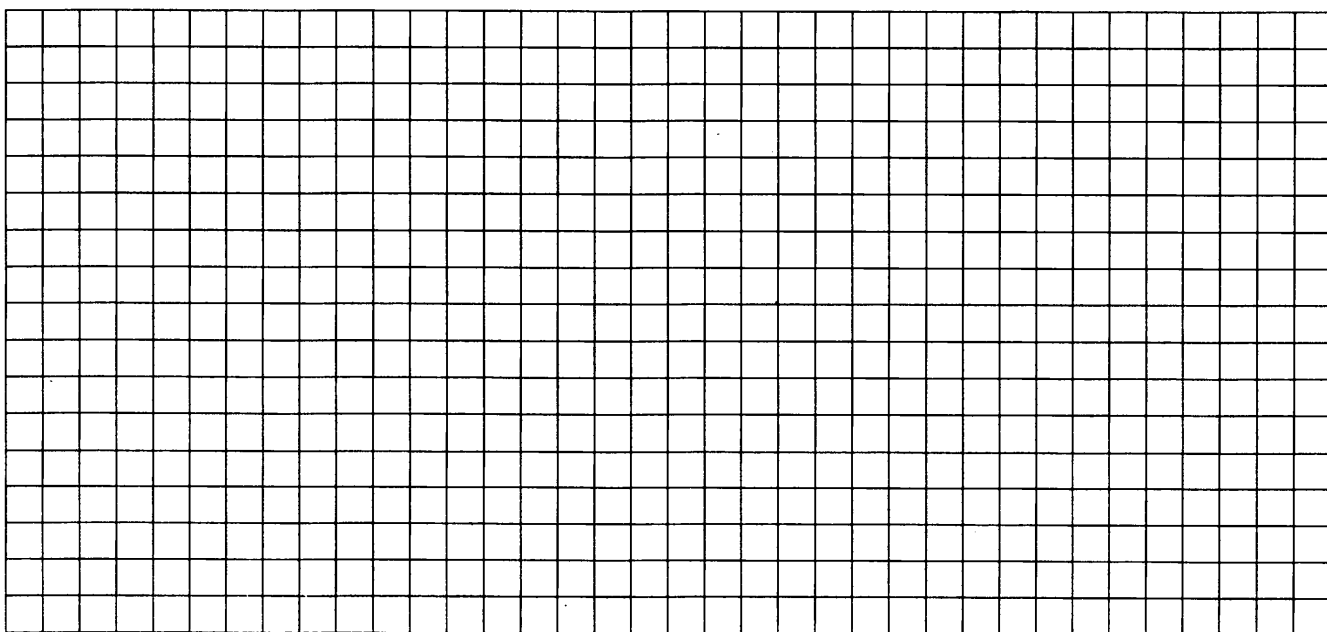
ЗАДАЧА С1

Подготовительные задания

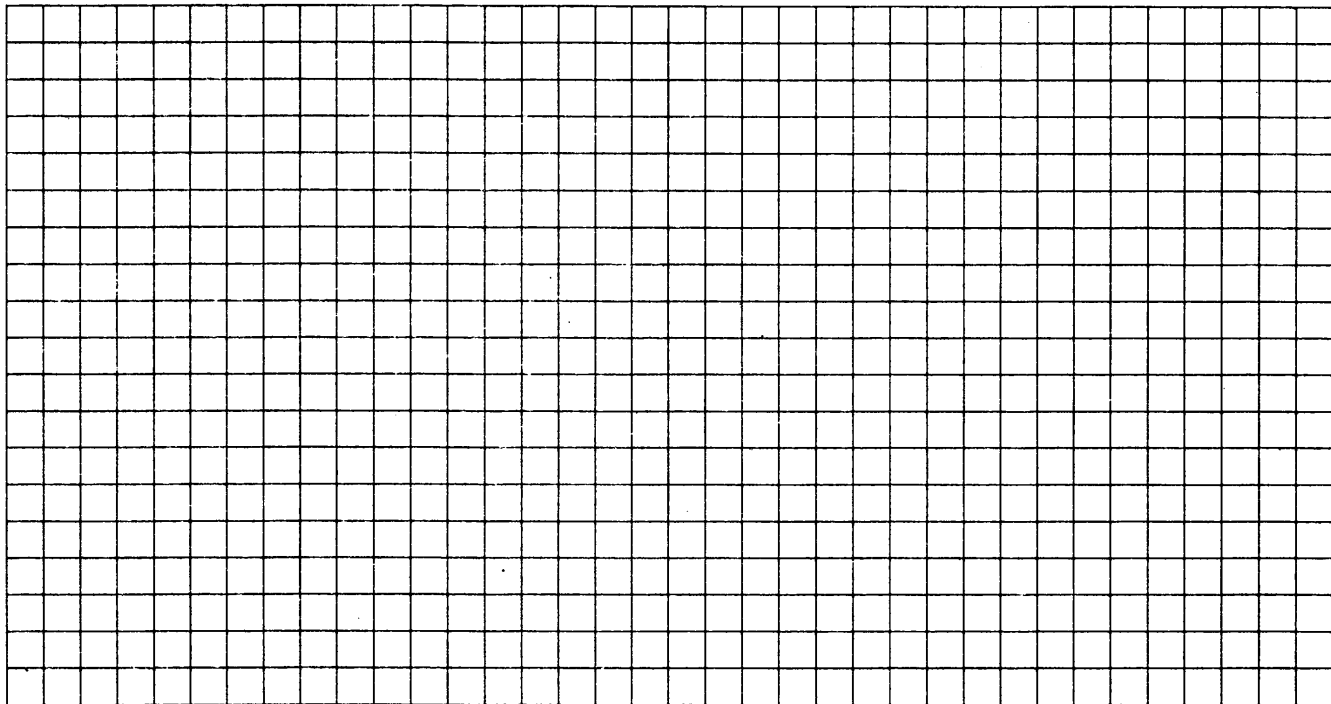
1. Решите уравнение $4 \sin^3 x - 3 \sin x + 2 \cos 2x + 1 = 0$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $[-\pi; 0]$.



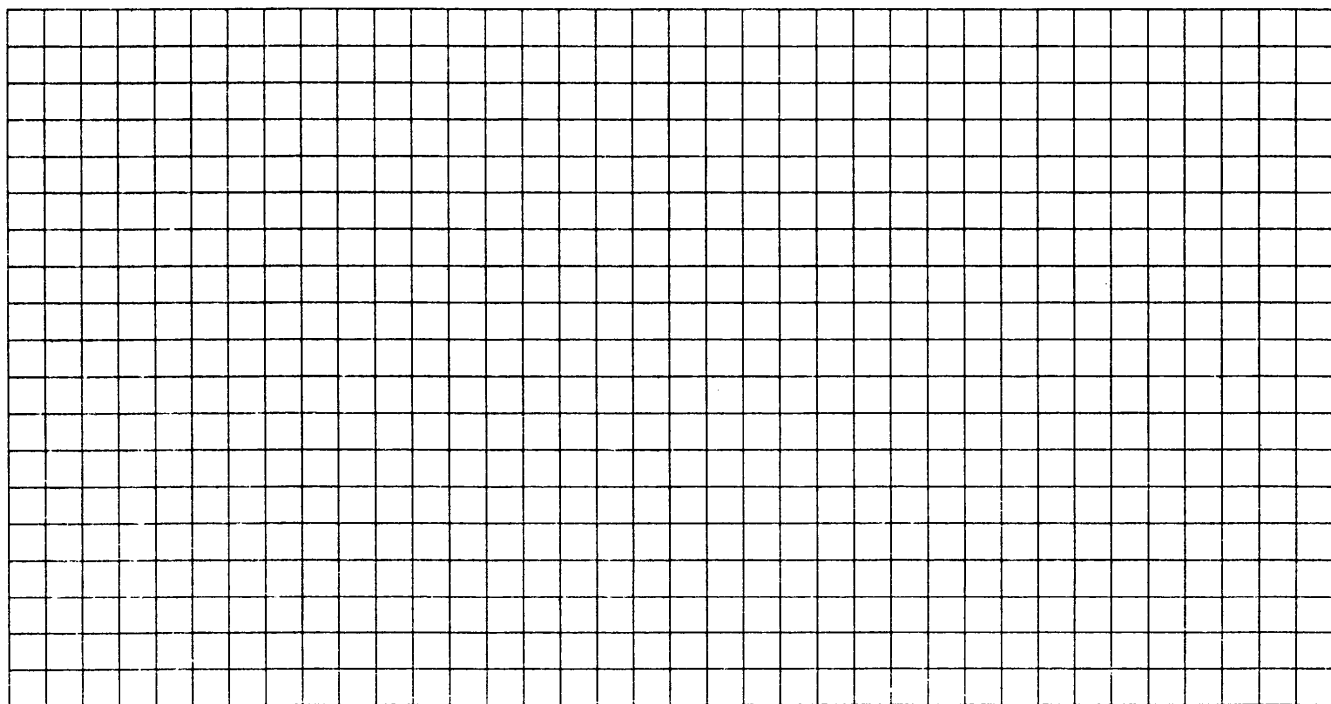
2. Решите уравнение $\frac{2}{\operatorname{tg}^2(x + 5\pi)} + \frac{1}{\sin(x - 5\pi)} - 4 = 0$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.



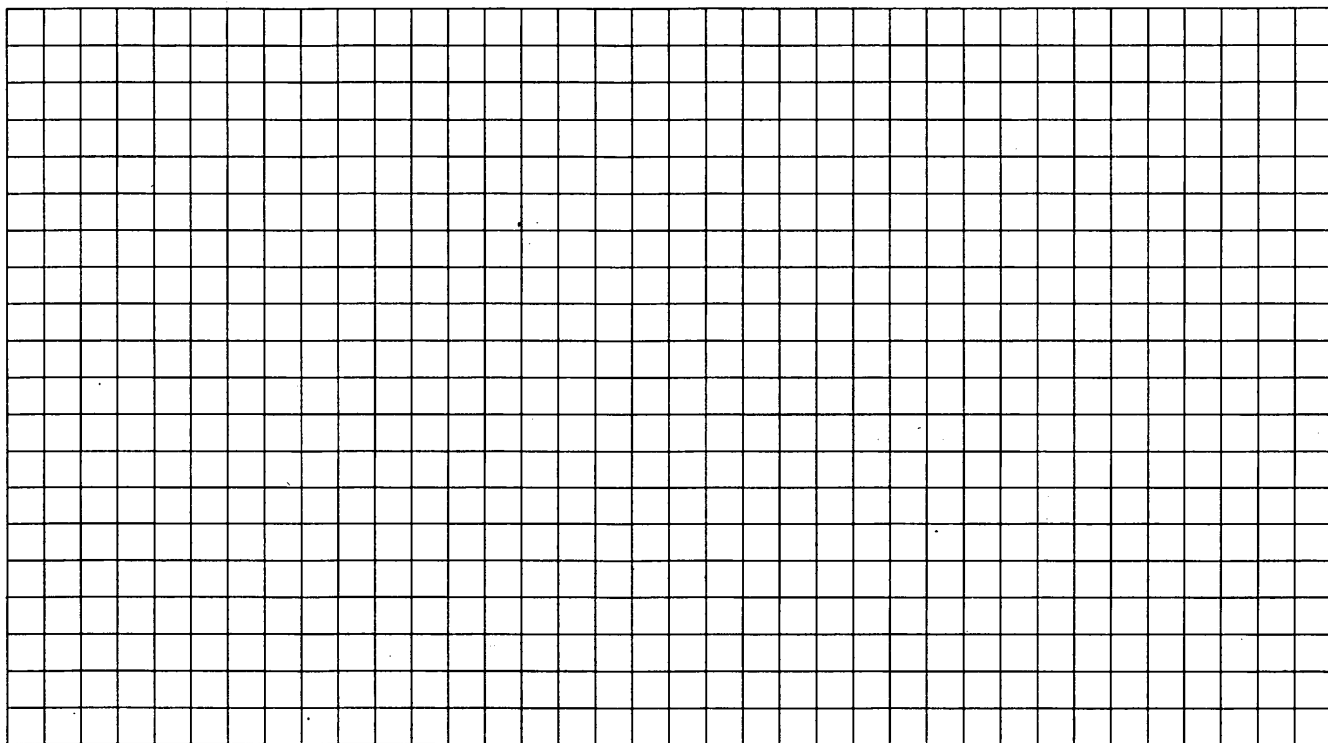
3. Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\sin(4,5\pi - x)} + 7 = 0$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $[\pi; 2\pi]$.



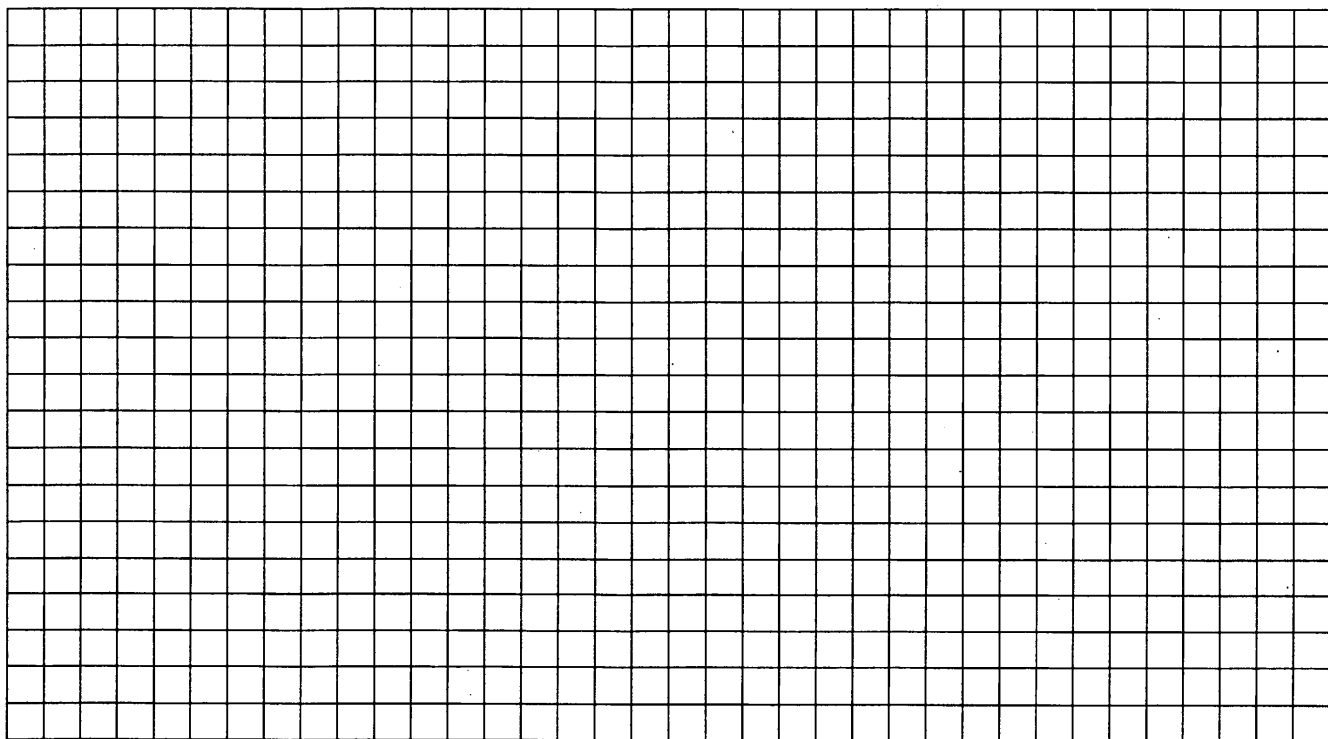
4. Решите уравнение $3 \cos 2x + 4 = 5 \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



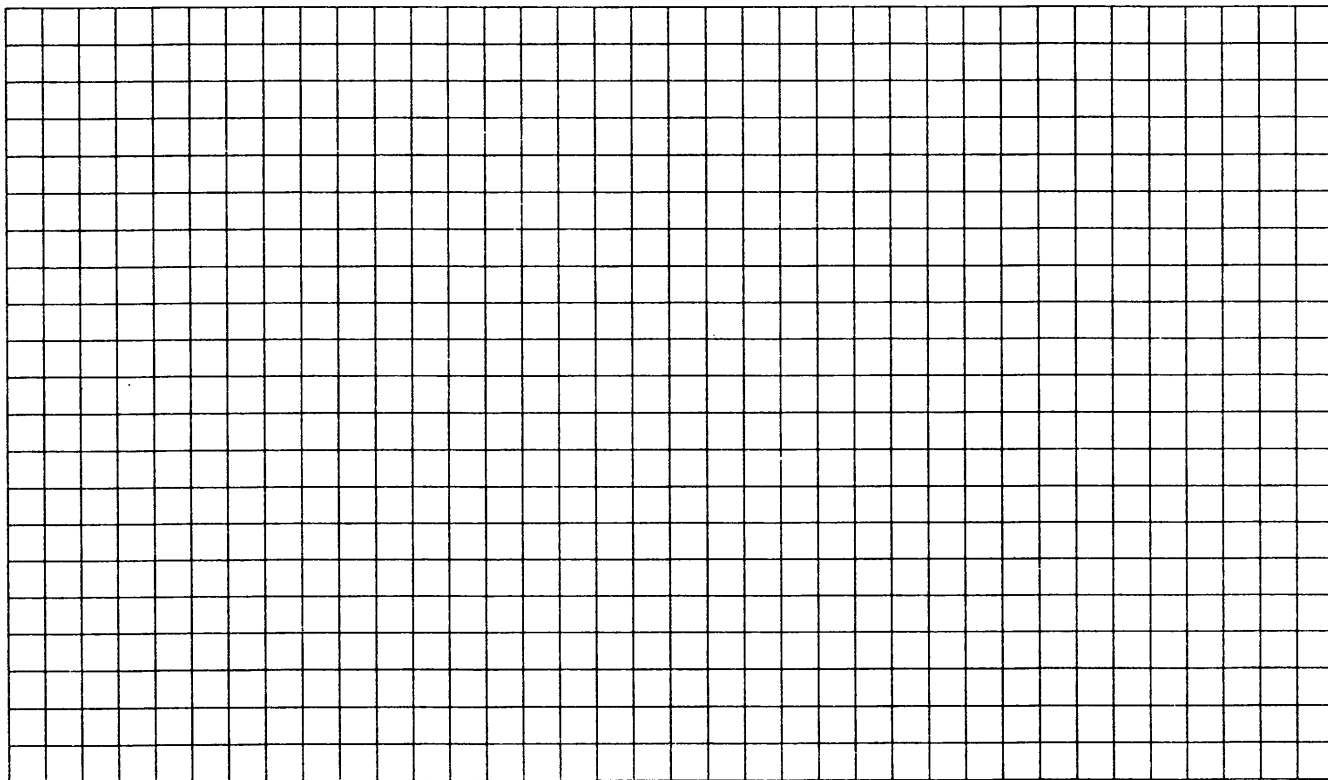
5. Решите уравнение $3\cos^2 x - 5\sin x - 1 = 0$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.



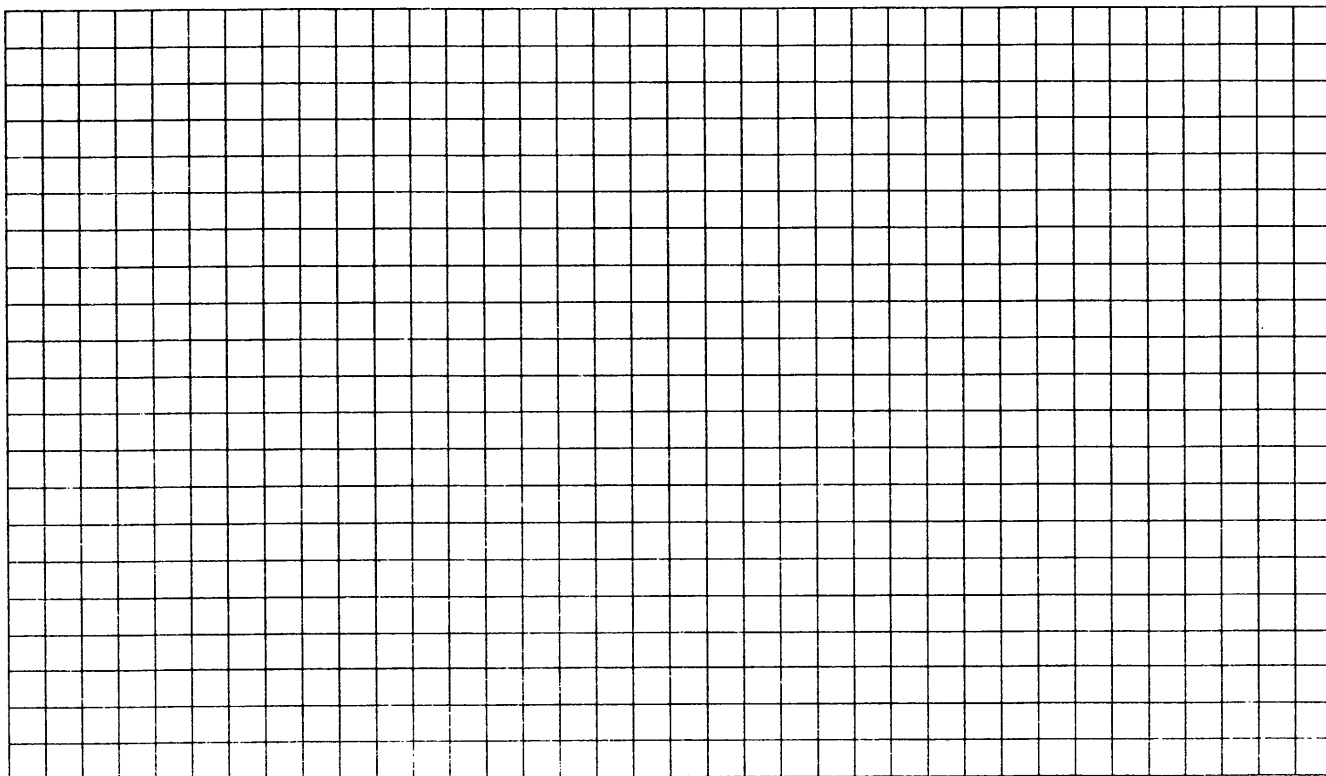
6. Решите уравнение $7\cos^2 x - \cos x - 8 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.



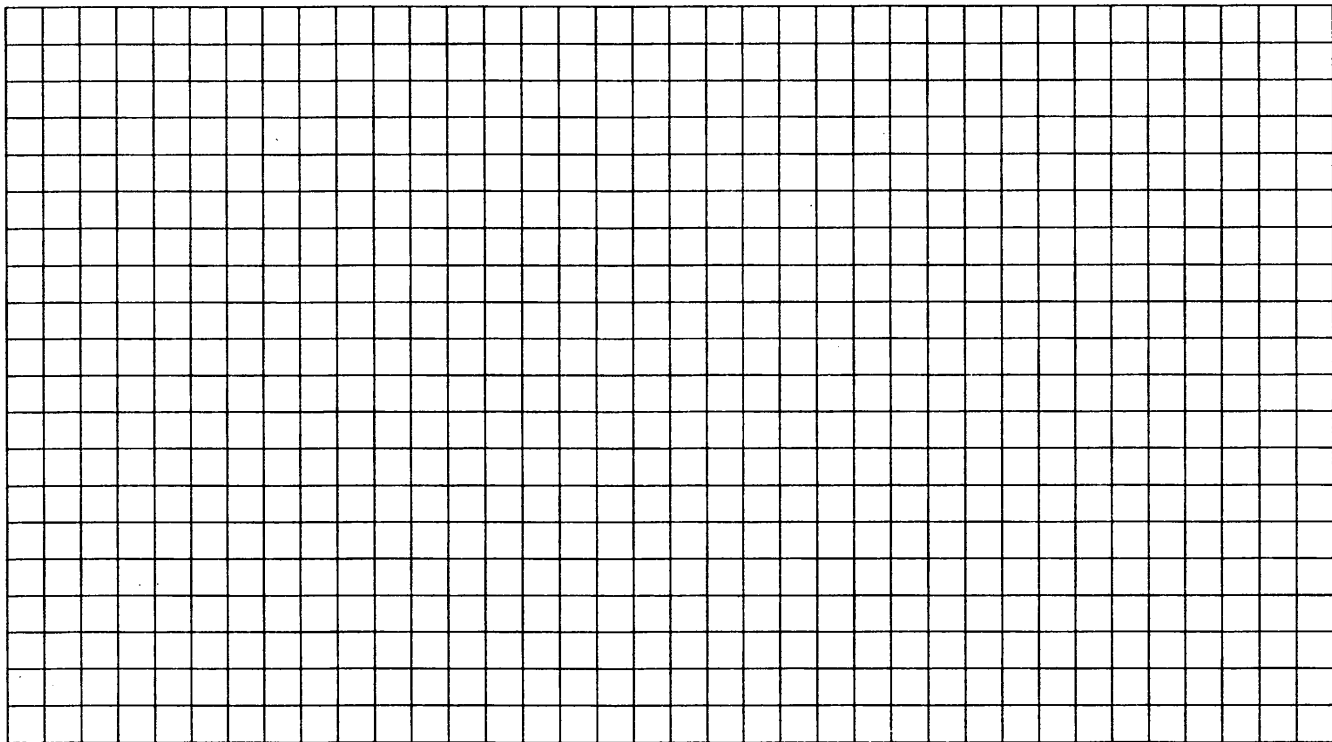
7. Найдите все корни уравнения $(\sqrt{2} \sin x + 1)(2 \sin x - 3) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\operatorname{tg} x < 0$.



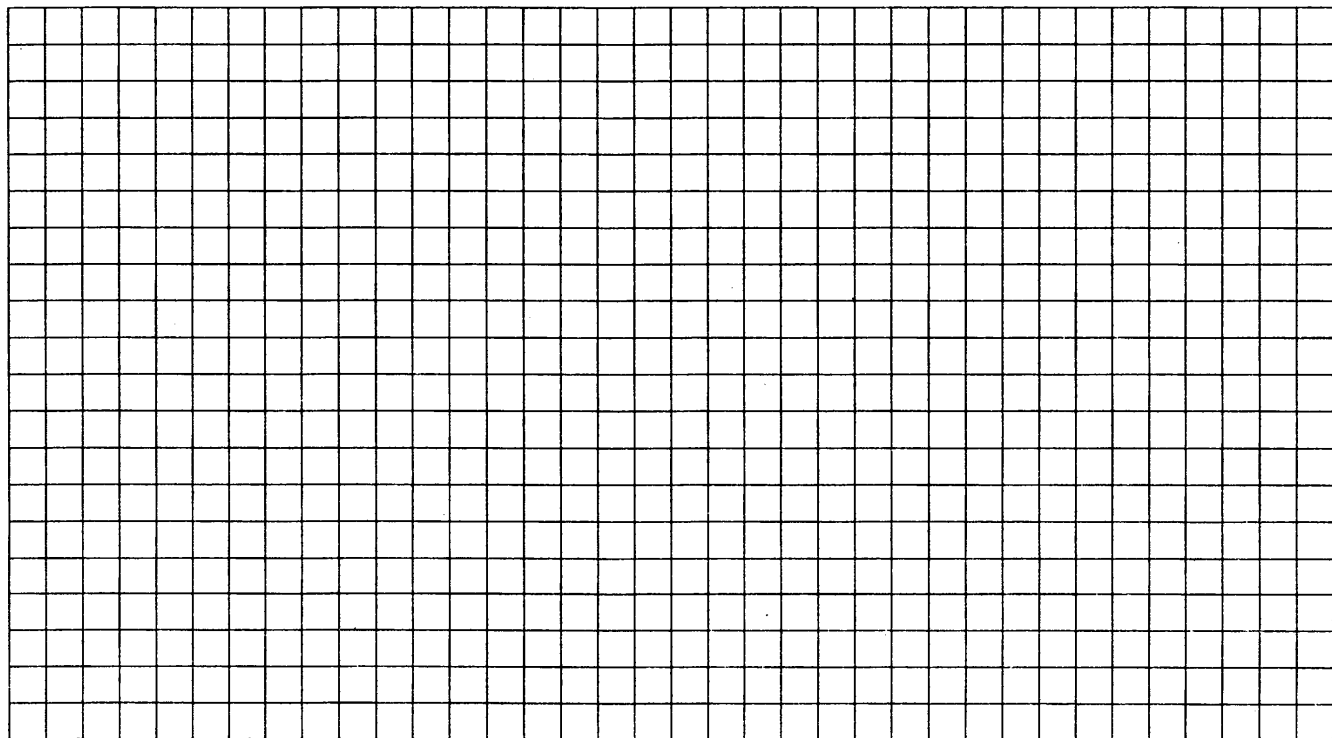
8. Найдите все корни уравнения $(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x < 0$.



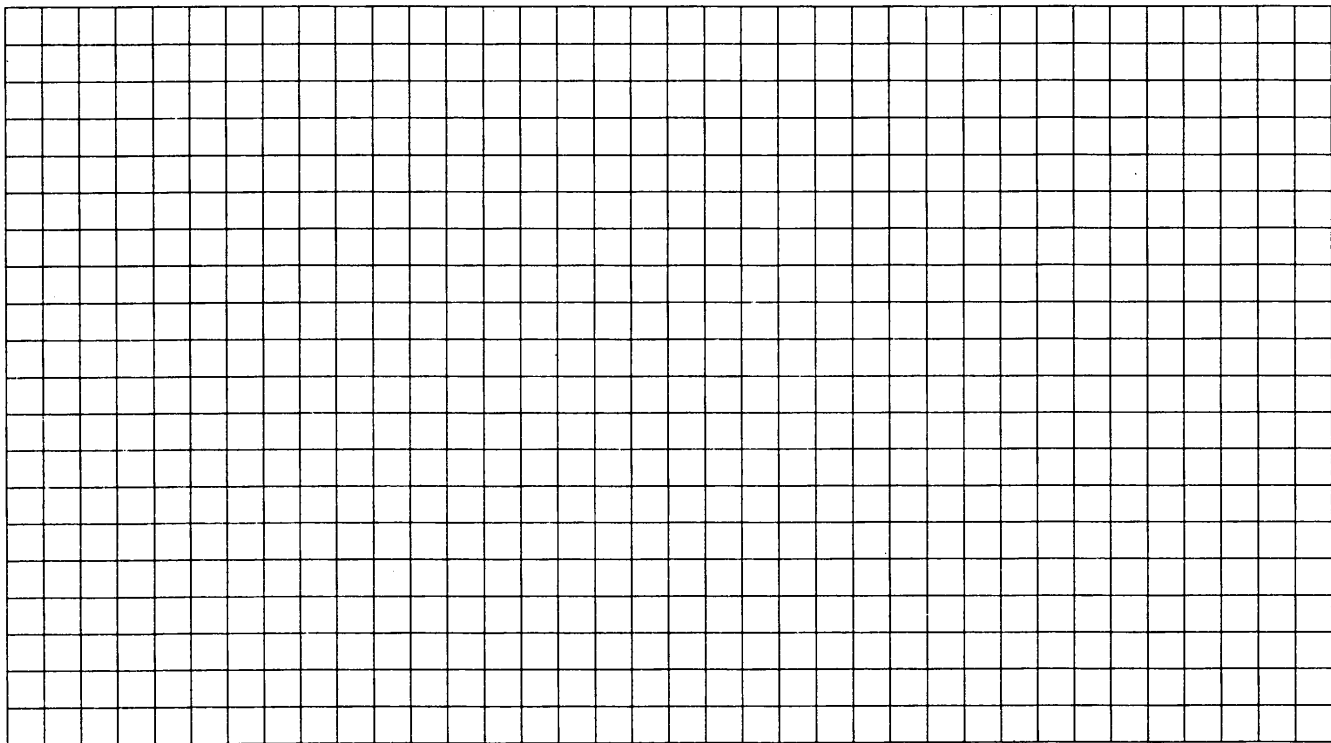
9. Решите уравнение $\frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 1 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \pi]$.



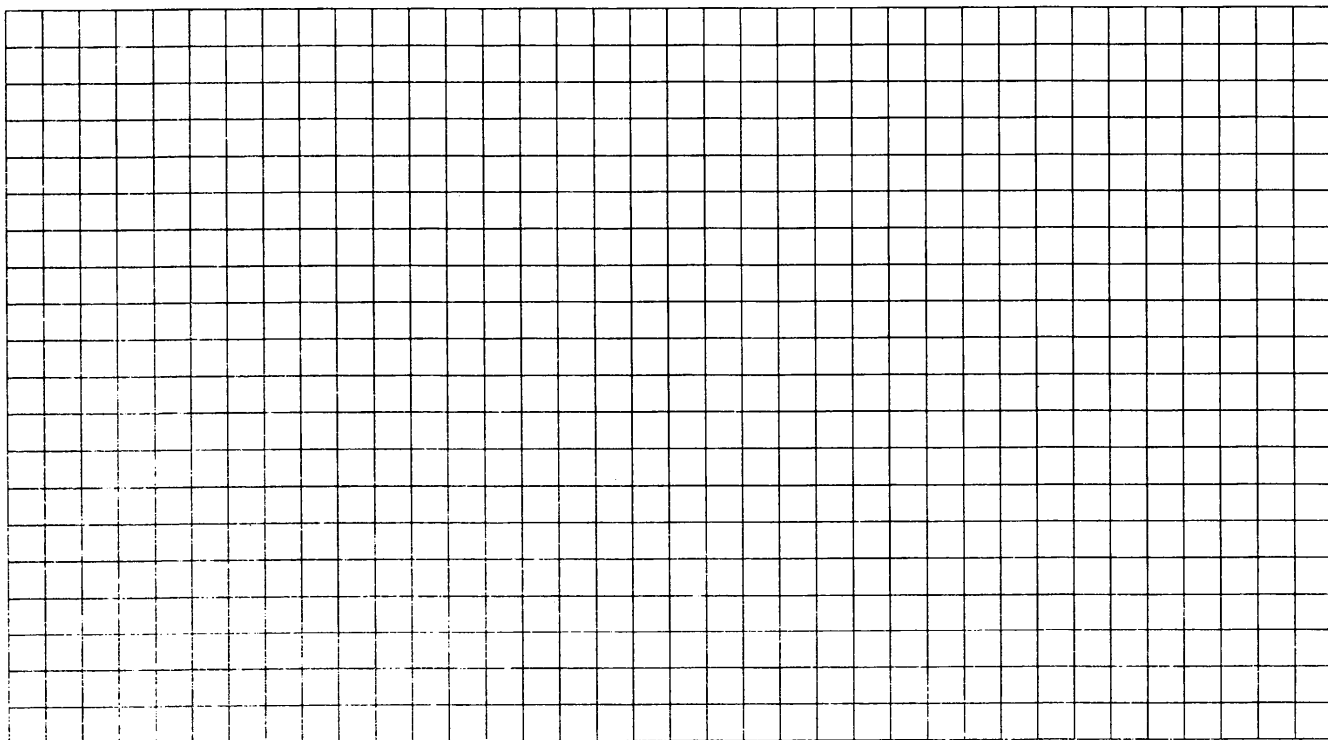
10. Найдите все корни уравнения $(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})(2 \cos x - 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x > 0$.



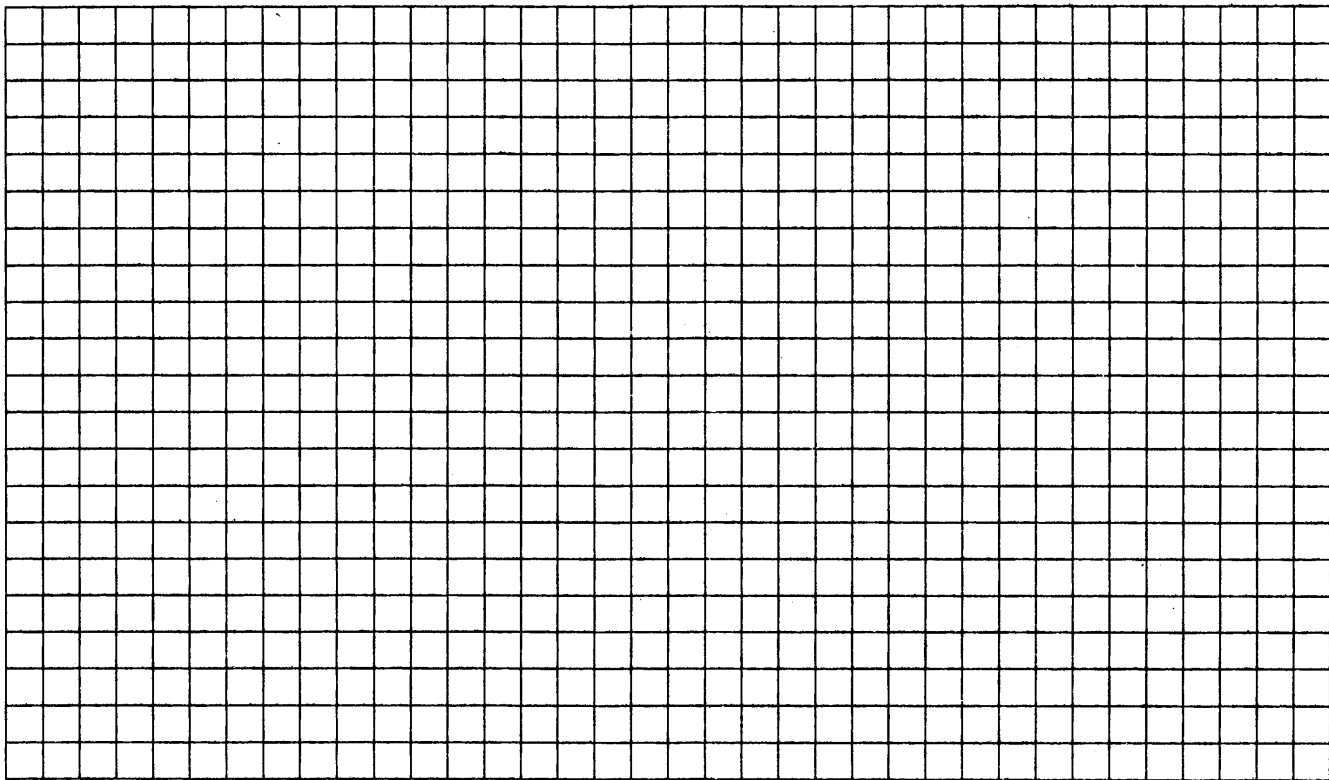
11. Найдите все корни уравнения $(\operatorname{tg} x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.



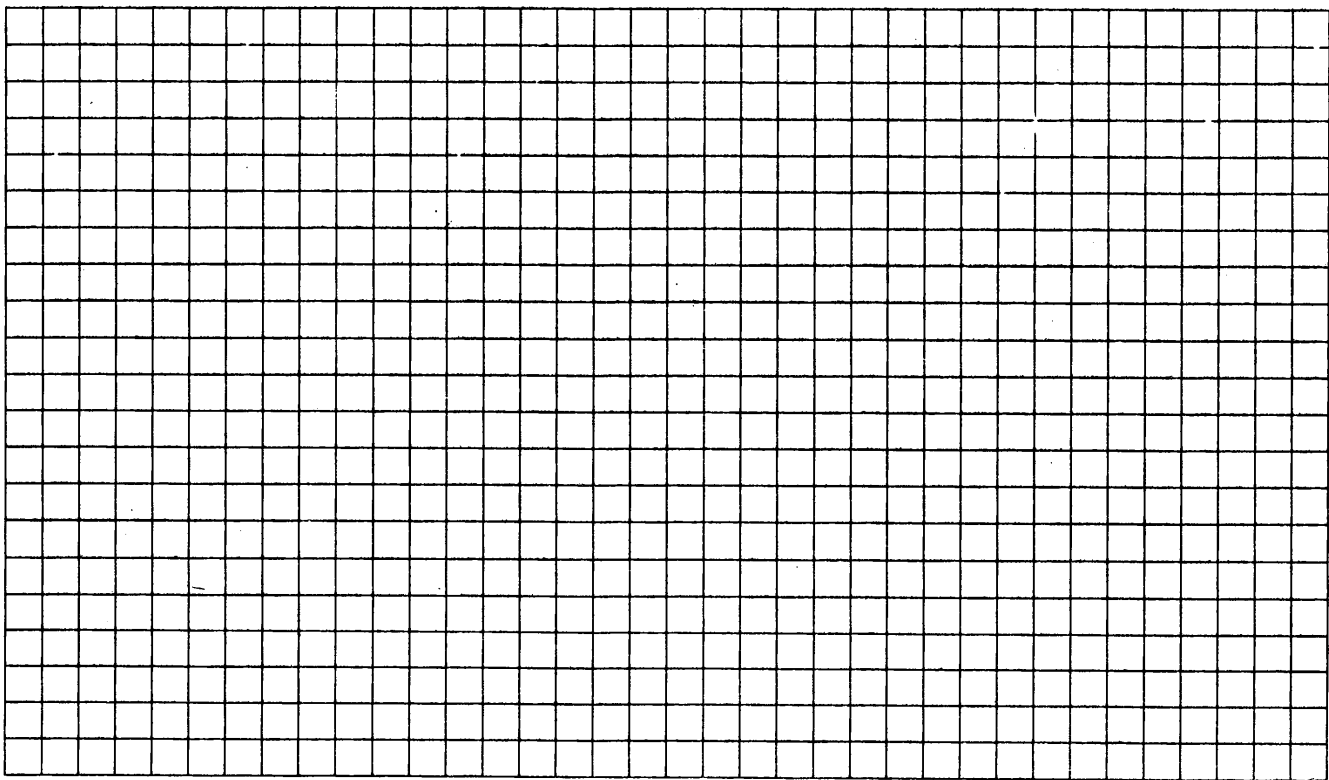
12. Решите уравнение $3 \cos^2 x - 4 \sin x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.



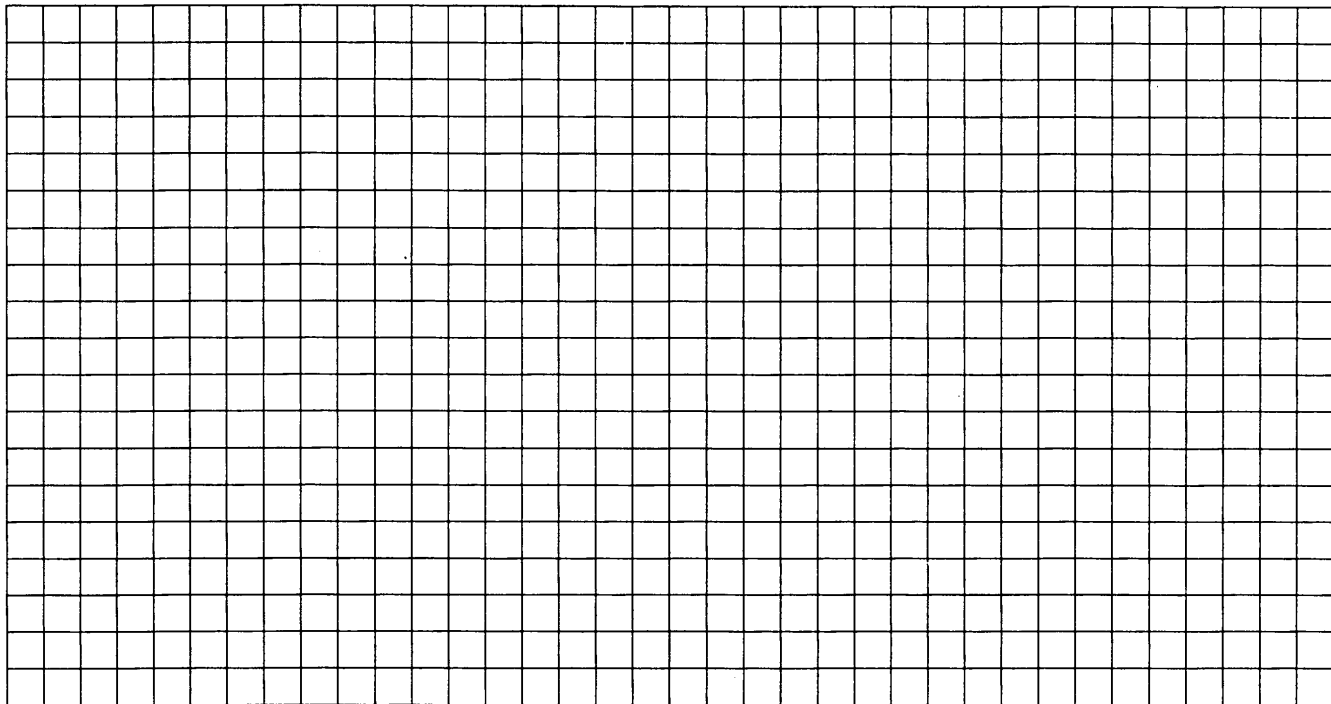
13. Найдите все корни уравнения $\sqrt{2} \sin^2 x = \sin x$, удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.



14. Найдите все корни уравнения $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x < 0$.

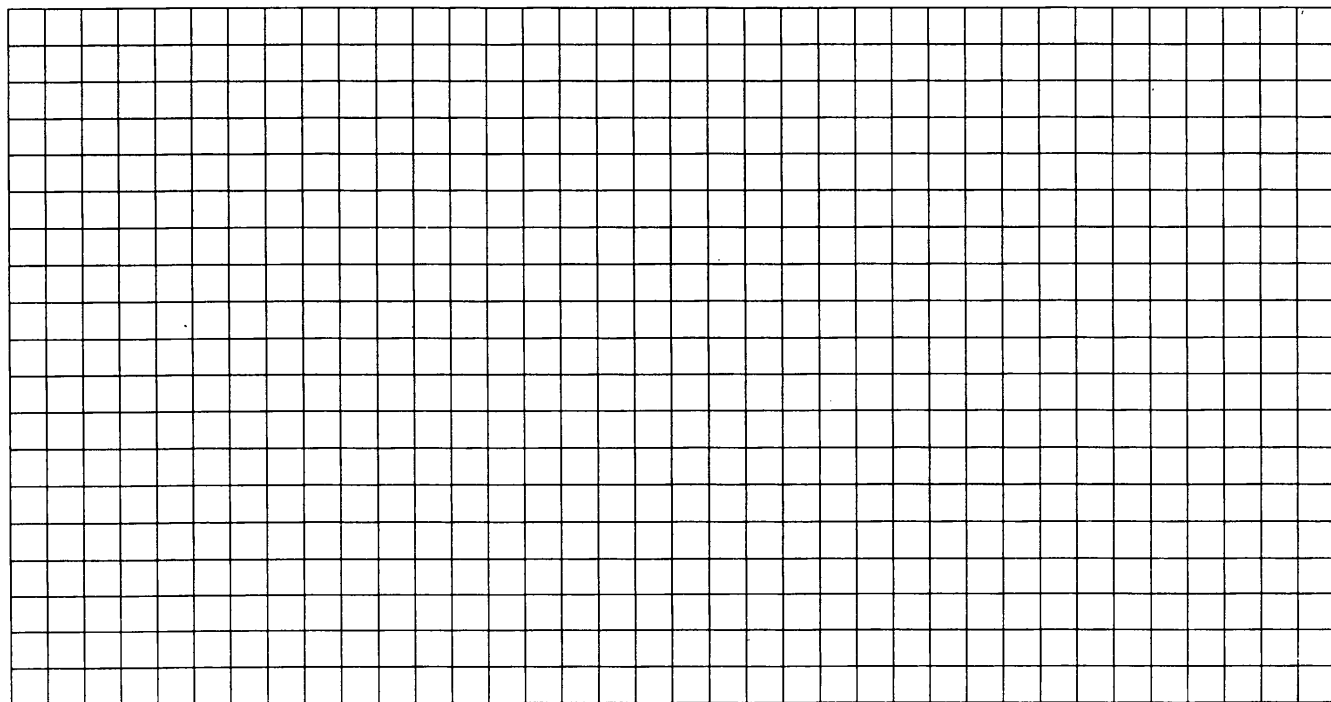


15. Решите уравнение $2 \cos 2x - 12 \cos x + 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

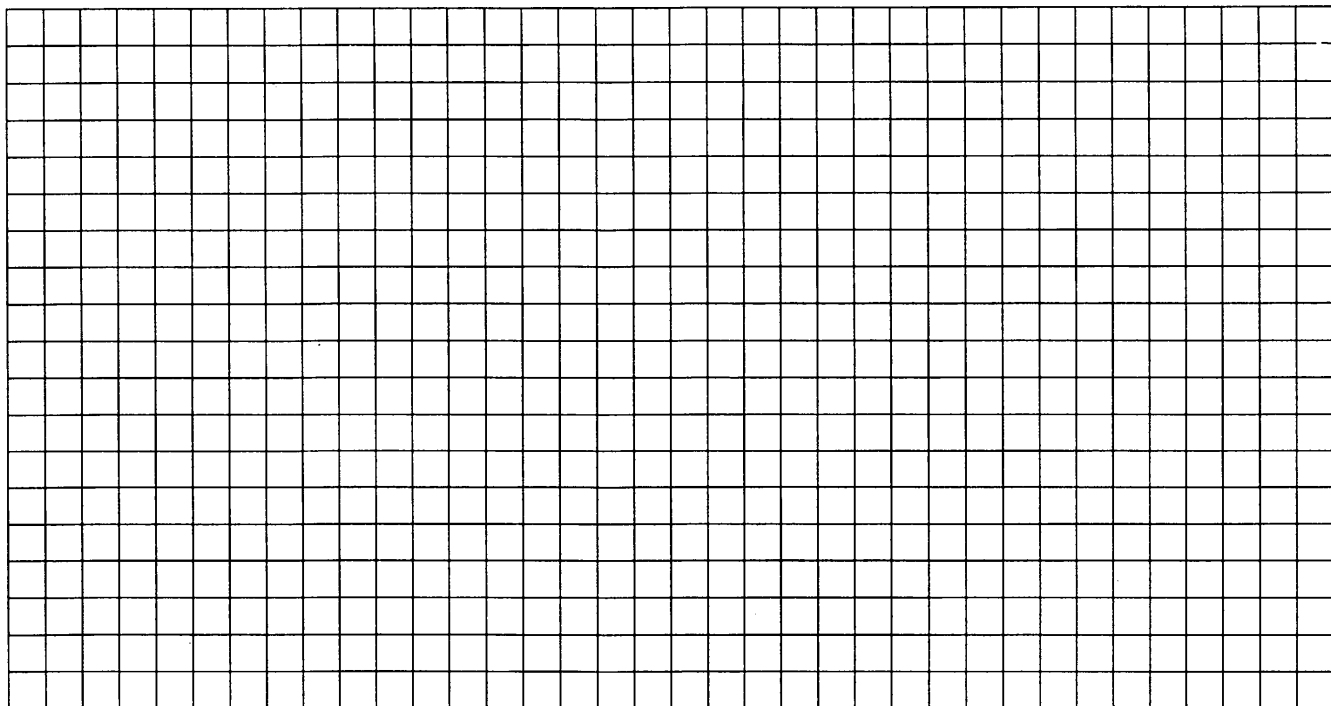


Зачетные задания

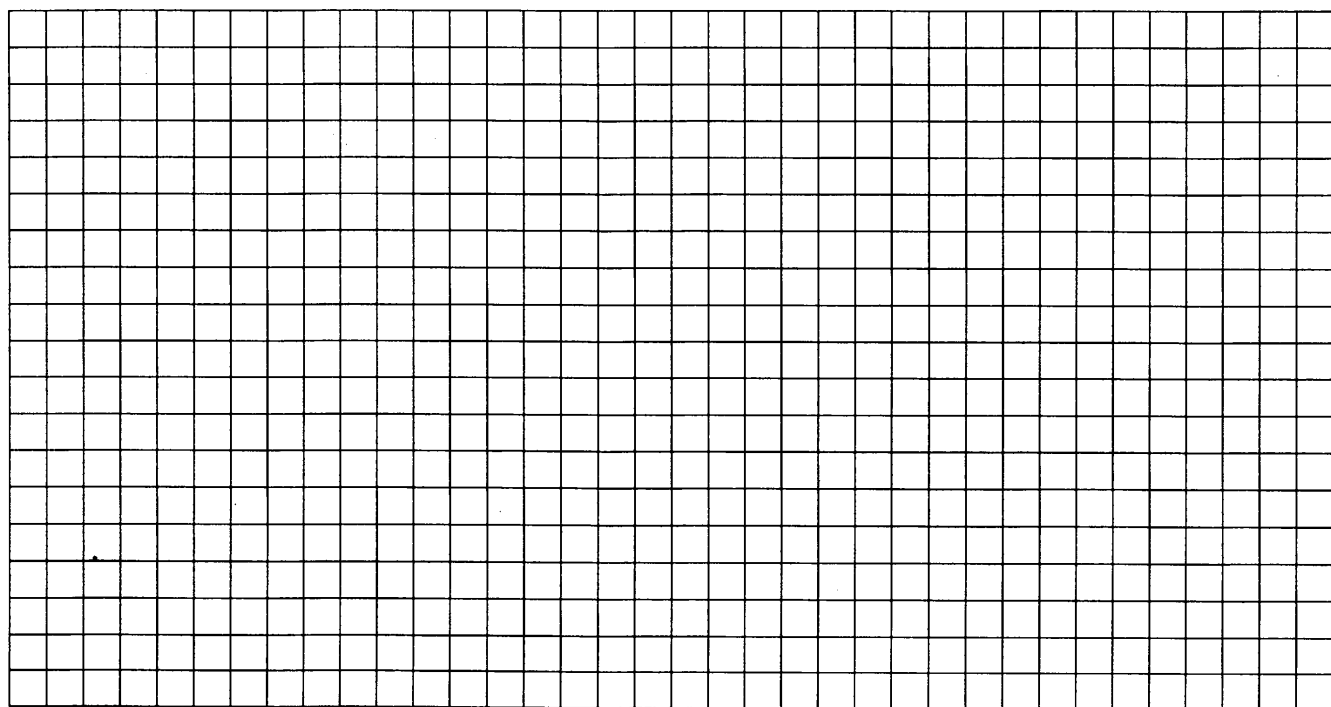
1. Решите уравнение $8 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.



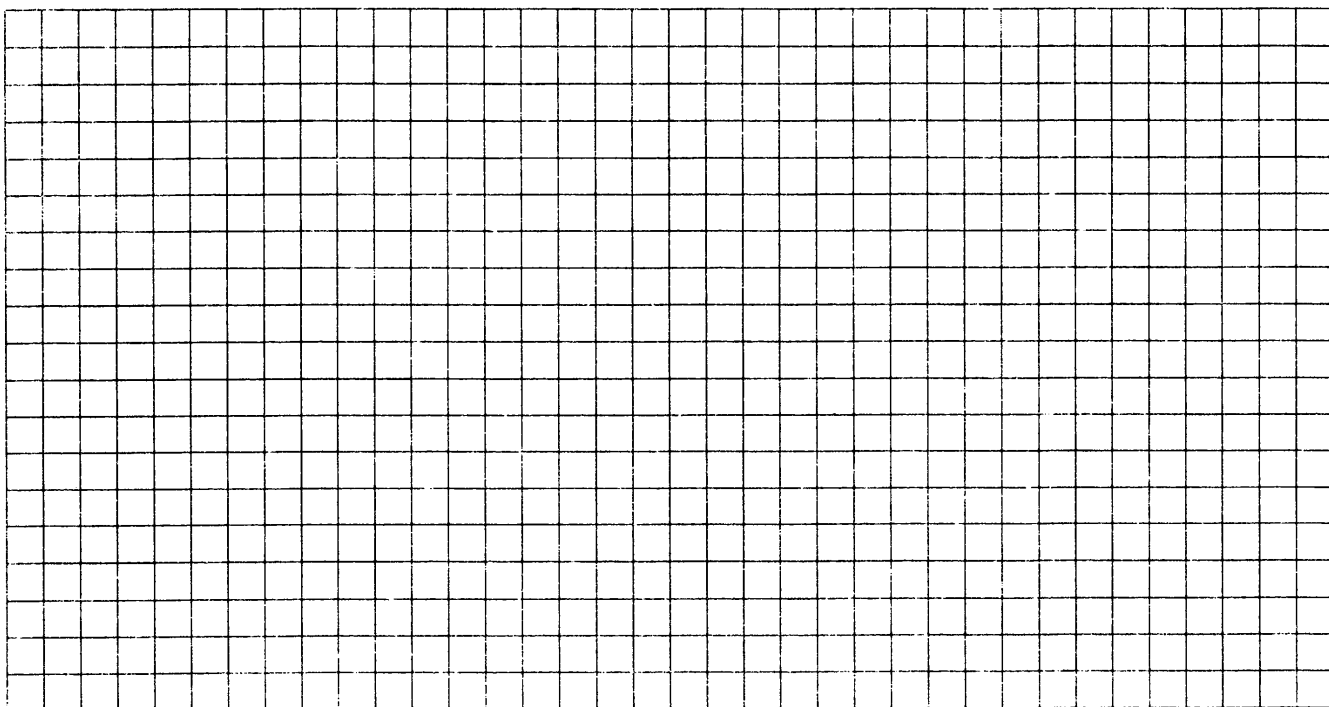
2. Решите уравнение $\frac{2 \cos^3 x + 3 \cos^2 x + \cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$.



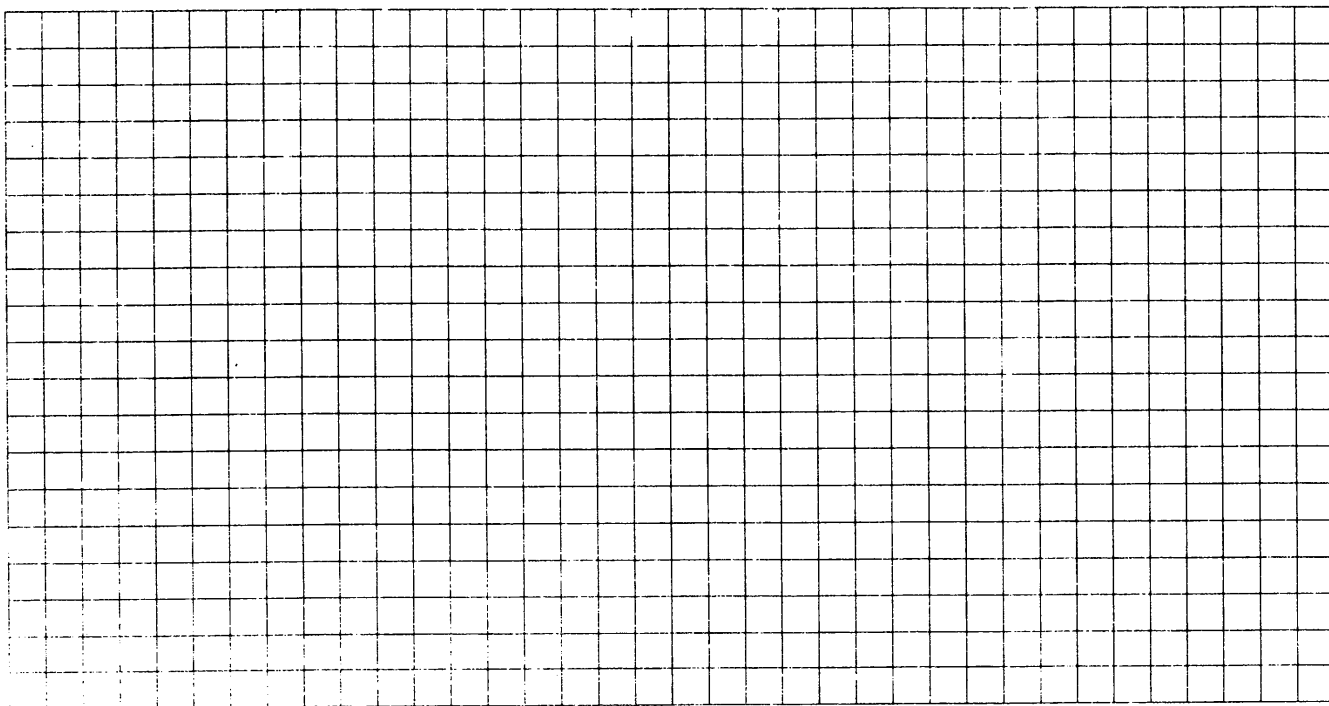
3. Решите уравнение $\frac{2 \sin^3 x + \sin^2 x - \sin x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$.



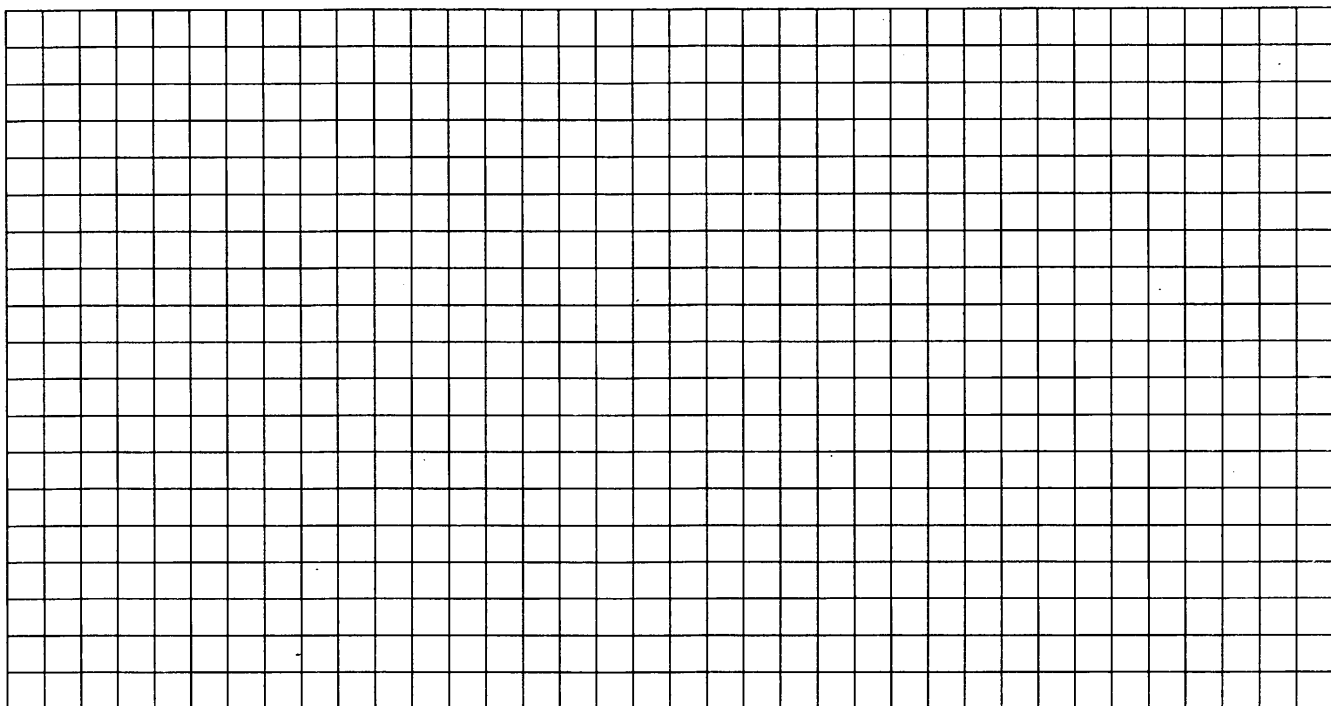
4. Решите уравнение $\frac{5}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{19}{\sin x} + 17 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.



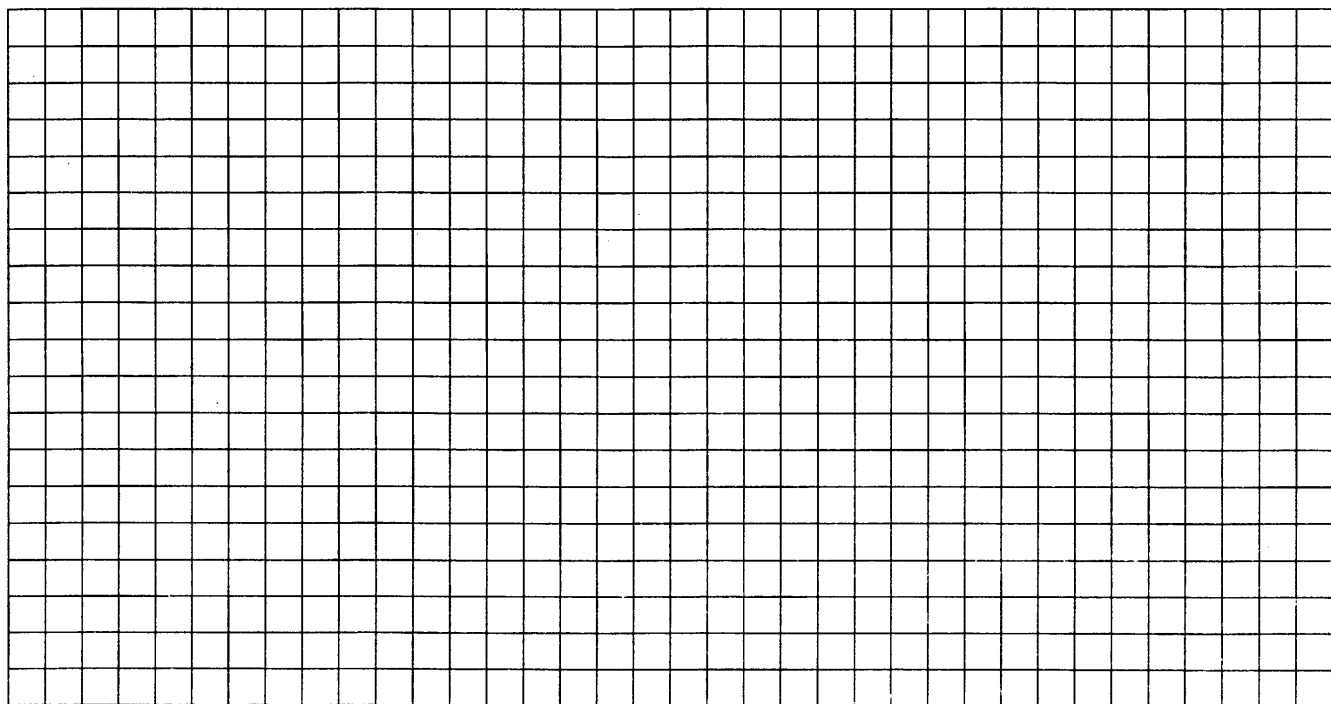
5. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.



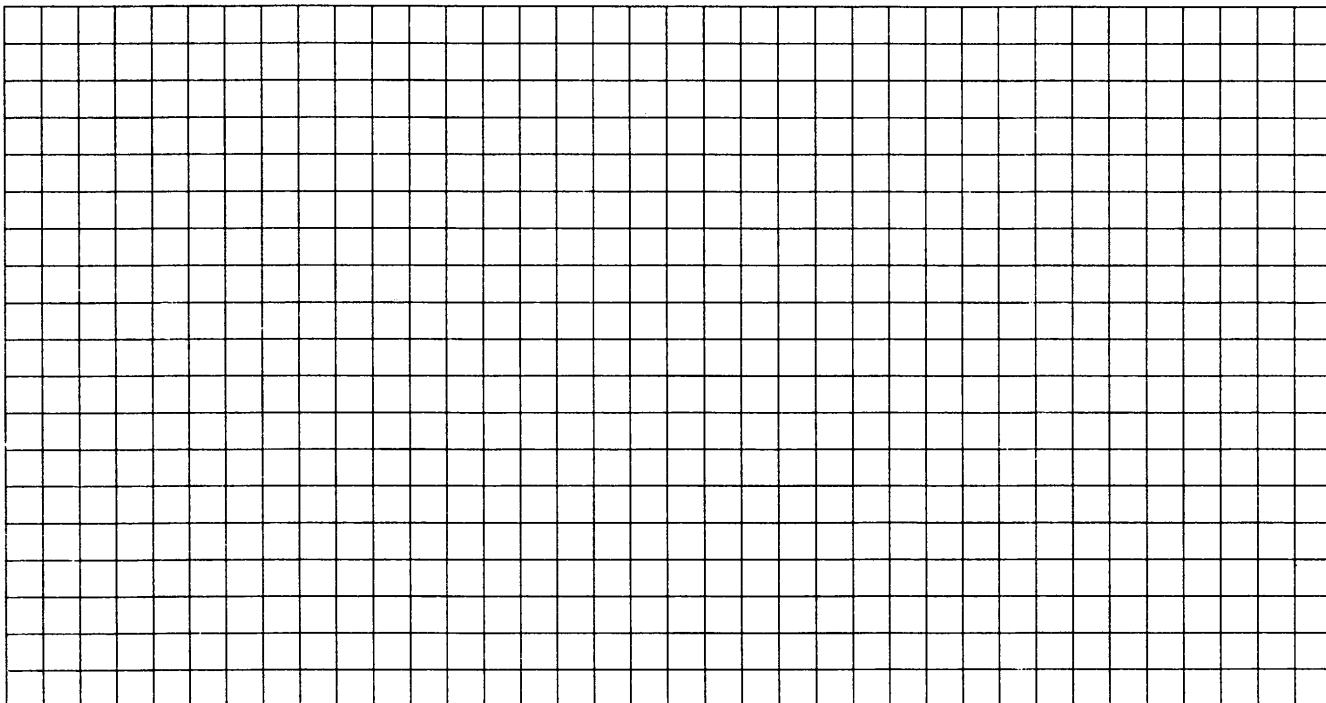
6. Решите уравнение $\frac{\operatorname{ctg}^3 x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{\cos x}} = 0$.



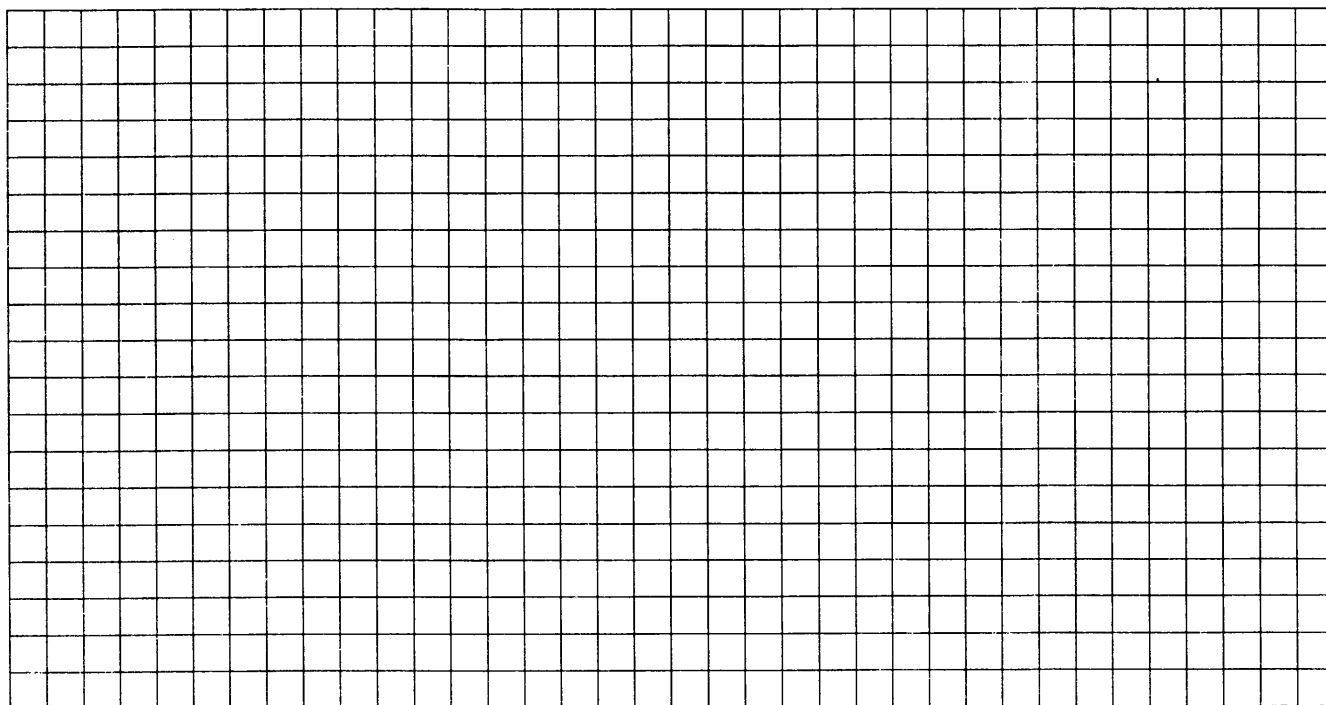
7. Решите уравнение $\frac{7}{\sin^2 x} - \frac{10}{\sin x} + 3 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.



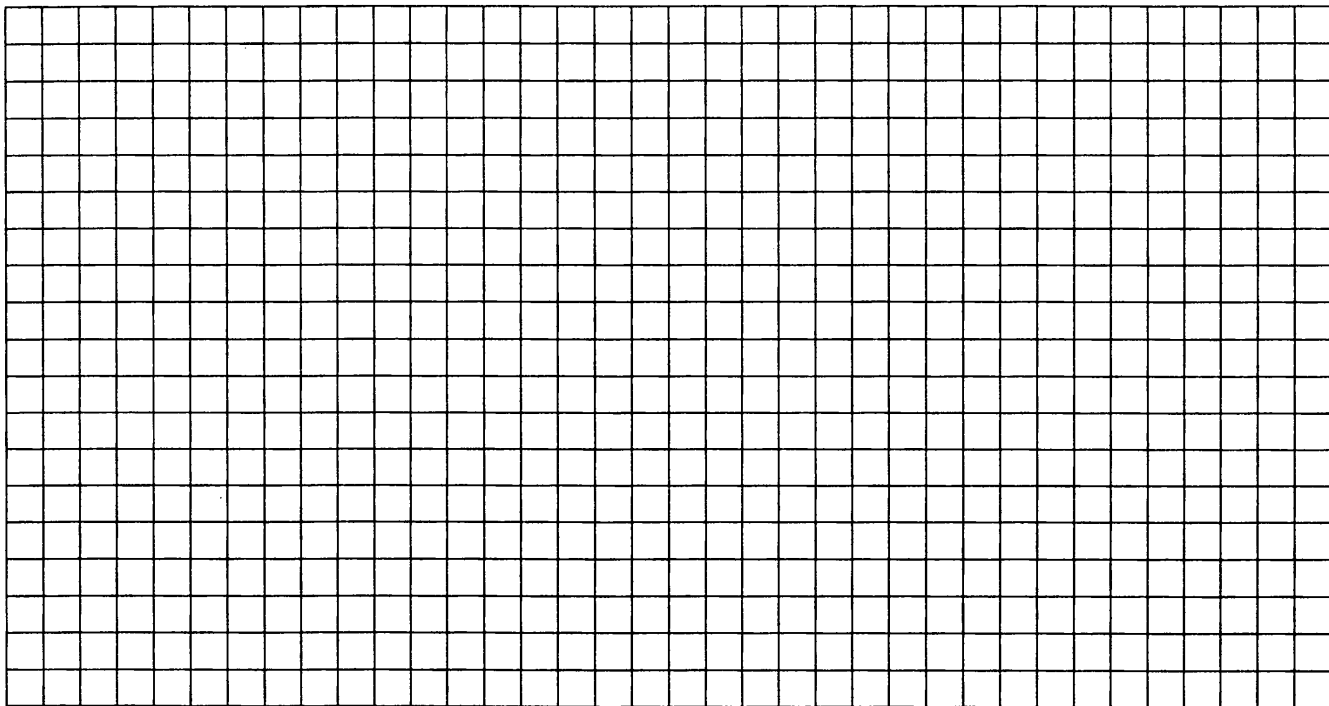
8. Решите уравнение $\frac{6 \cos^2 x + 5 \cos x + 1}{\sqrt{\sin x}} = 0$.



9. Решите уравнение $\frac{6 \sin^3 x - \sin^2 x - \sin x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$.



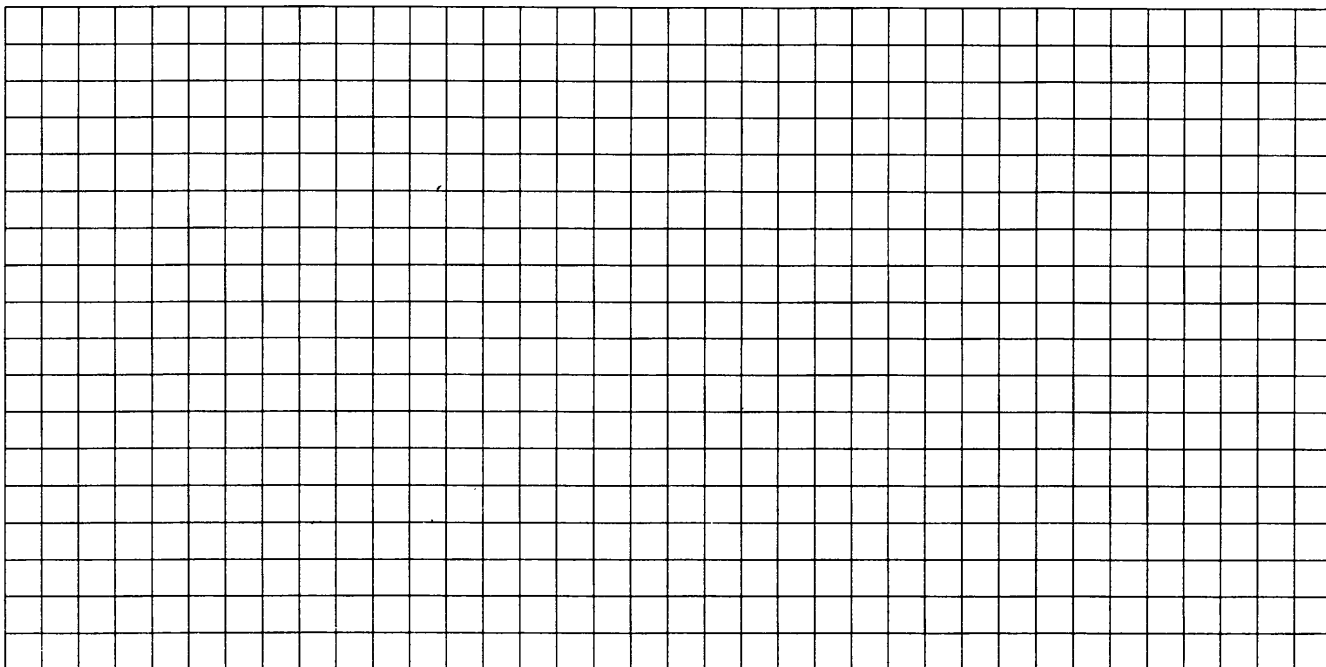
10. Решите уравнение $3\cos 2x + 5\sin x + 1 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.



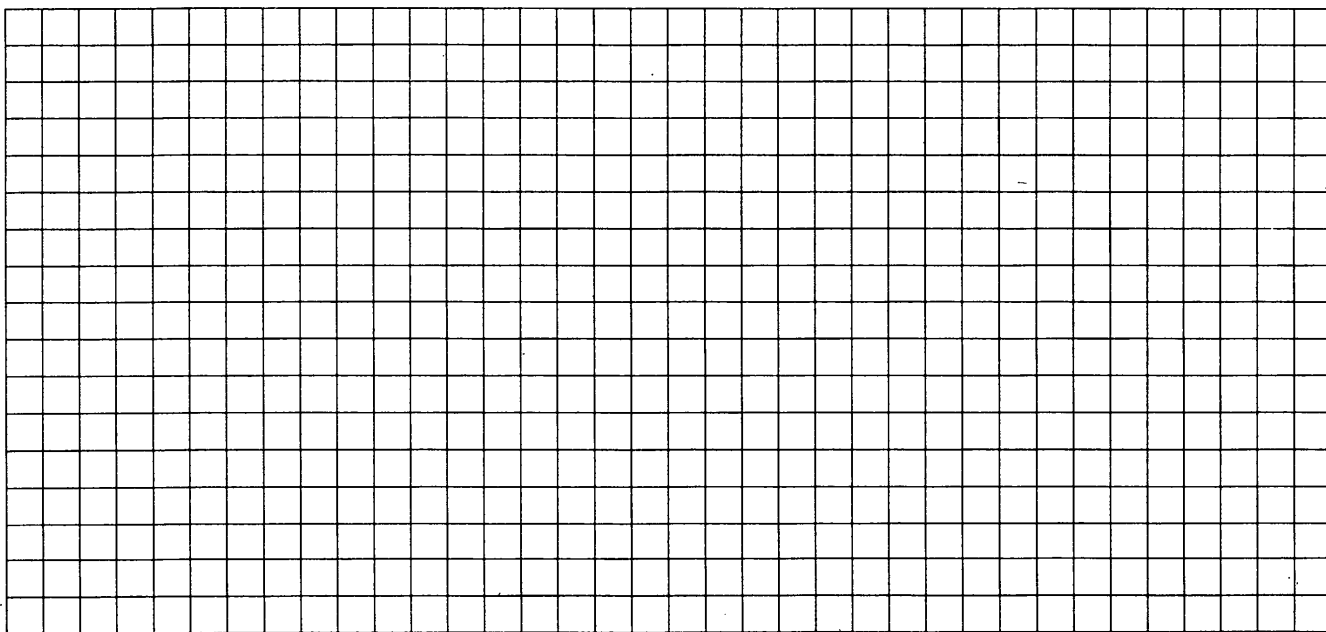
ЗАДАЧА С2

Подготовительные задания

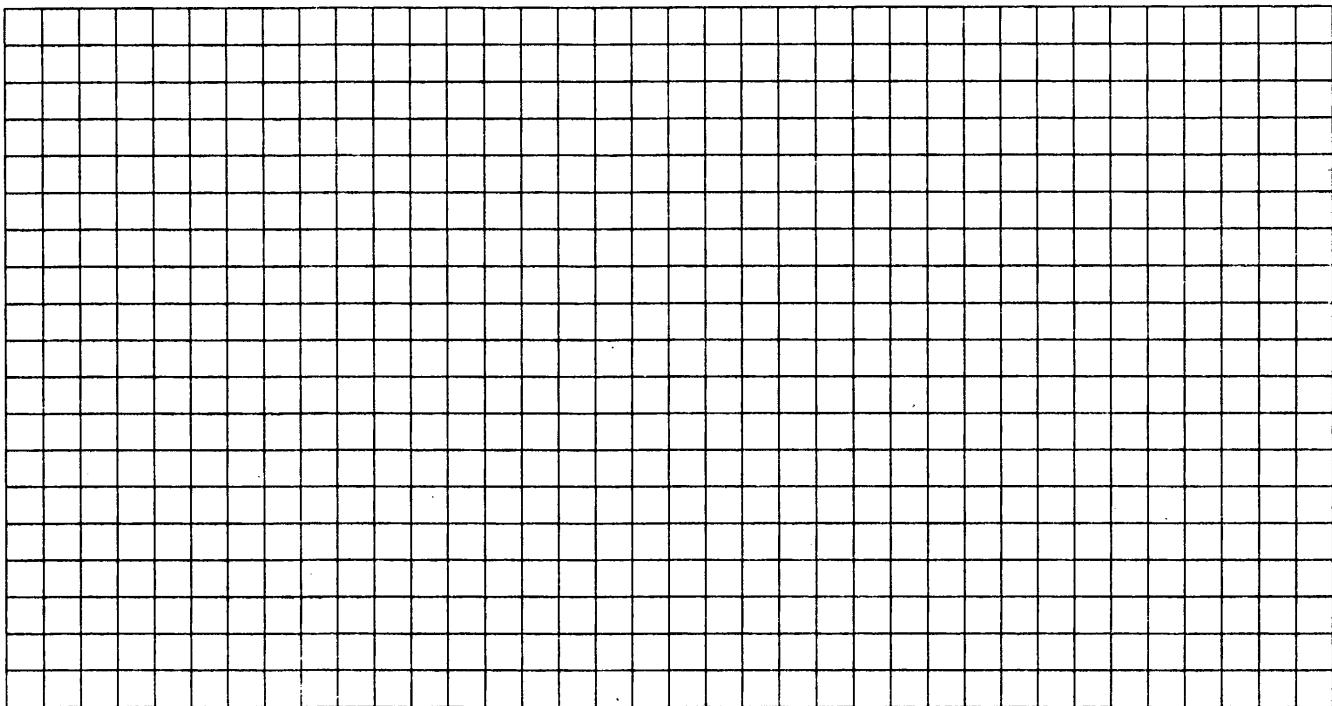
1. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный прямоугольный треугольник ABC . Известно, что $AB = BC = B_1B = 12$ см. Найдите расстояние от точки B до плоскости, проходящей через точку C и середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 .



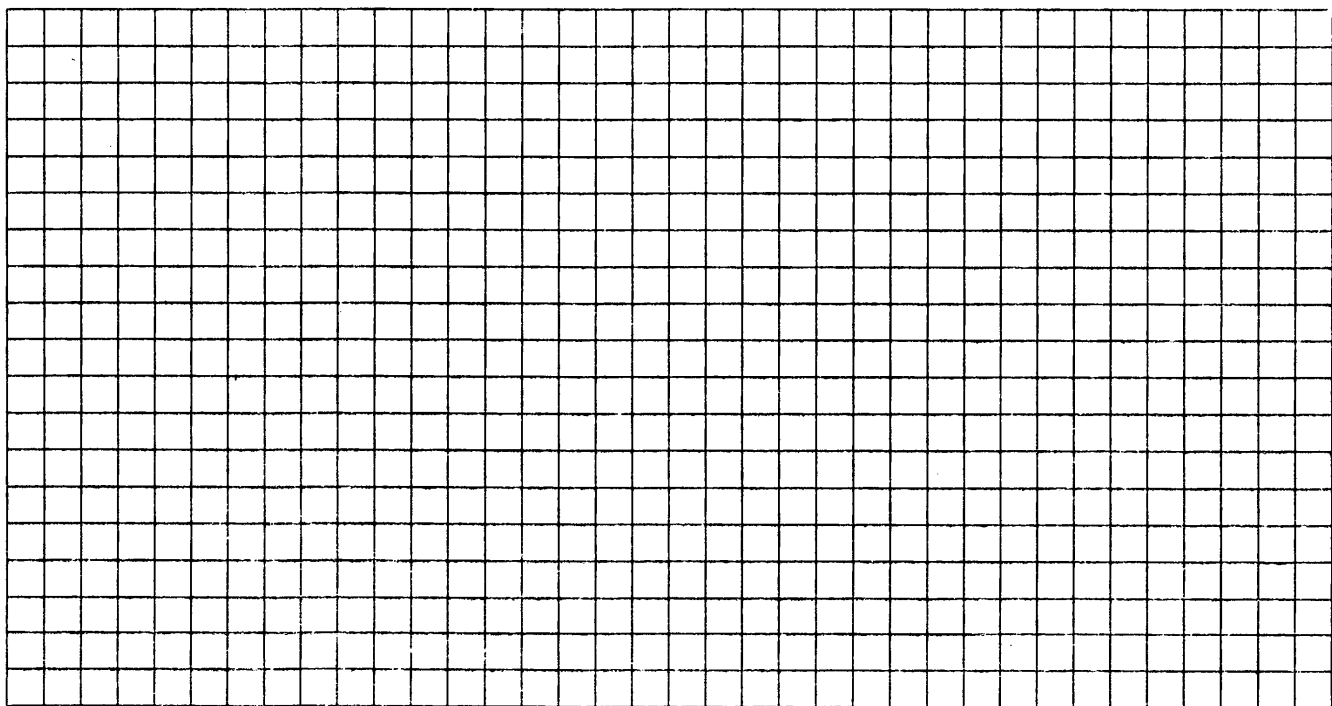
2. Ребро куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$ равно 3. Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости, проходящей через точку B и середины ребер D_1C_1 и B_1C_1 .



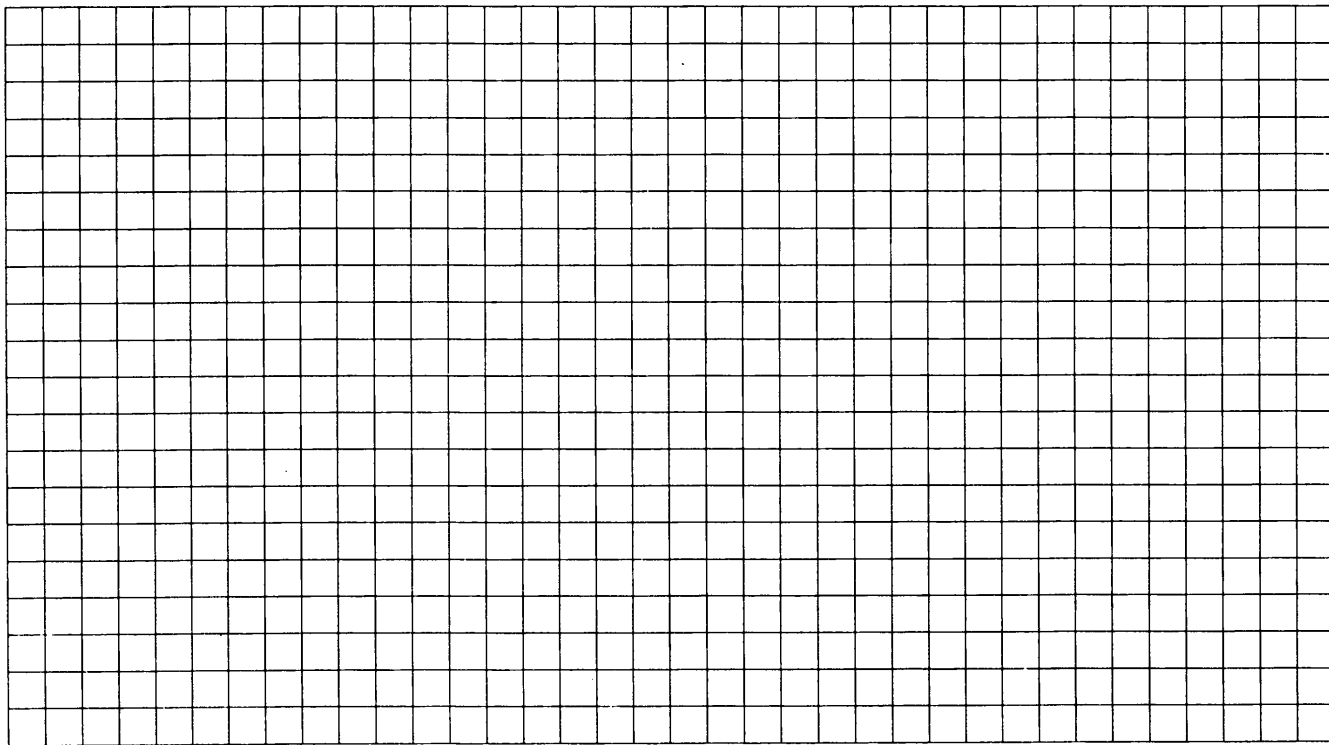
3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2. Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку D_1 и середины ребер AB и AD .



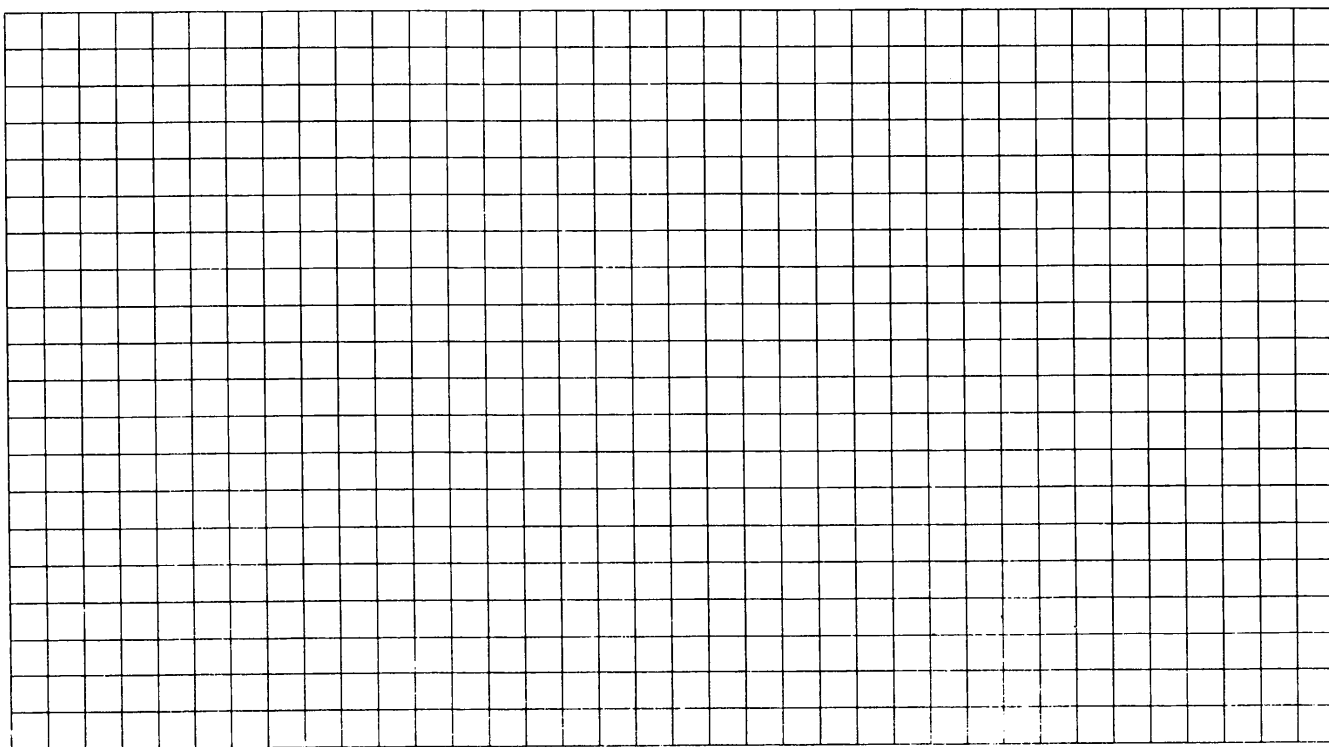
4. Основанием тетраэдра $ABCD$ является равносторонний треугольник ABC со стороной, равной 4 см. Найдите расстояние между прямыми AD и BC , если $BD = CD = 2\sqrt{2}$ см, $AD = 2\sqrt{3}$ см.



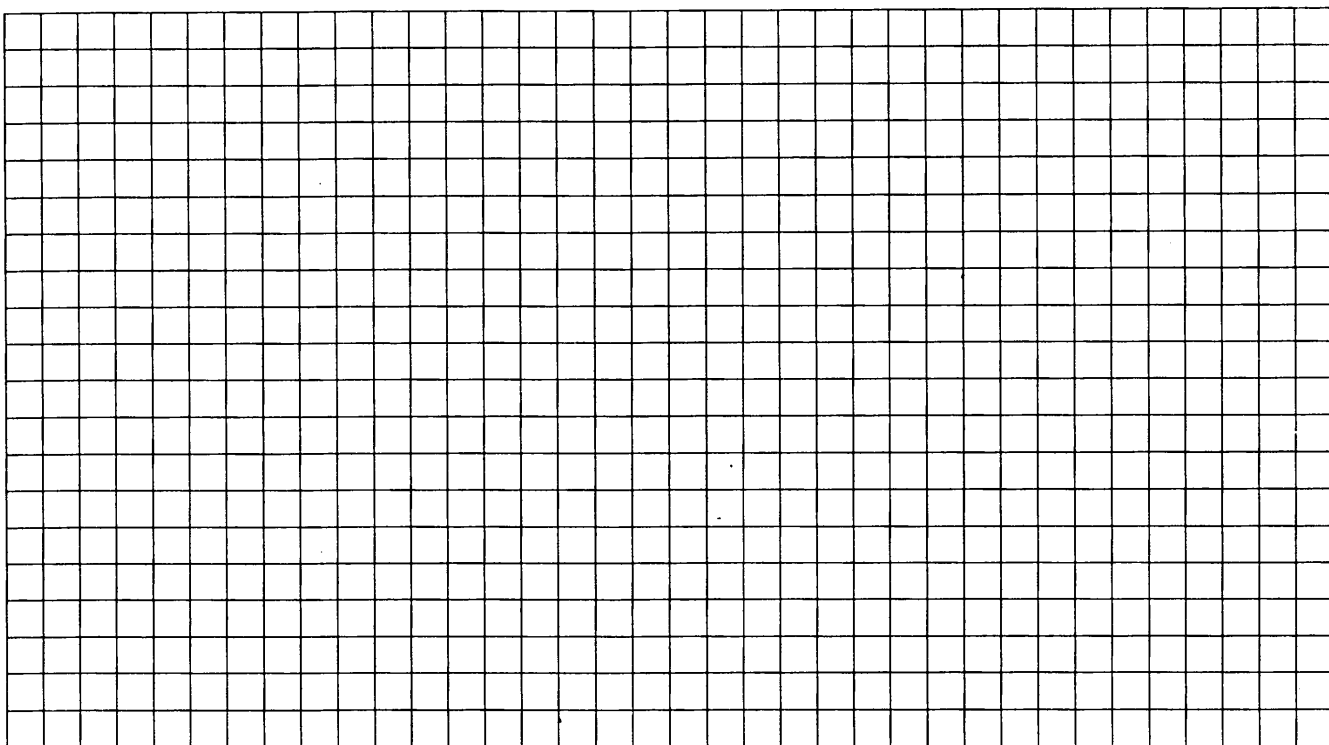
5. Основанием пирамиды $ABCD$ является прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды, если известно, что ребро DA перпендикулярно плоскости основания и $BD = 14$ см.



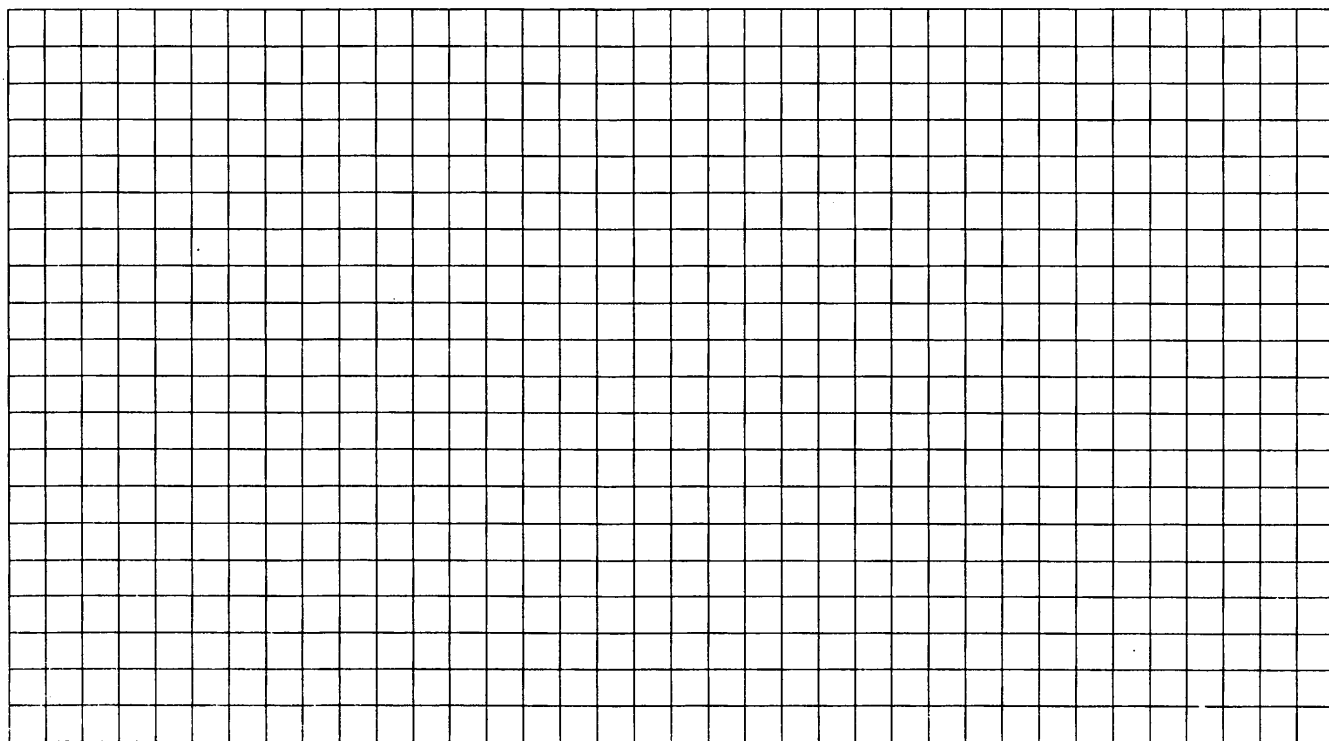
6. Прямые, содержащие ребра DA и BC треугольной пирамиды $DABC$, взаимно перпендикулярны, $DA = 10$, $BC = 24$. Найдите расстояние между серединами ребер BD и AC .



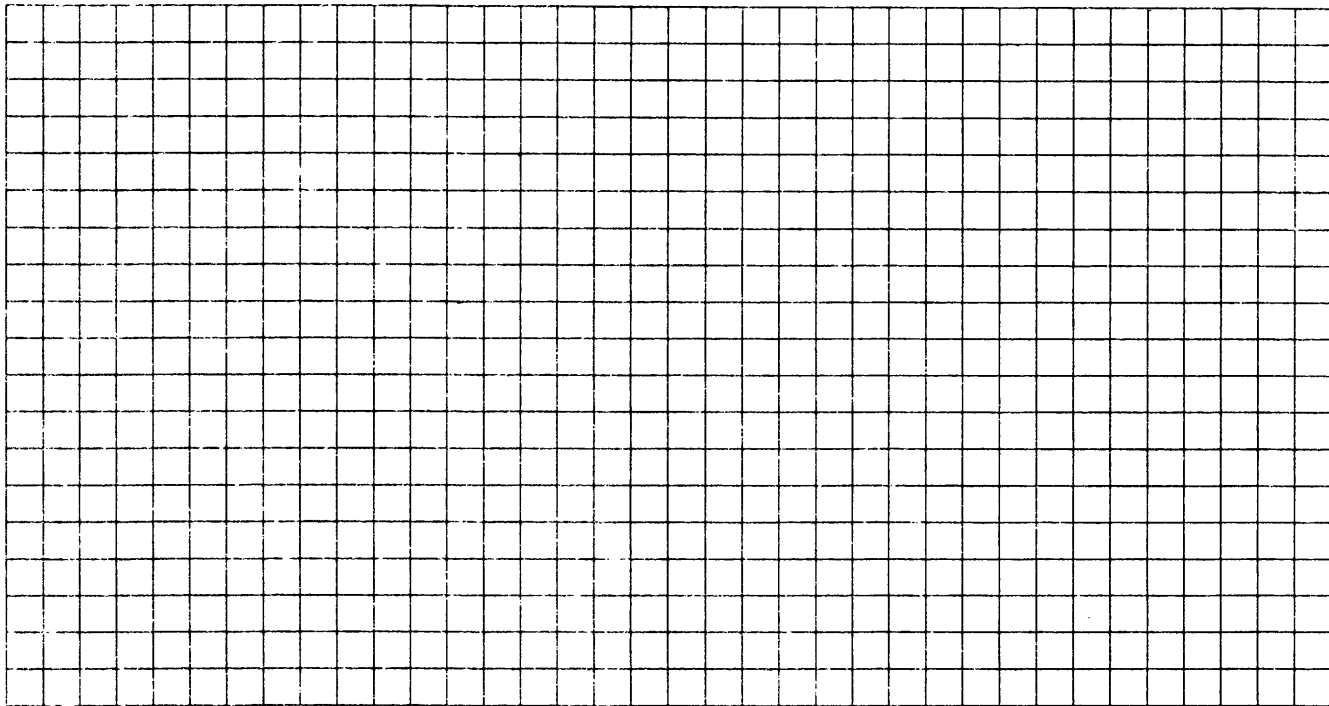
7. Прямые, содержащие ребра DA и BC треугольной пирамиды $DABC$, взаимно перпендикулярны, $DA = 16$, $BC = 12$. Найдите расстояние между серединами ребер CD и AB .



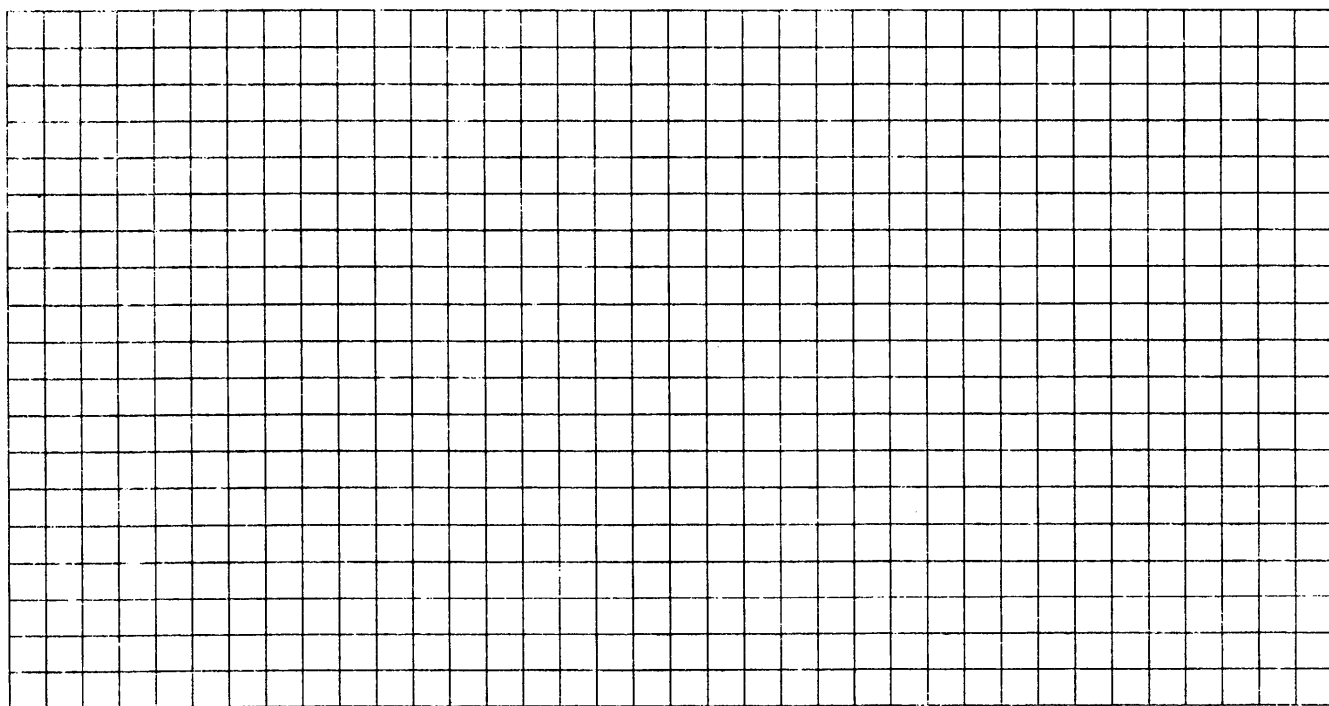
8. Прямые, содержащие ребра DA и BC треугольной пирамиды $DABC$, взаимно перпендикулярны, расстояние между серединами ребер BD и AC равно 10, $DA = 12$. Найдите длину ребра BC .



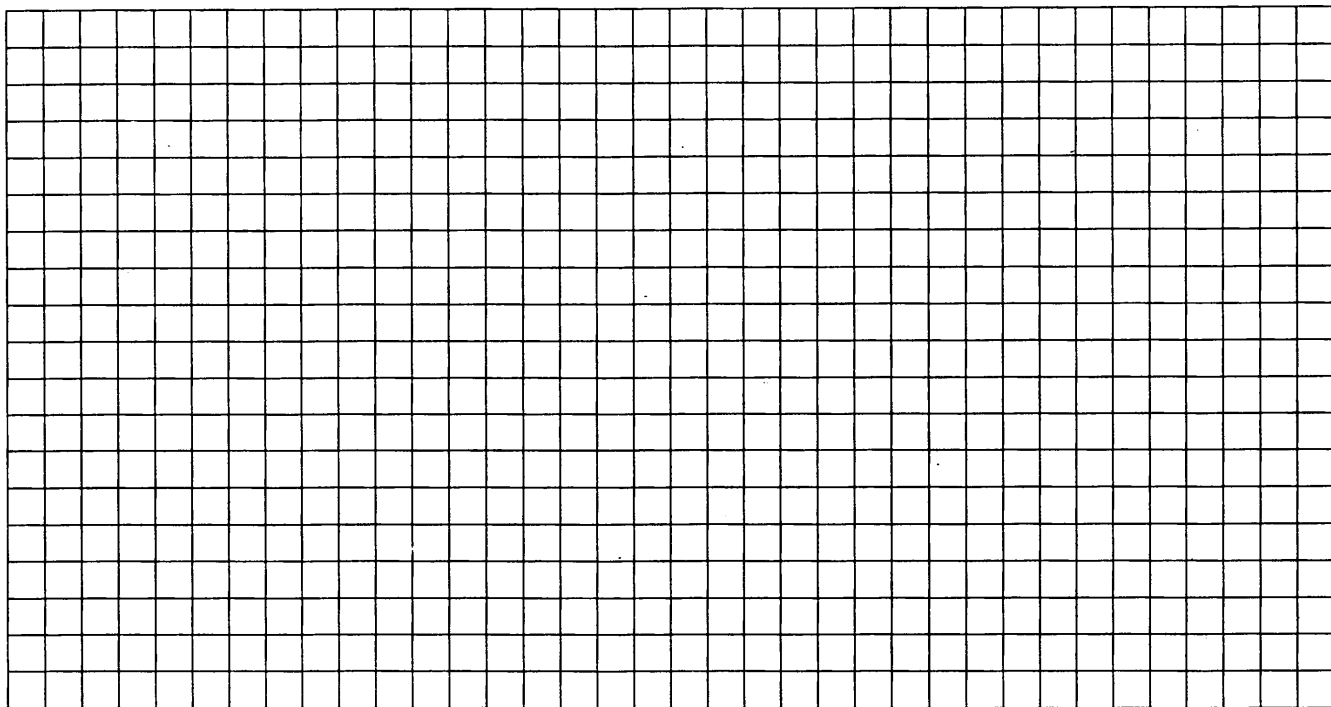
9. Прямые, содержащие ребра DA и BC треугольной пирамиды $DABC$, взаимно перпендикулярны, расстояние между серединами ребер CD и AB равно 13, $BC = 10$. Найдите длину ребра DA .



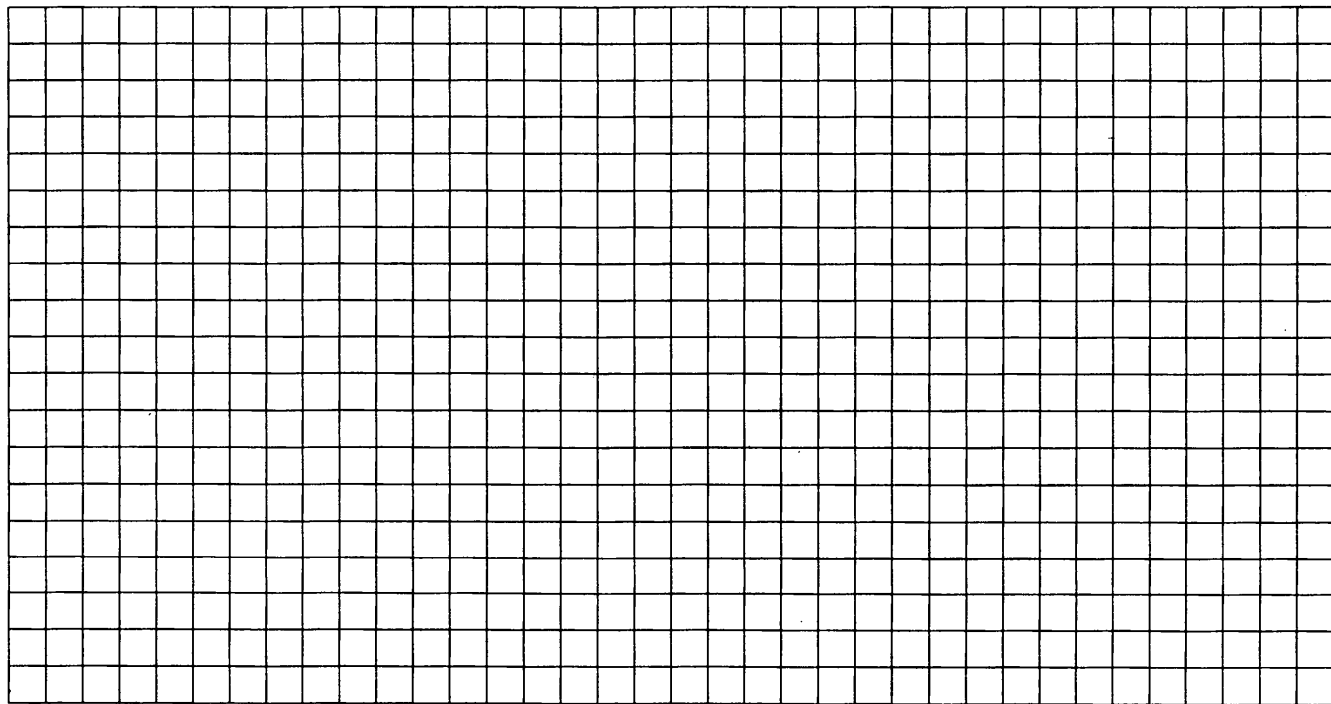
10. Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ — треугольник ABC , в котором $AB = AC = 8$, а один из углов равен 60° . На ребре AA_1 отмечена точка P так, что $AP : PA_1 = 1 : 2$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CBP , если расстояние между прямыми AB и B_1C_1 равно $18\sqrt{3}$.



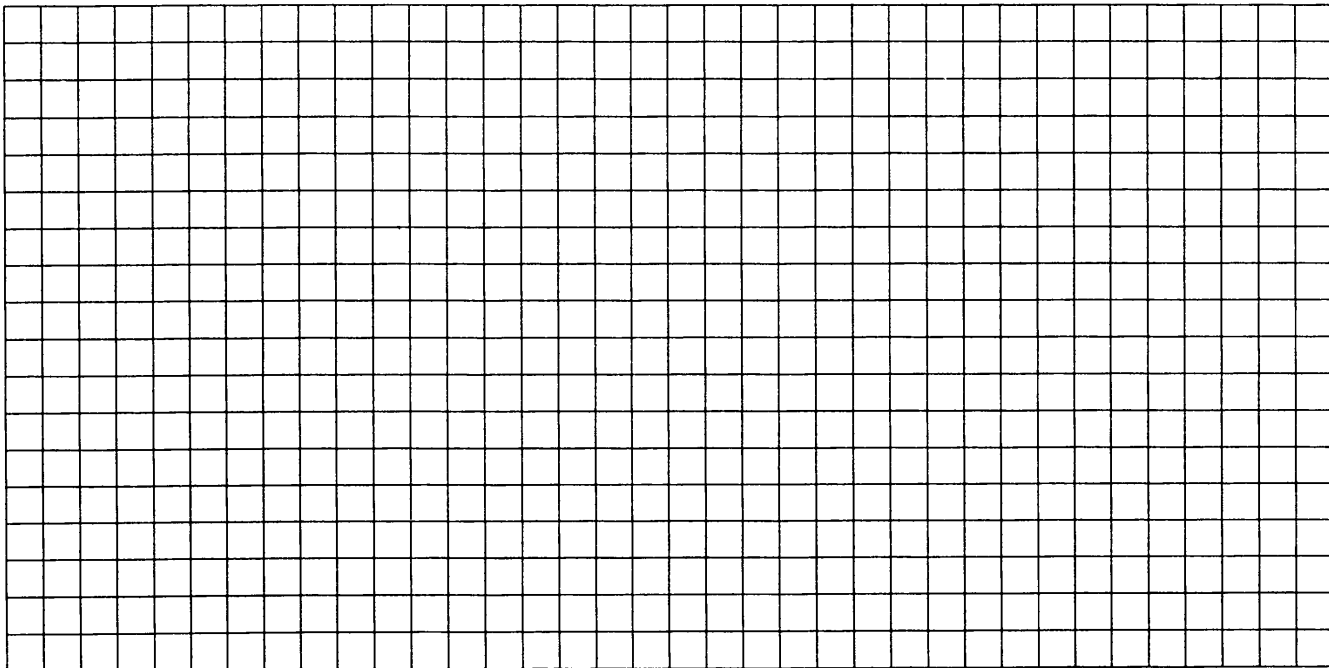
- 11.** Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ — треугольник ABC , в котором $AC = BC = 6$, а один из углов равен 60° . На ребре CC_1 отмечена точка P так, что $CP : PC_1 = 2 : 1$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и ABP , если расстояние между прямыми AC и A_1B_1 равно $18\sqrt{3}$.



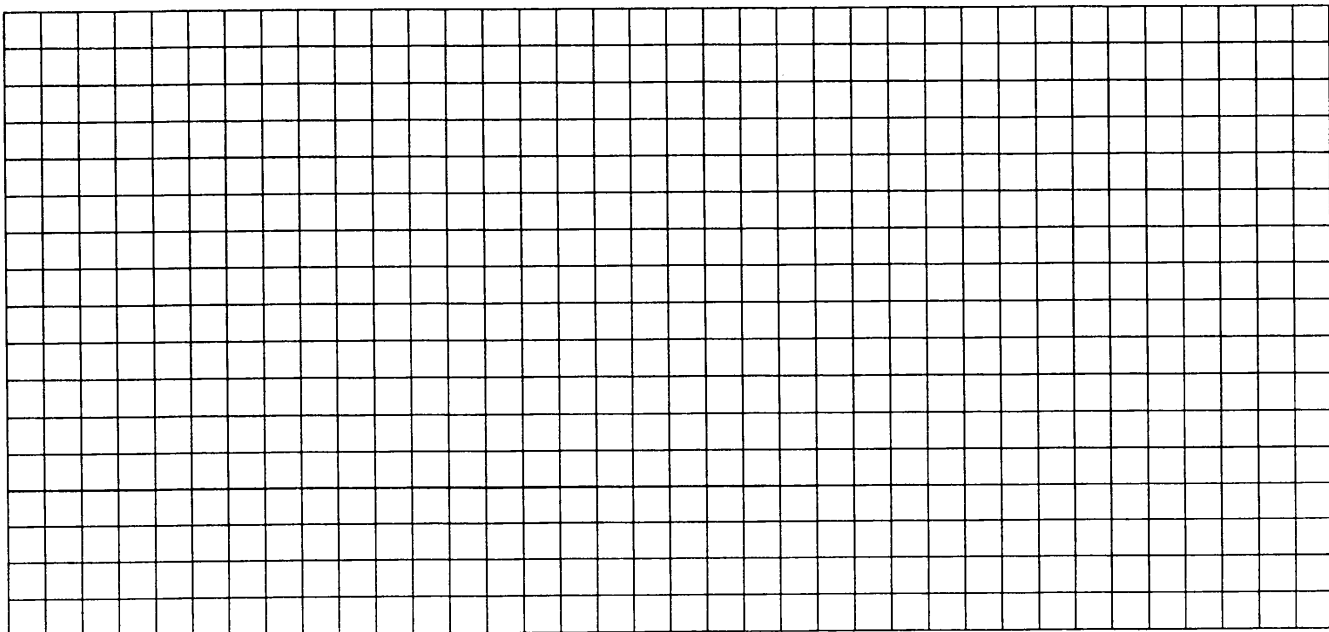
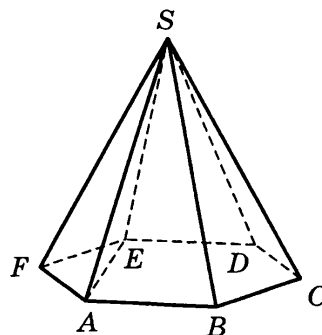
- 12.** Точка K удалена от каждой из вершин квадрата $ABCD$, сторона которого равна $6\sqrt{2}$, на расстояние, равное 10. Найдите расстояние от точки K до плоскости квадрата.



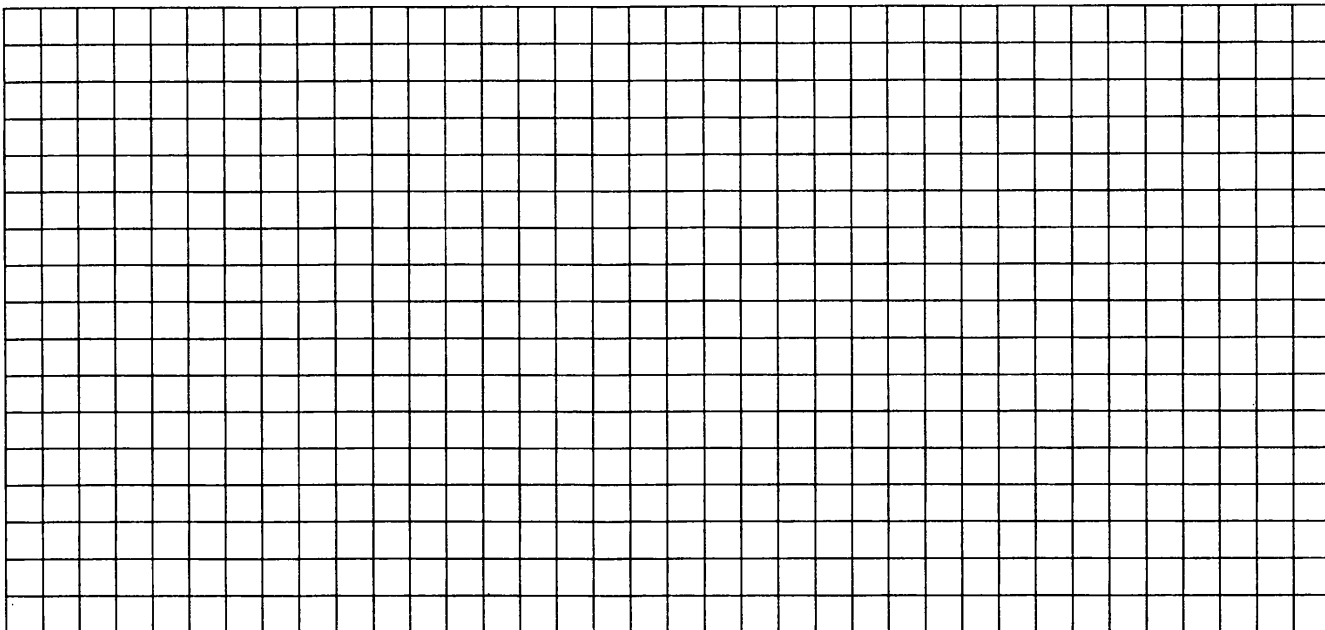
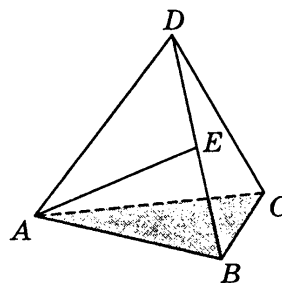
13. Точка K удалена от каждой из вершин квадрата $ABCD$ на расстояние, равное 10. Найдите расстояние от точки A до плоскости BKD , если расстояние от точки K до плоскости квадрата равно 8.



14. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2. Найдите косинус угла между прямыми SB и AE .

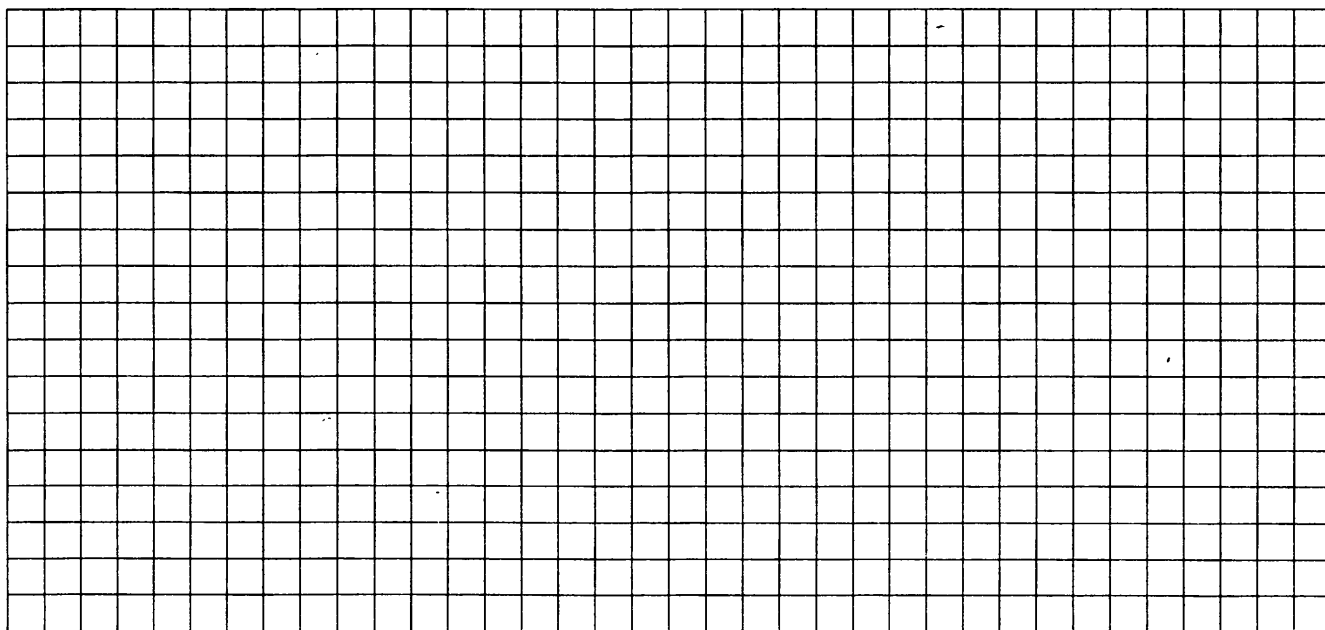


15. В правильном тетраэдре $ABCD$ точка E — середина ребра BD .
Найдите синус угла между прямой AE и плоскостью ABC .

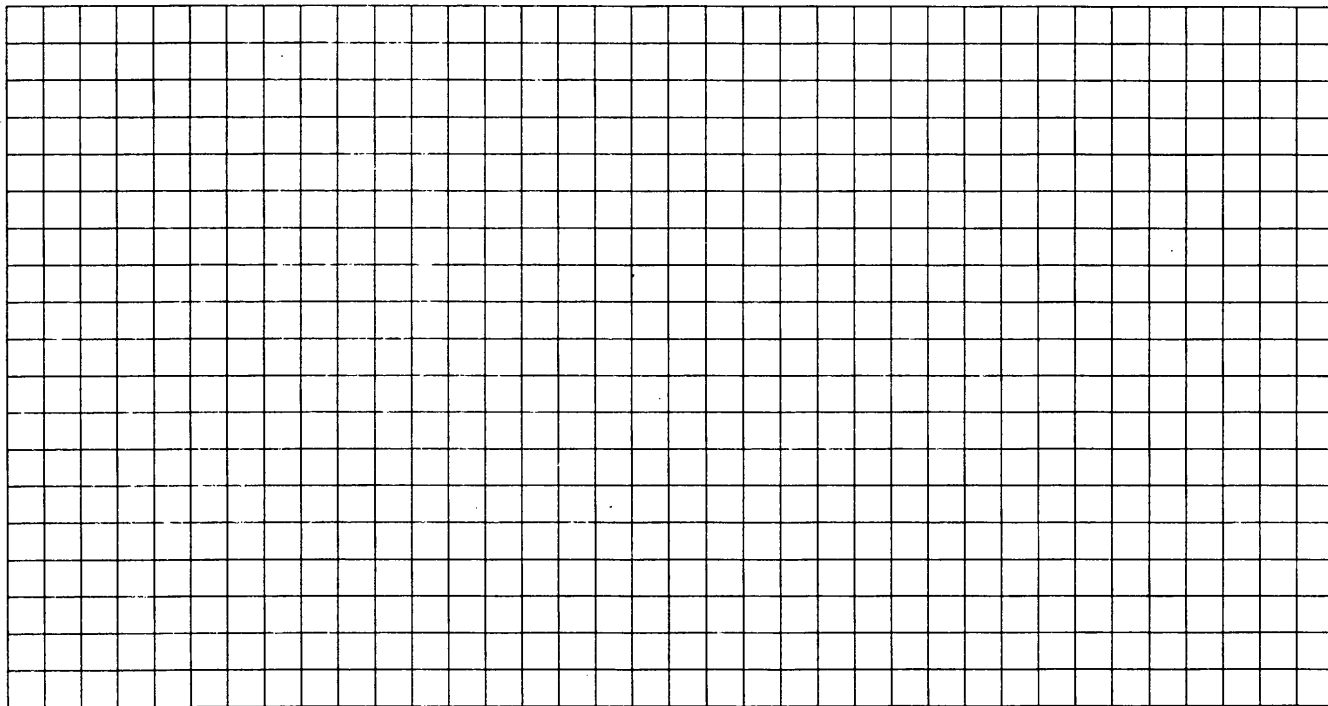


Зачетные задания

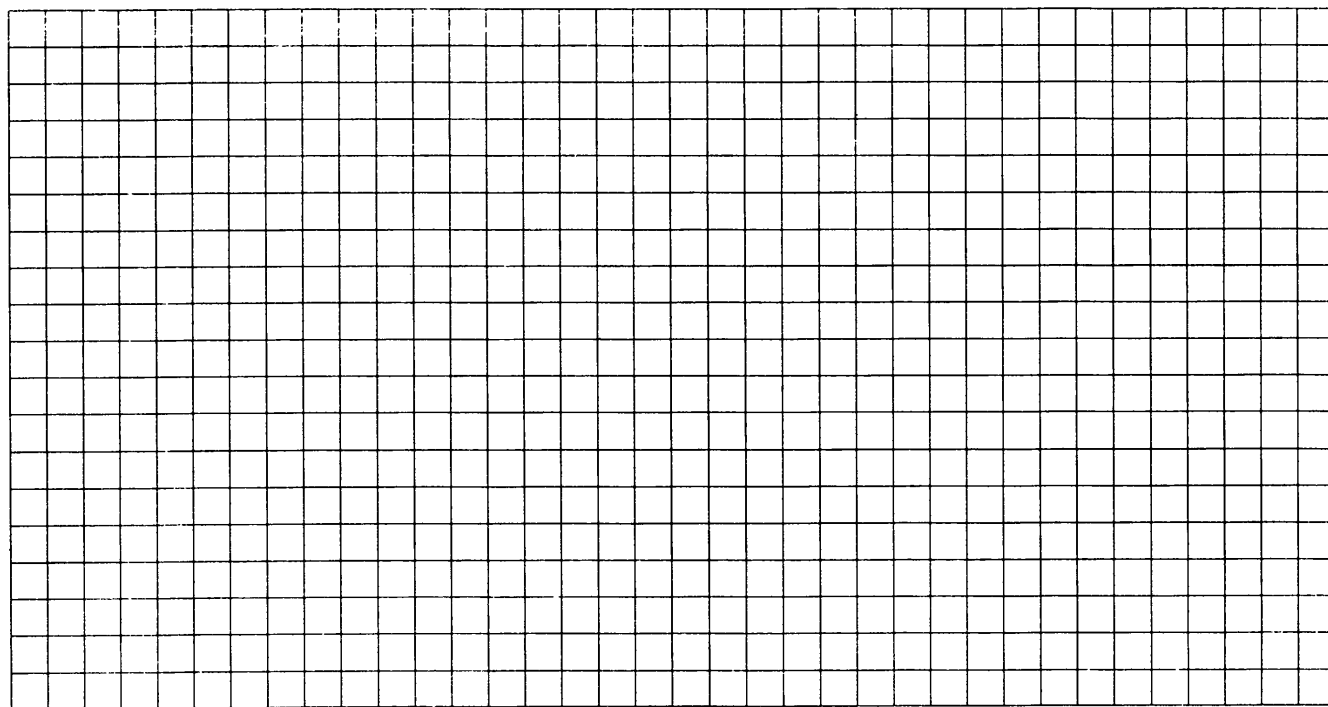
1. Высота правильной треугольной пирамиды равна 20, а медиана ее основания равна 6.
Найдите тангенс угла, который боковое ребро образует с плоскостью основания.



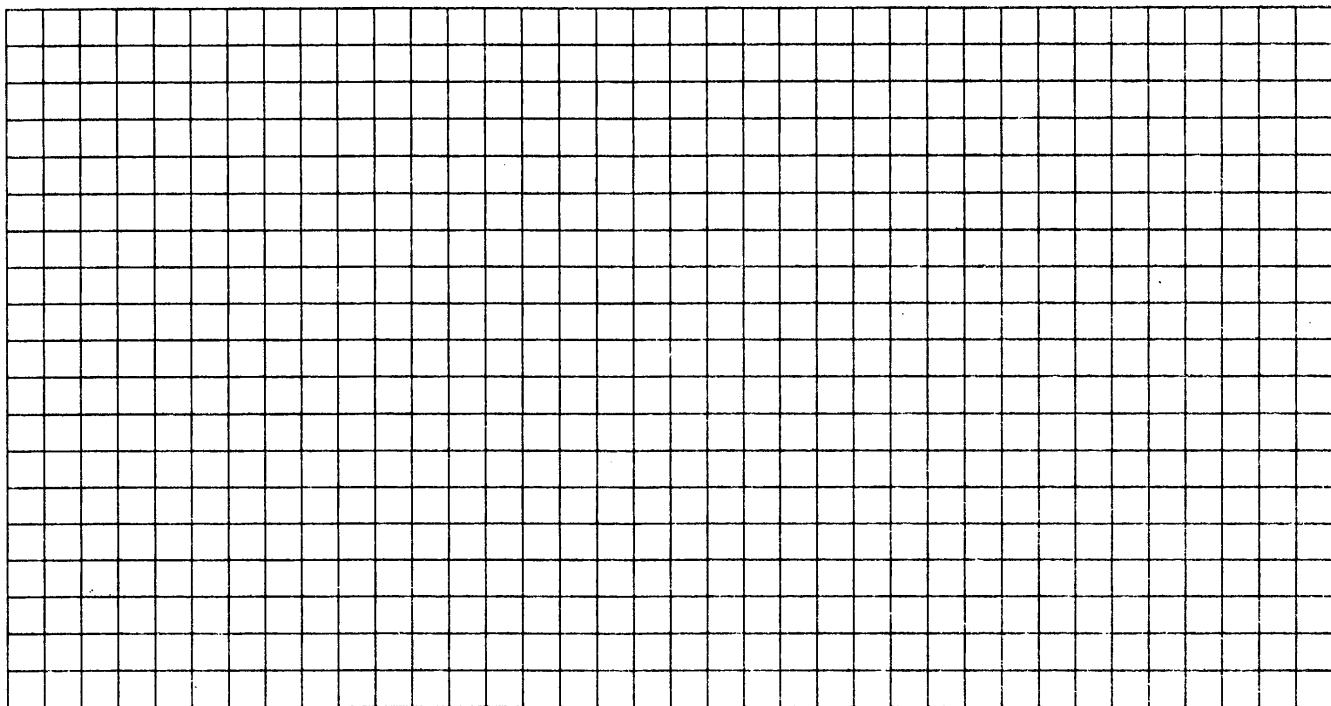
2. Основание пирамиды $DABC$ — равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 13$, $AC = 24$. Ребро DB перпендикулярно плоскости основания и равно 20. Найдите тангенс двугранного угла при ребре AC .



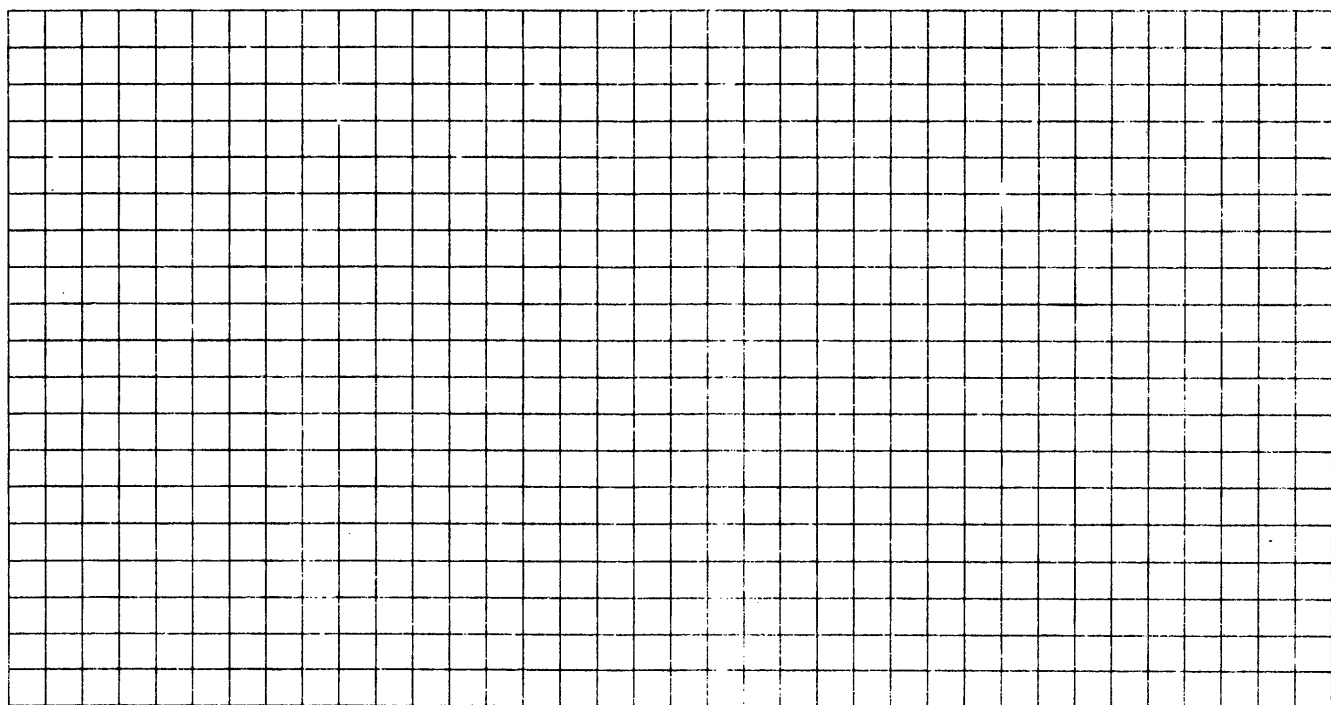
3. Высота правильной треугольной пирамиды равна 16, а высота ее основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания.



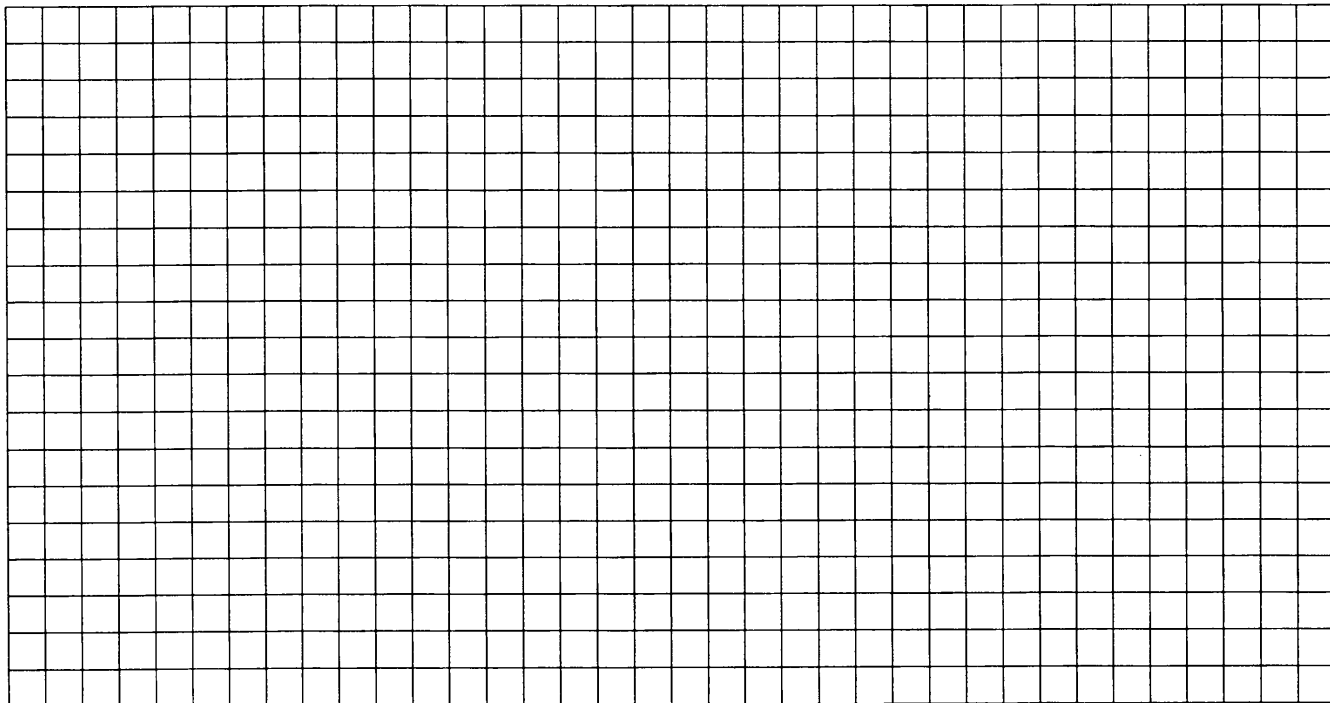
4. Высота правильной треугольной пирамиды равна 24, а медиана ее основания равна 12. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания.



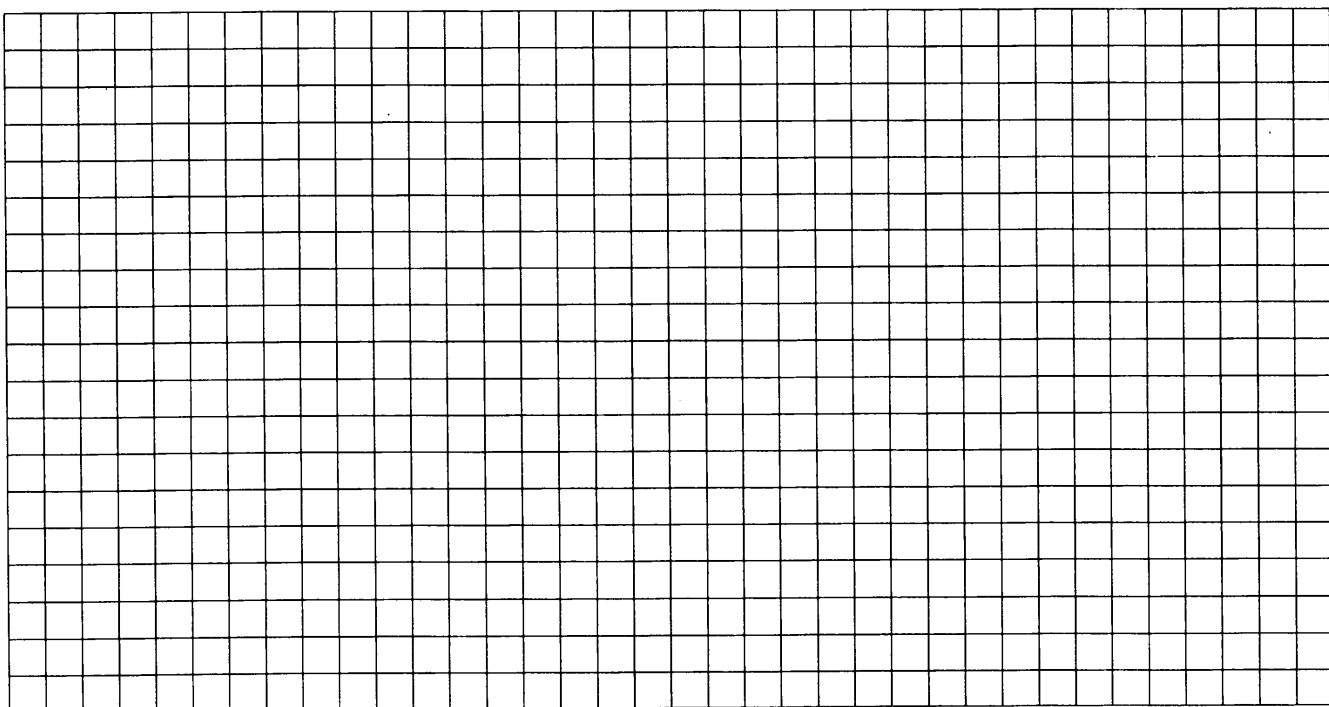
5. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 12. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причем $PB_1 = 3PB$. Найдите тангенс угла между плоскостями ACP и ACC_1 .



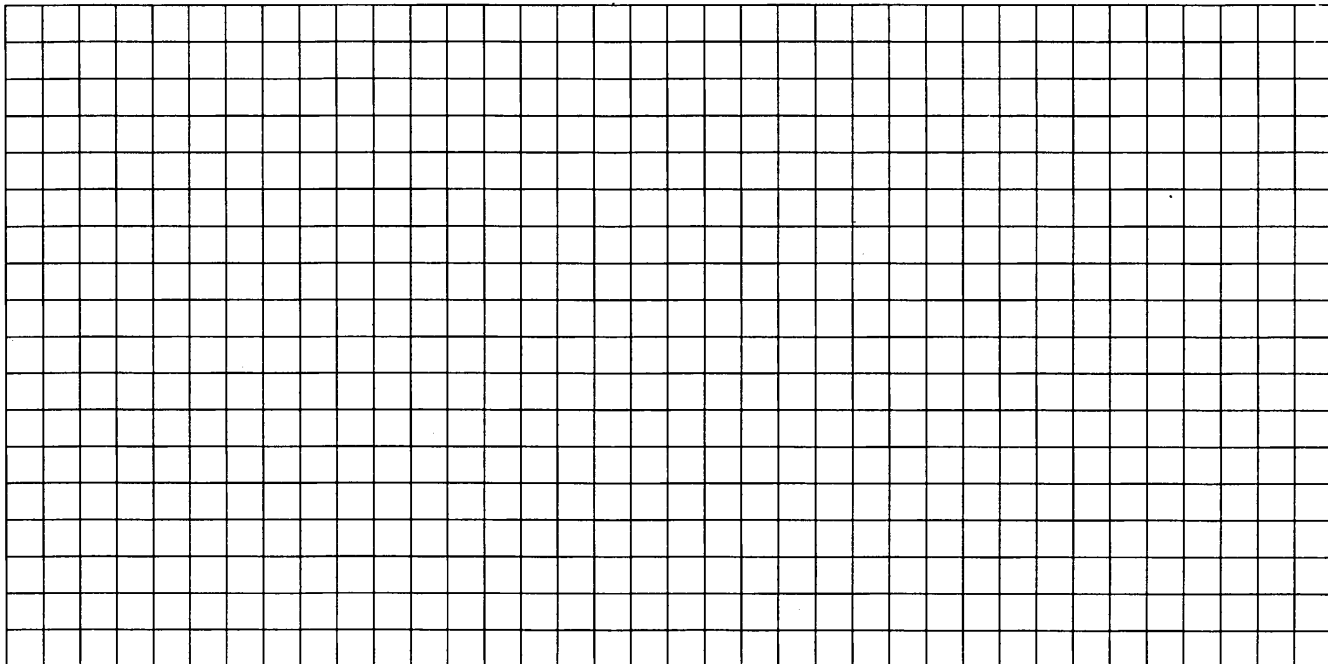
6. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость, пересекающая ось цилиндра, пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



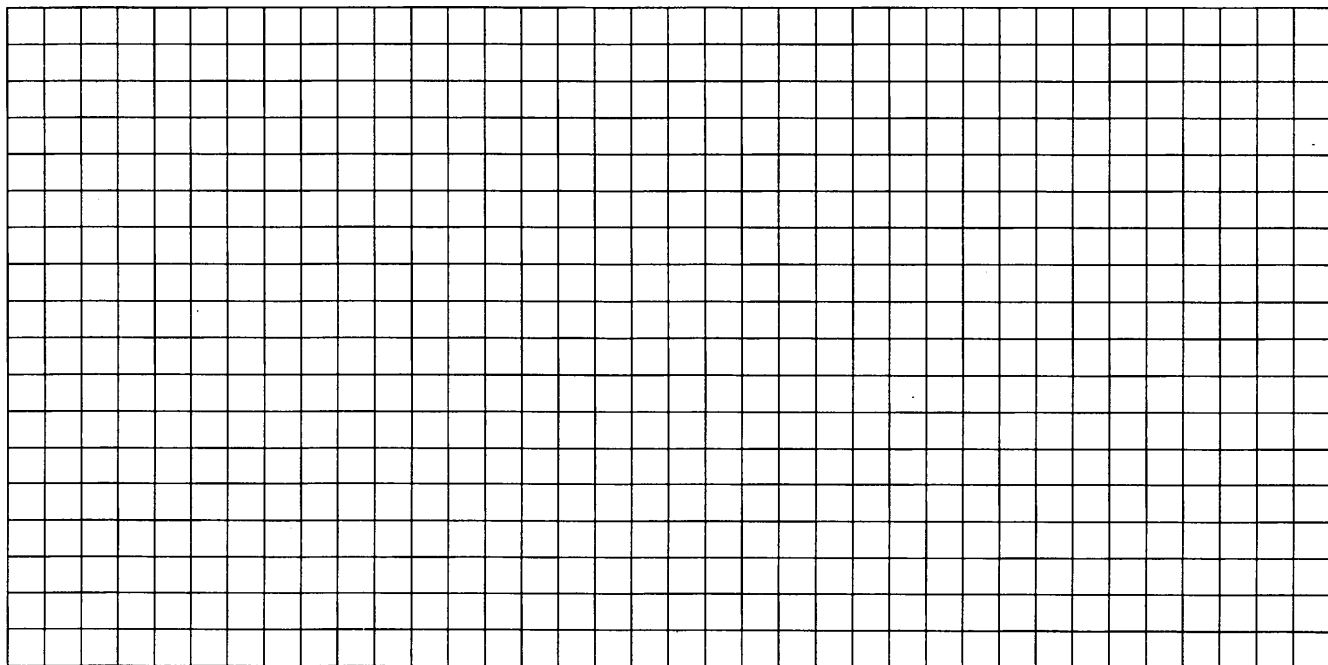
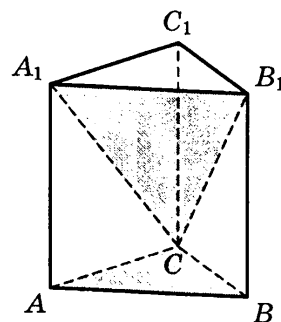
7. Точка K удалена от каждой из вершин квадрата $ABCD$, сторона которого равна $8\sqrt{2}$, на расстояние, равное 10. Найдите расстояние от точки K до плоскости квадрата.



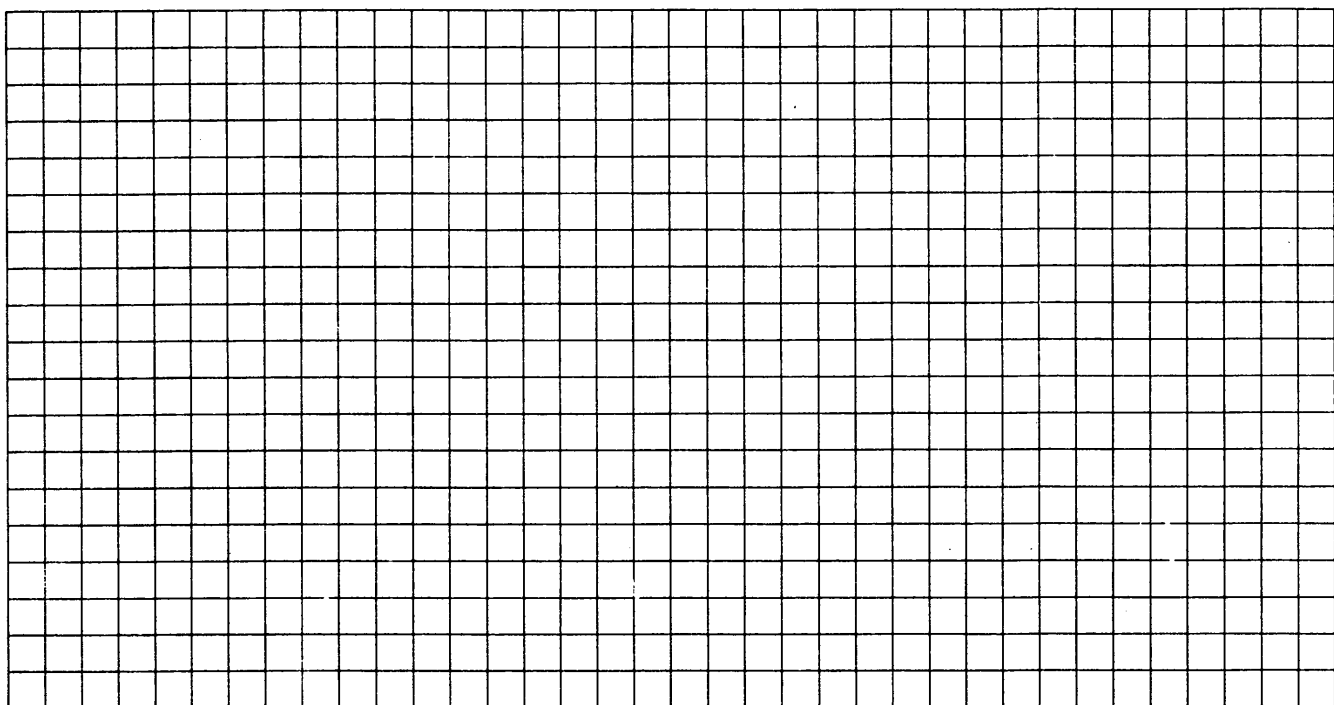
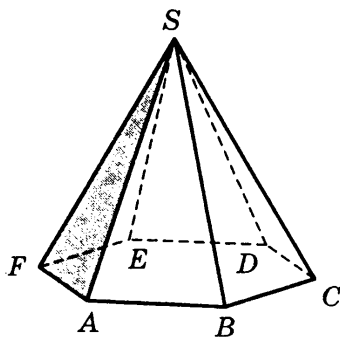
8. Точка K удалена от каждой из вершин квадрата $ABCD$ на расстояние, равное 10, а от плоскости квадрата — на расстояние, равное 8. Найдите расстояние от точки D до плоскости AKC .



9. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CA_1B_1 .



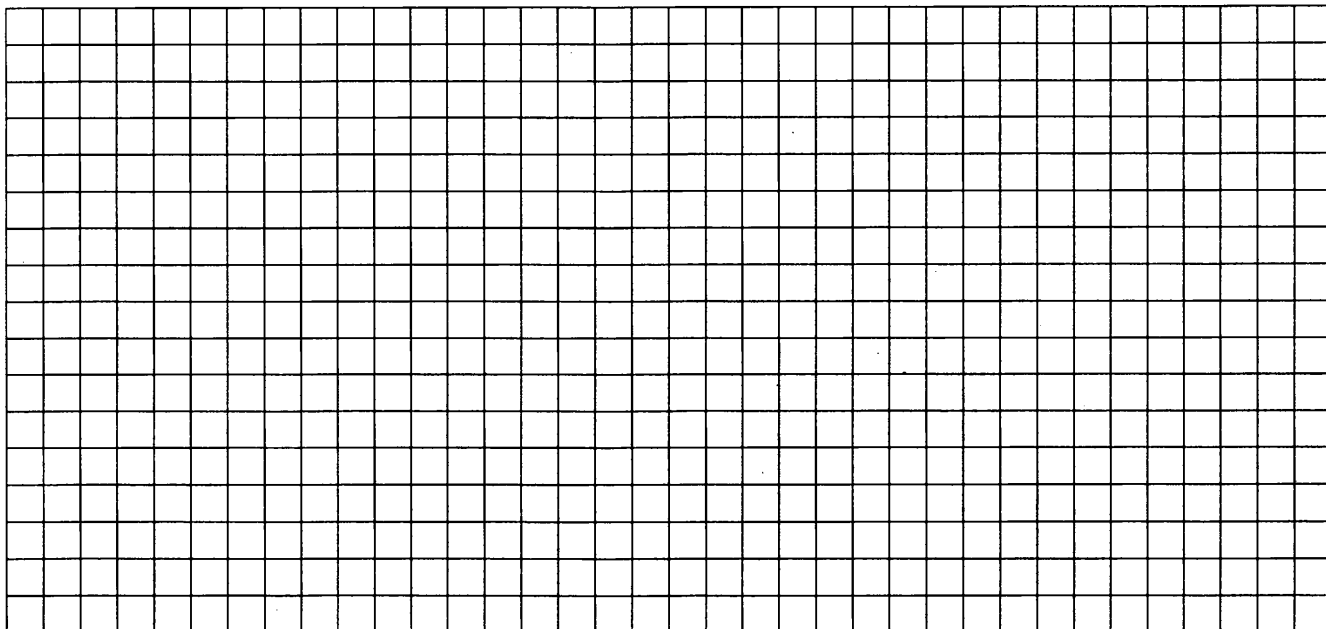
10. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2. Найдите синус угла между прямой BC и плоскостью SAF .



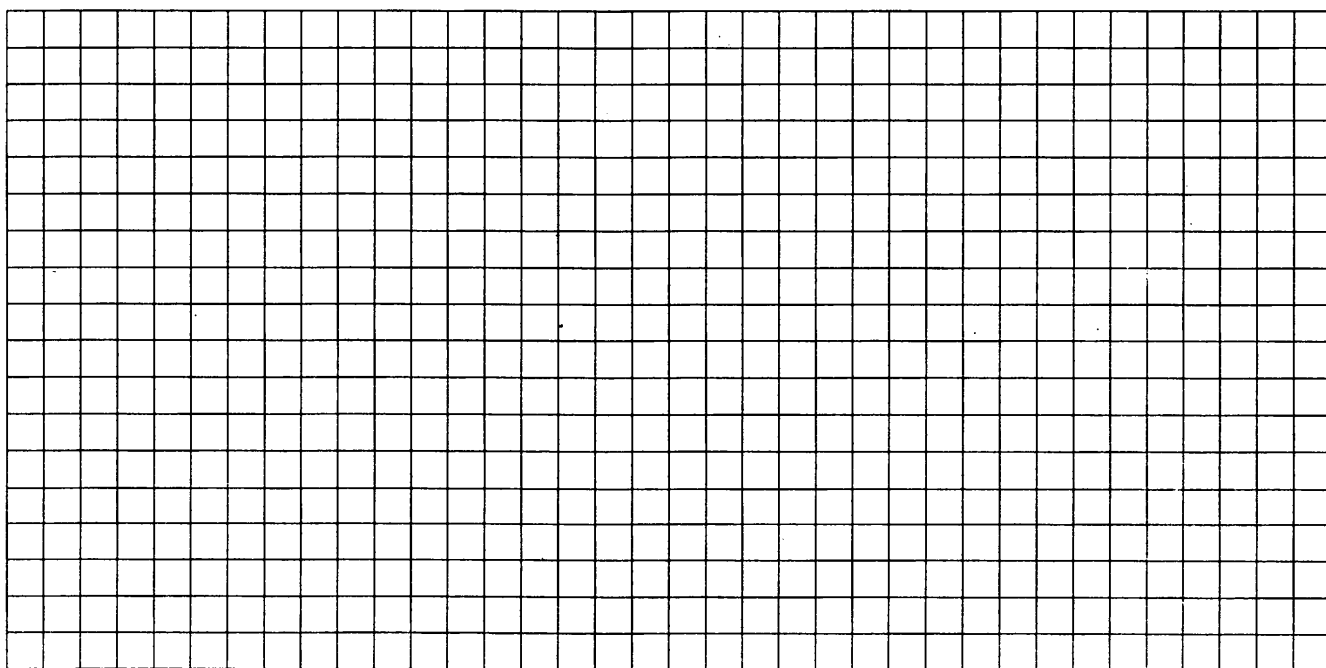
ЗАДАЧА С3

Подготовительные задания

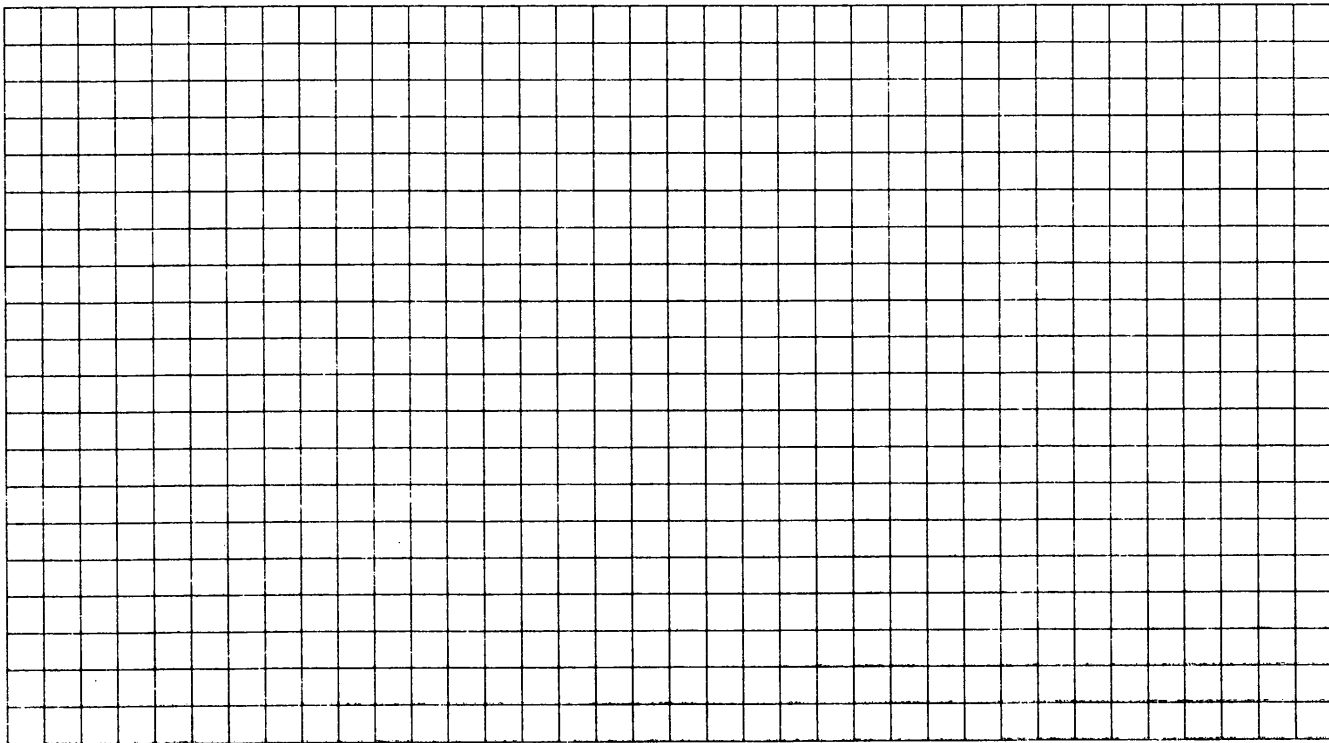
1. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 \leq 0, \\ \log_{\sqrt{7}} 7^{\frac{2}{x^2+x}} \leq 2. \end{cases}$$



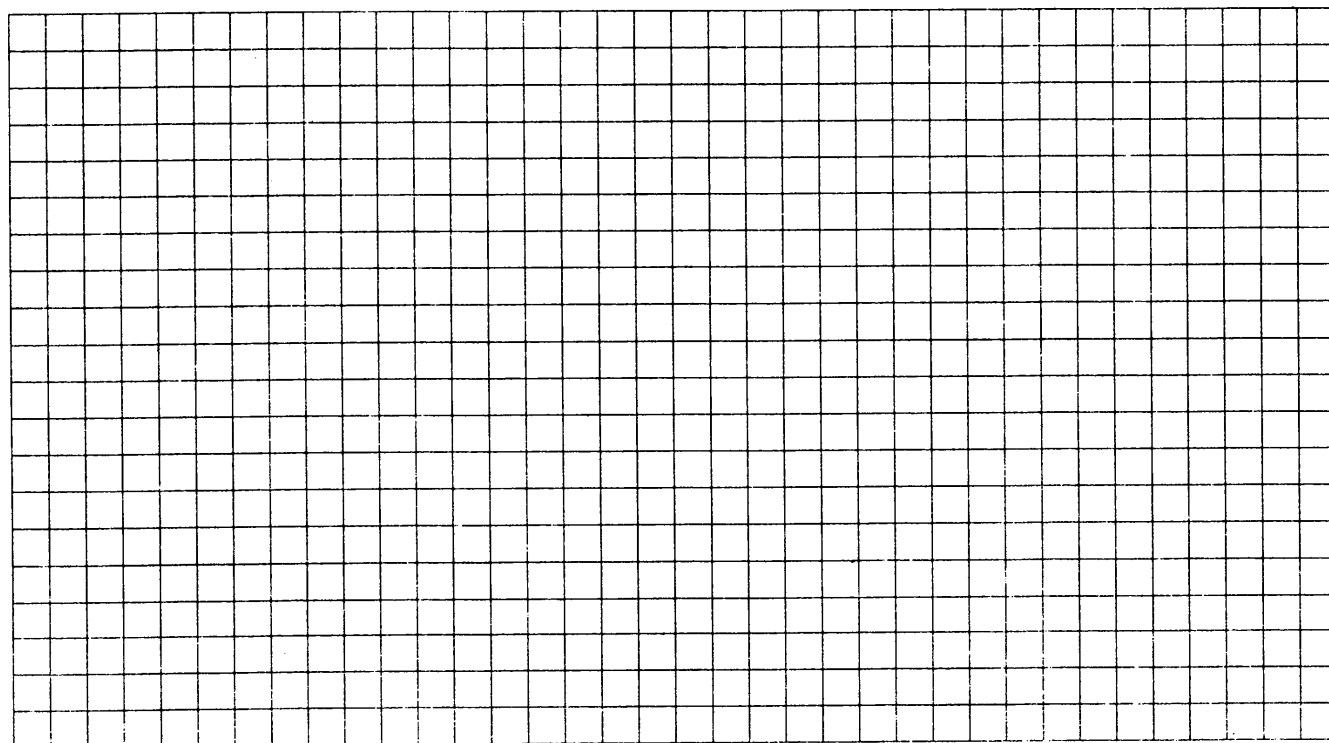
2. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 25^x - 26 \cdot 5^x + 25 \geq 0, \\ (2x^2 - 9x + 10) \log_5(x+1) \geq 0. \end{cases}$$



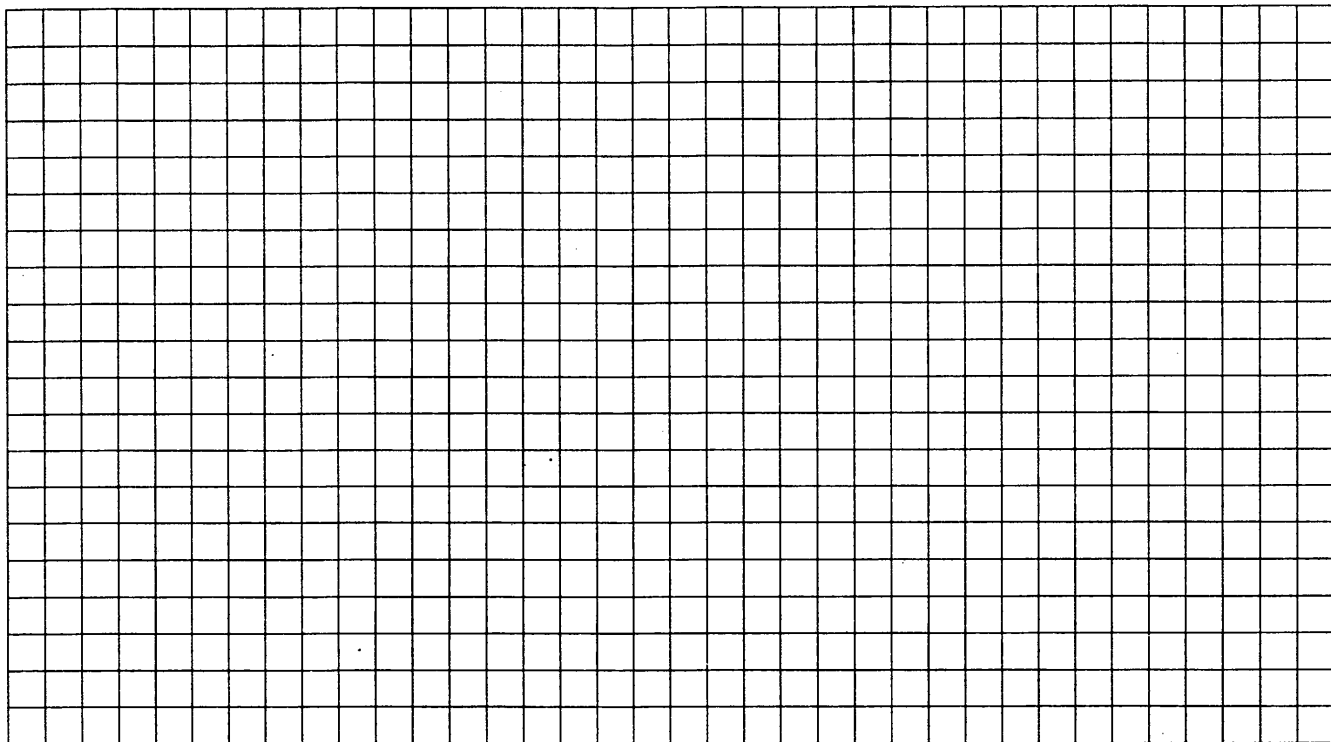
3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 25^{\frac{2x+1}{2}} - 6 \cdot 5^x + 1 \geq 0, \\ \log_{\frac{2x^2+4x-3}{x-1}} |x| \leq 0. \end{cases}$$



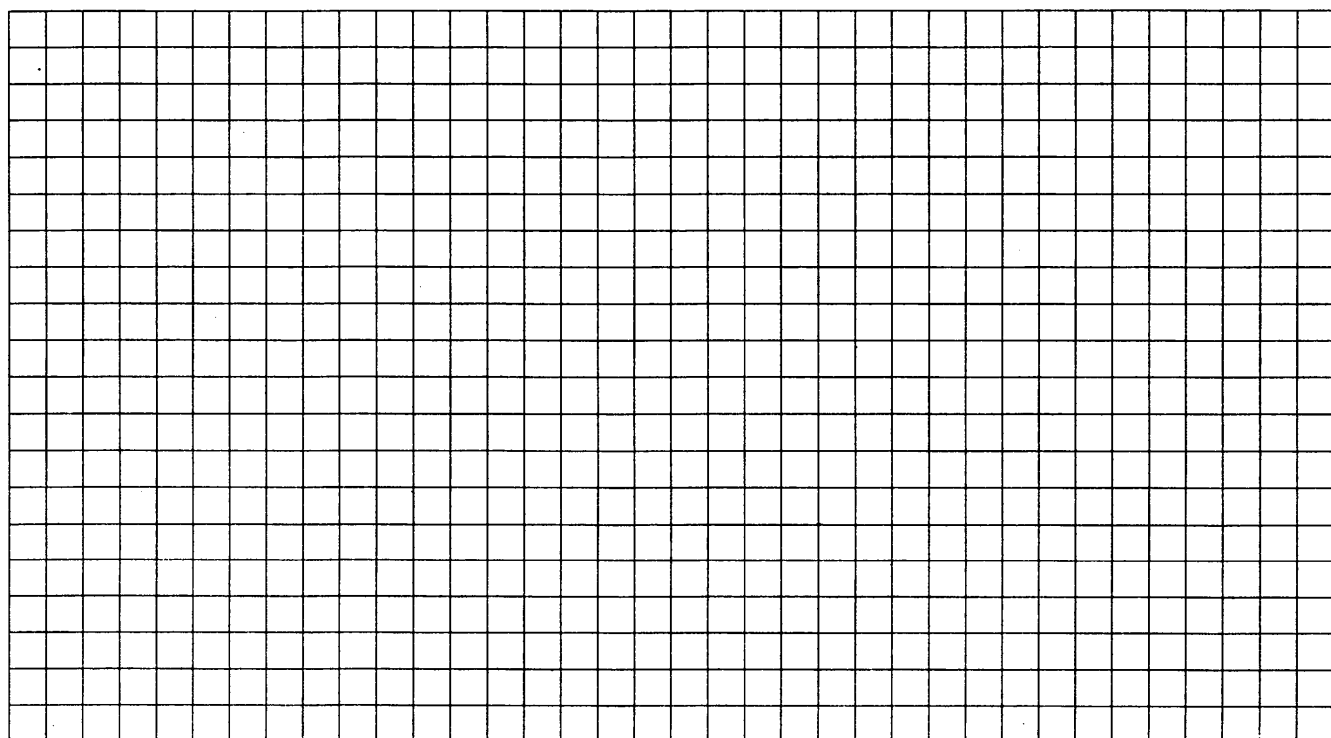
4. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 36^{x+1} - 7 \cdot 6^{x+1} + 6 \geq 0, \\ (x^2 + 3x + 2) \cdot \log_{x+3}(x+2) \cdot \log_3(x-1)^2 \leq 0. \end{cases}$$



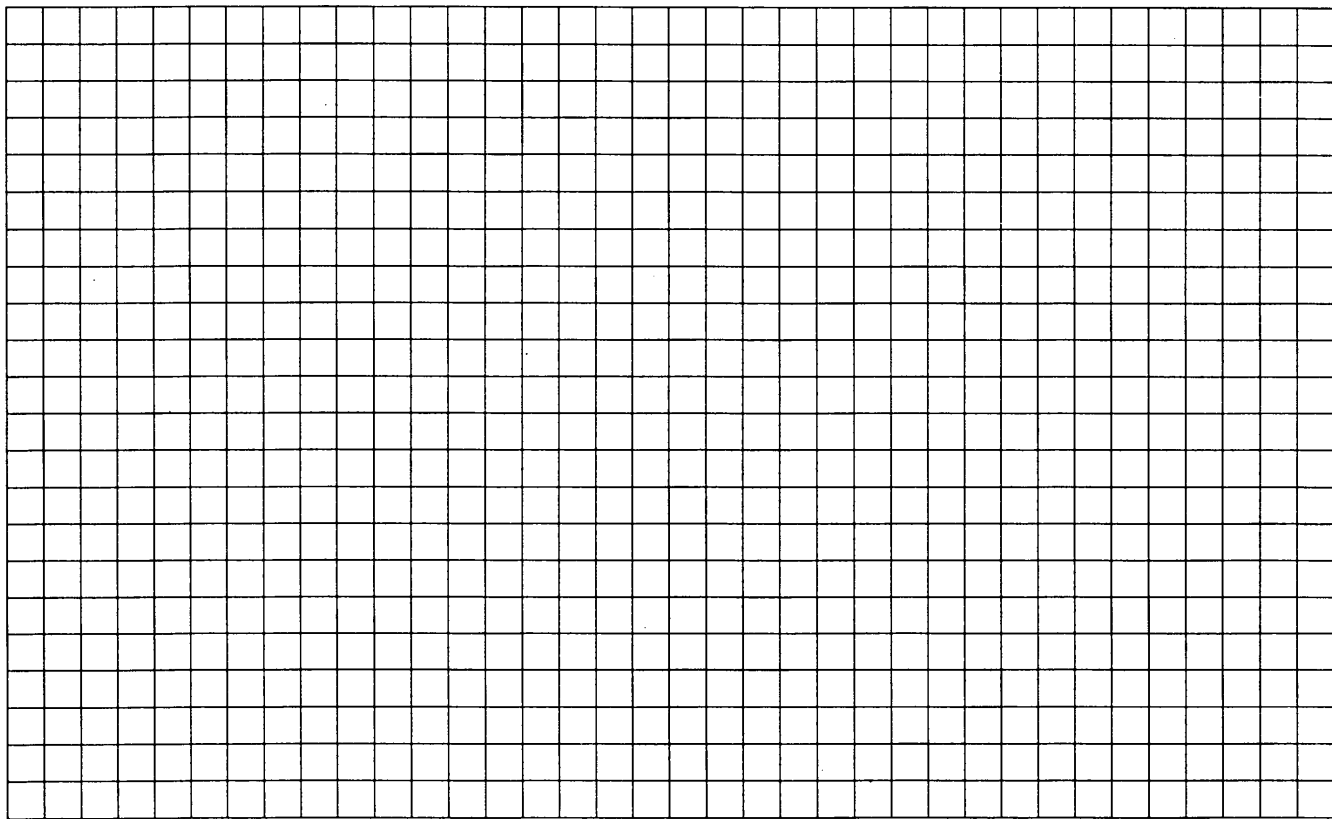
5. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4 \cdot 4^{x+2} - 9 \cdot 2^{x+2} + 2 \leq 0, \\ 3^{\log_2 x^2 + 2|x|^{2\log_2 3}} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1}. \end{cases}$$



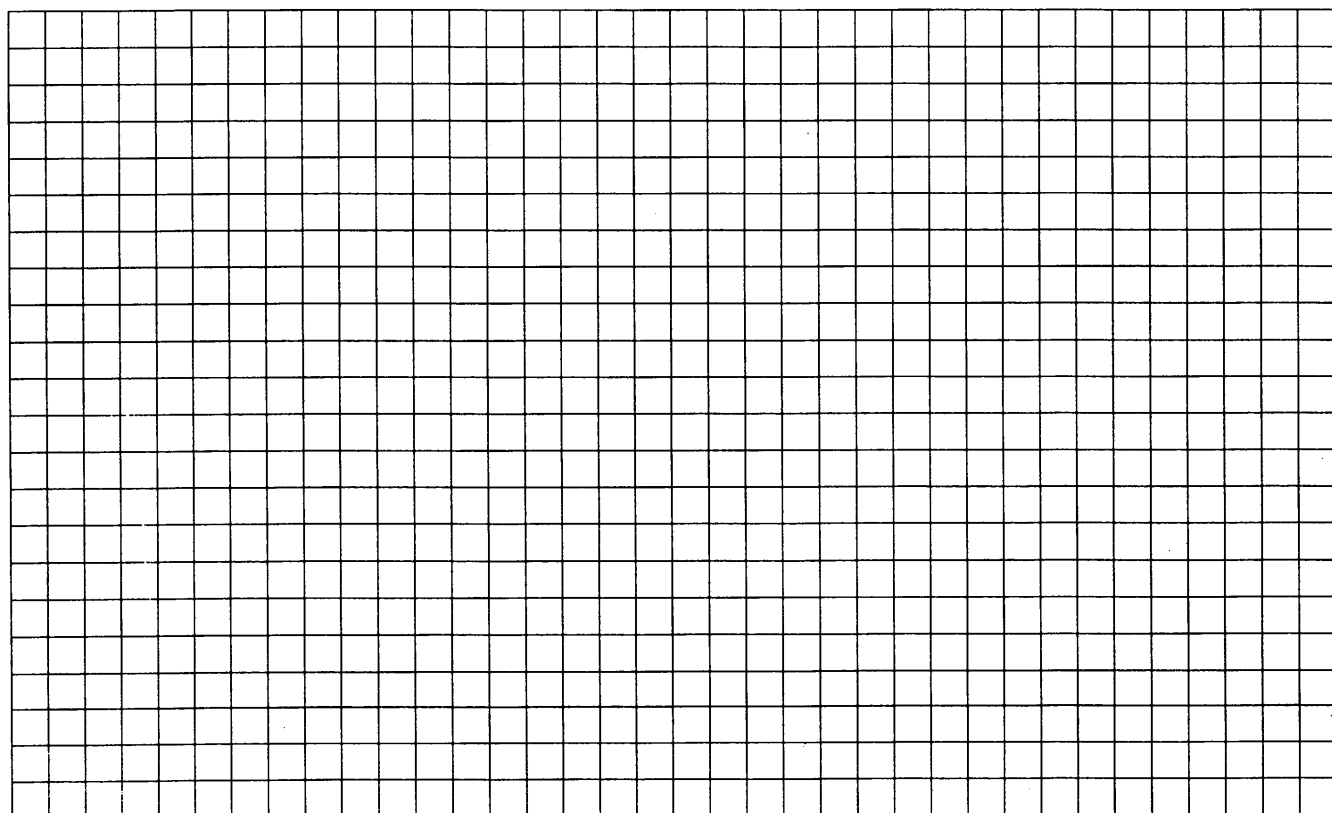
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 17 \log_{17}(x+14) \geq x^2 + 8, \\ 17 \log_{17}(x+14) \leq 6x - 1. \end{cases}$$



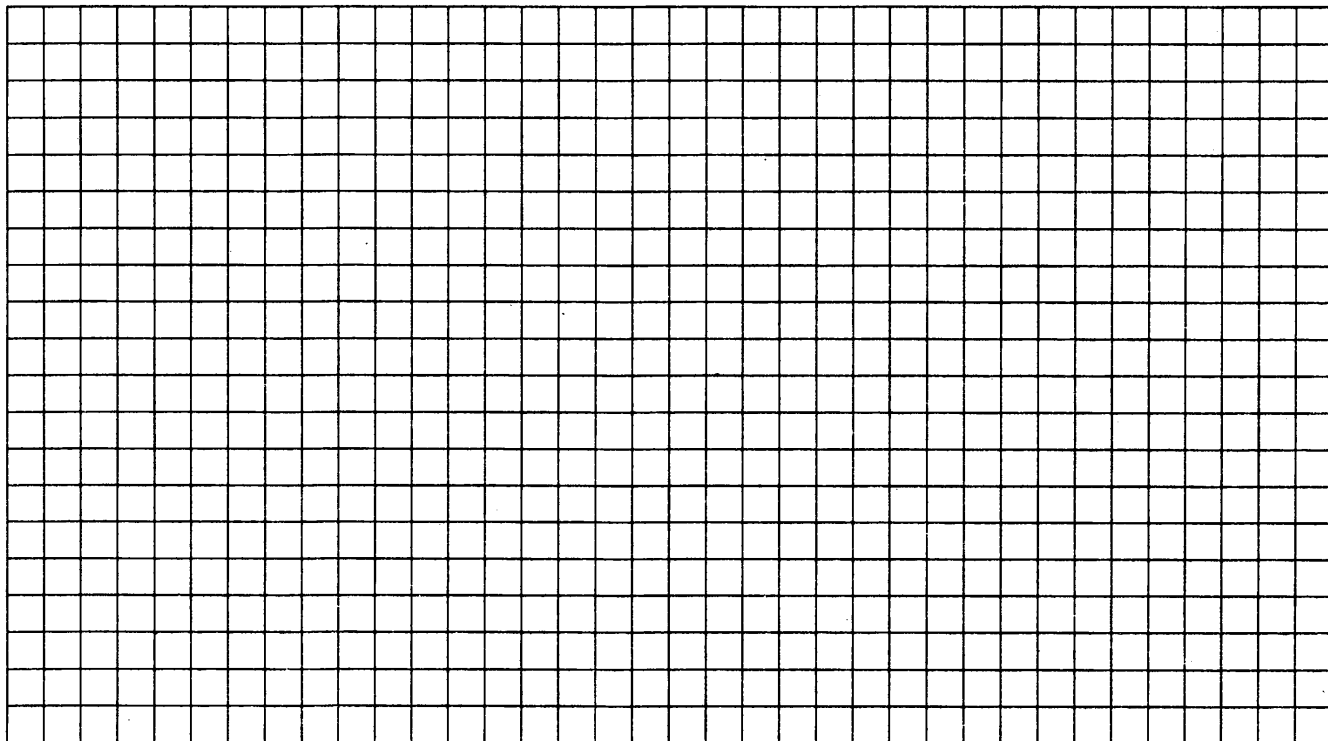
7. Решите неравенство $\log_7(x^2 - 4x + 5) > \log_7(2x - 3)$.



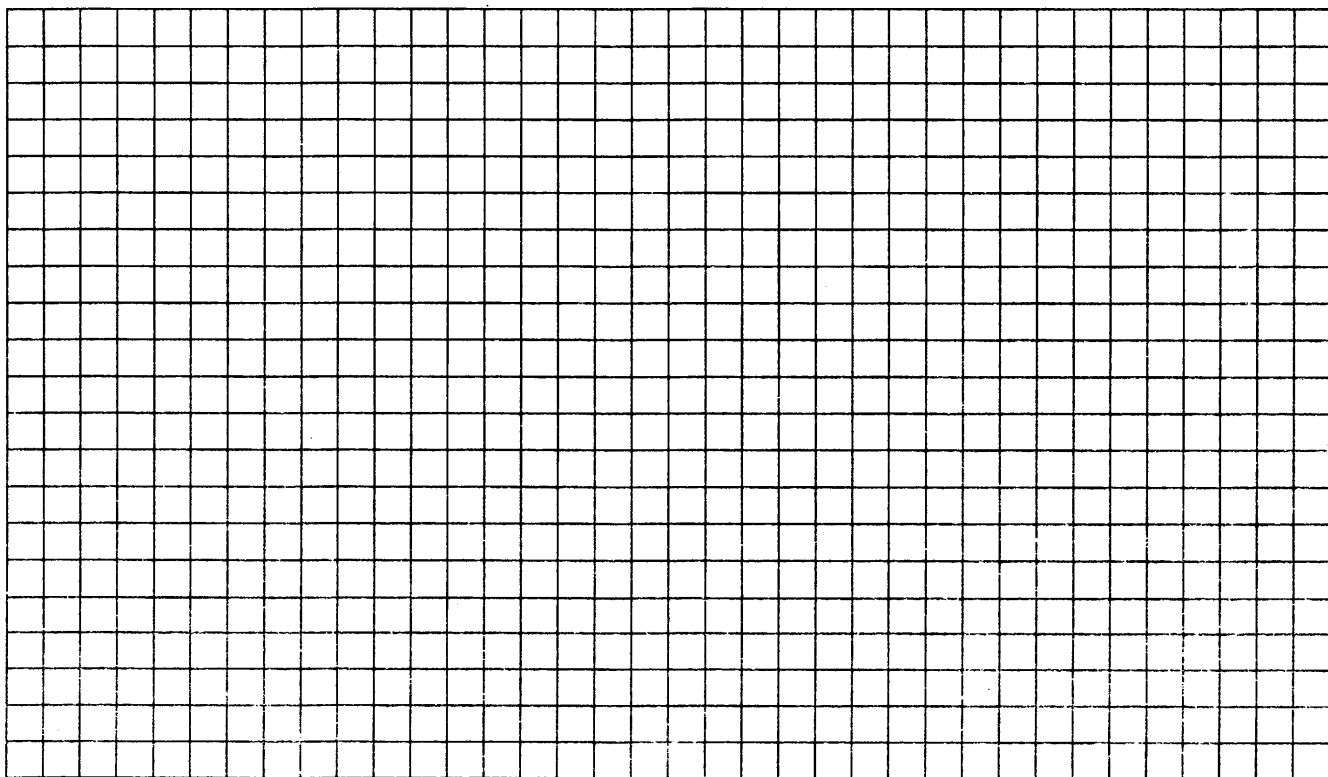
8. Решите неравенство $\log_{0.8}(2x^2 + 13x + 21) > 0$.



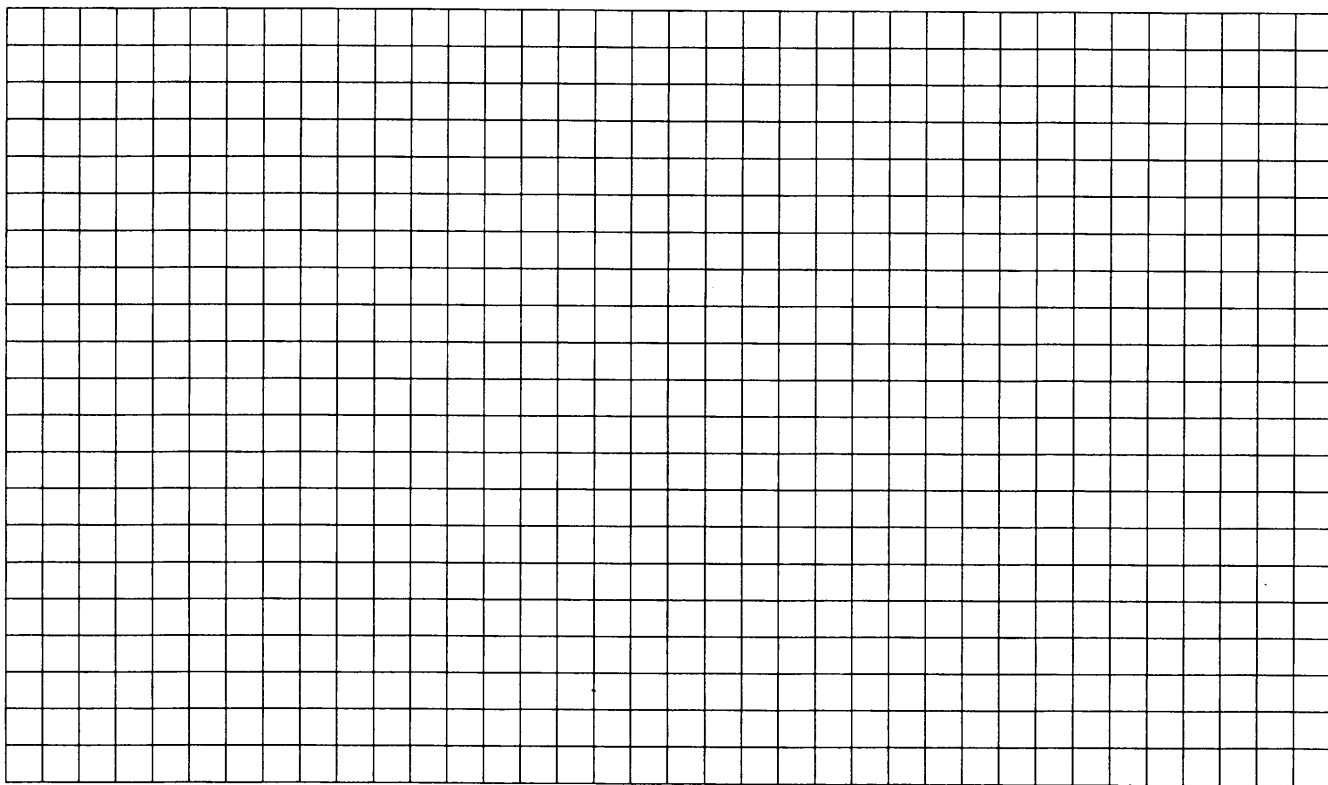
9. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^x + \frac{16}{2^x} \geq 10, \\ \log_{x+2}(x-2) \leq 0. \end{cases}$$



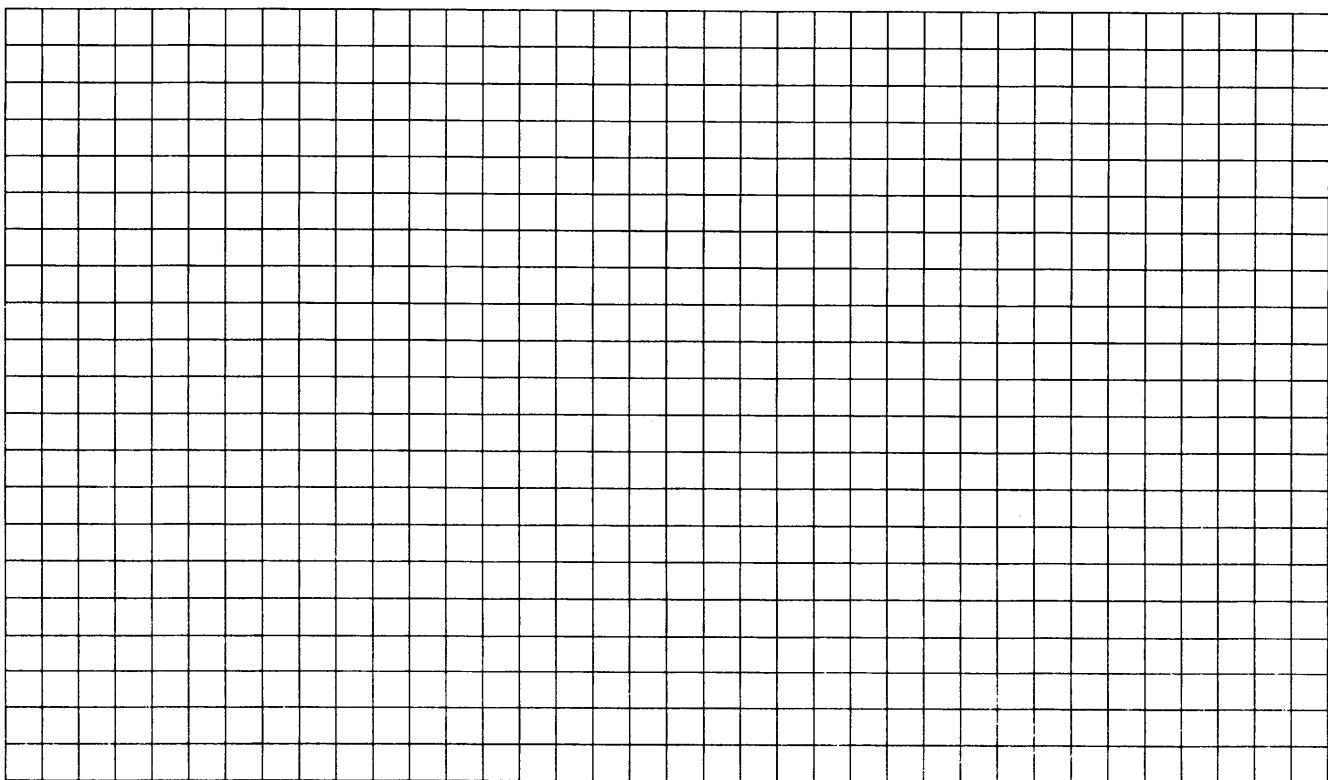
10. Решите неравенство $\lg^2 x - 3 \lg x - 4 \geq 0$.



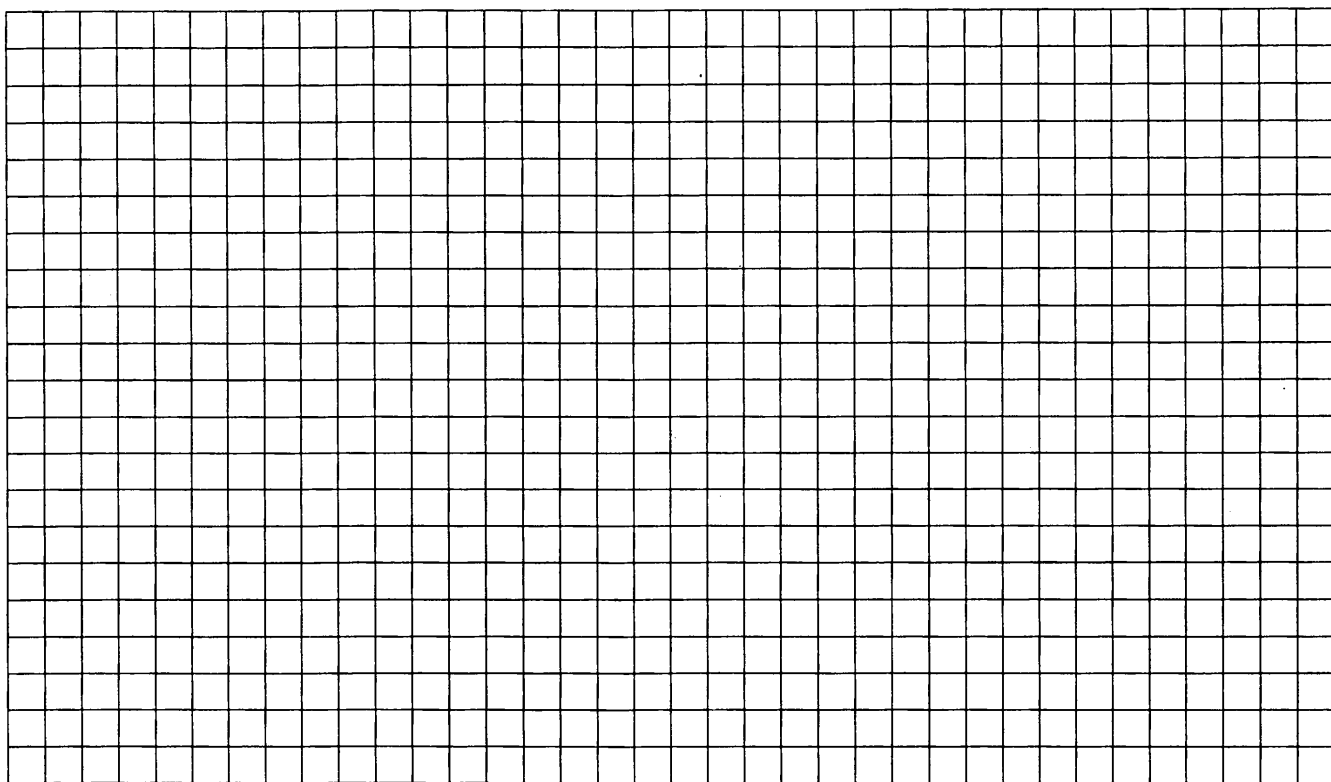
11. Решите неравенство $\log_3^2 x - 2\log_3 x^2 + 3 < 0$.



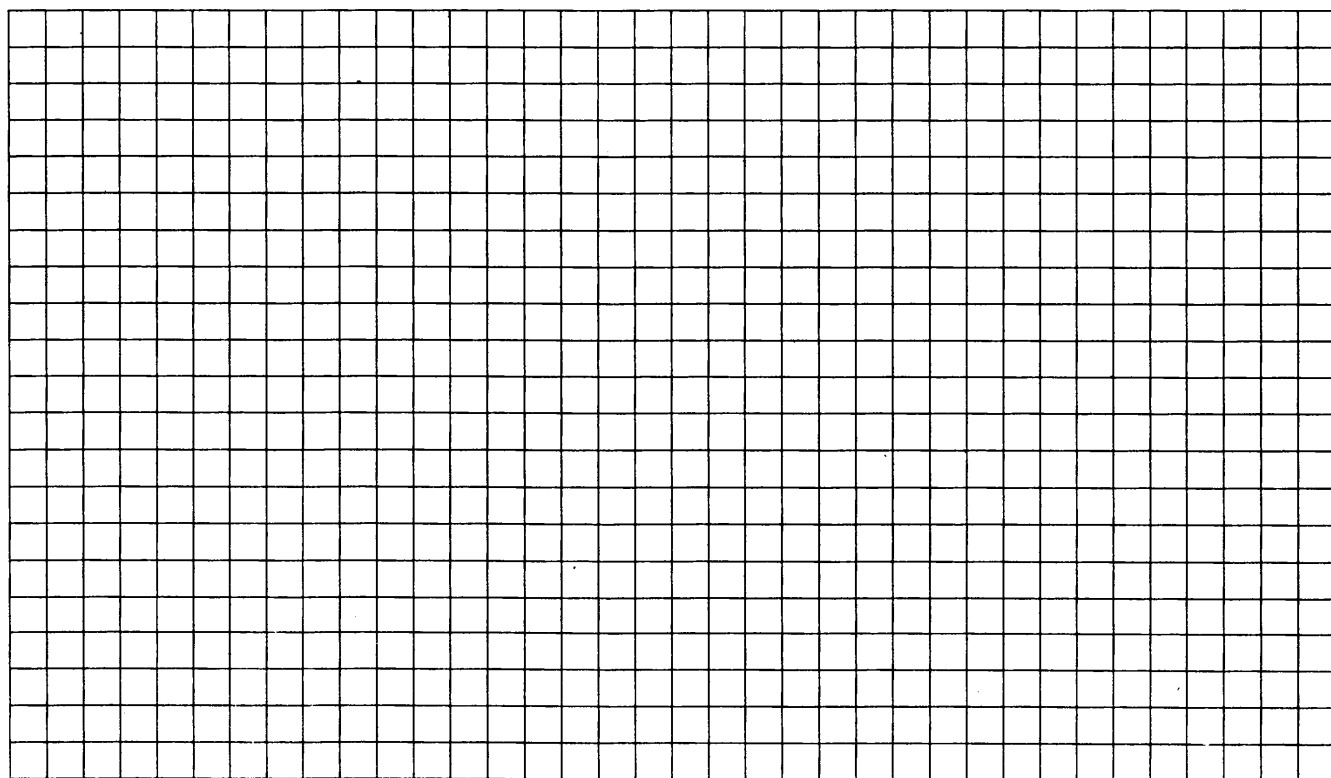
12. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1. \end{cases}$$



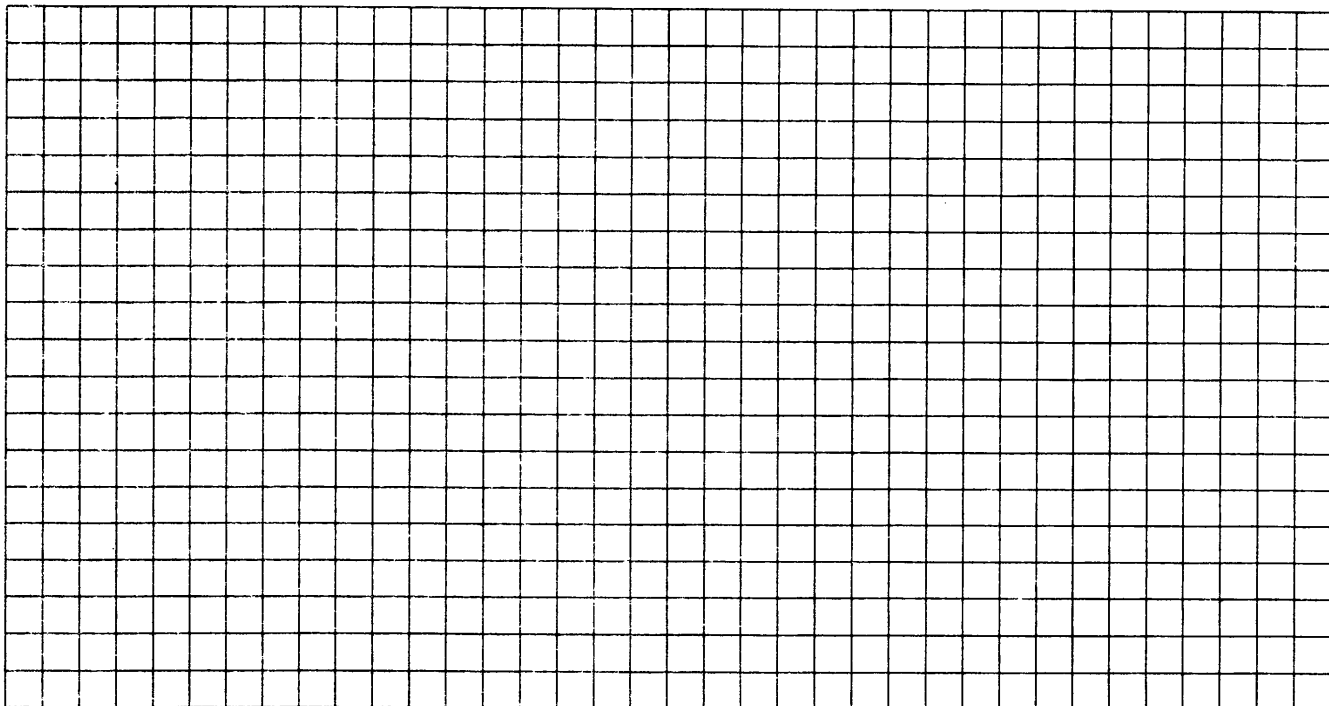
13. Решите неравенство $\frac{x-7}{\log_{x-6} 7} \geq 0$.



14. Решите неравенство $(x-9)\log_7(x-8) \leq 0$.

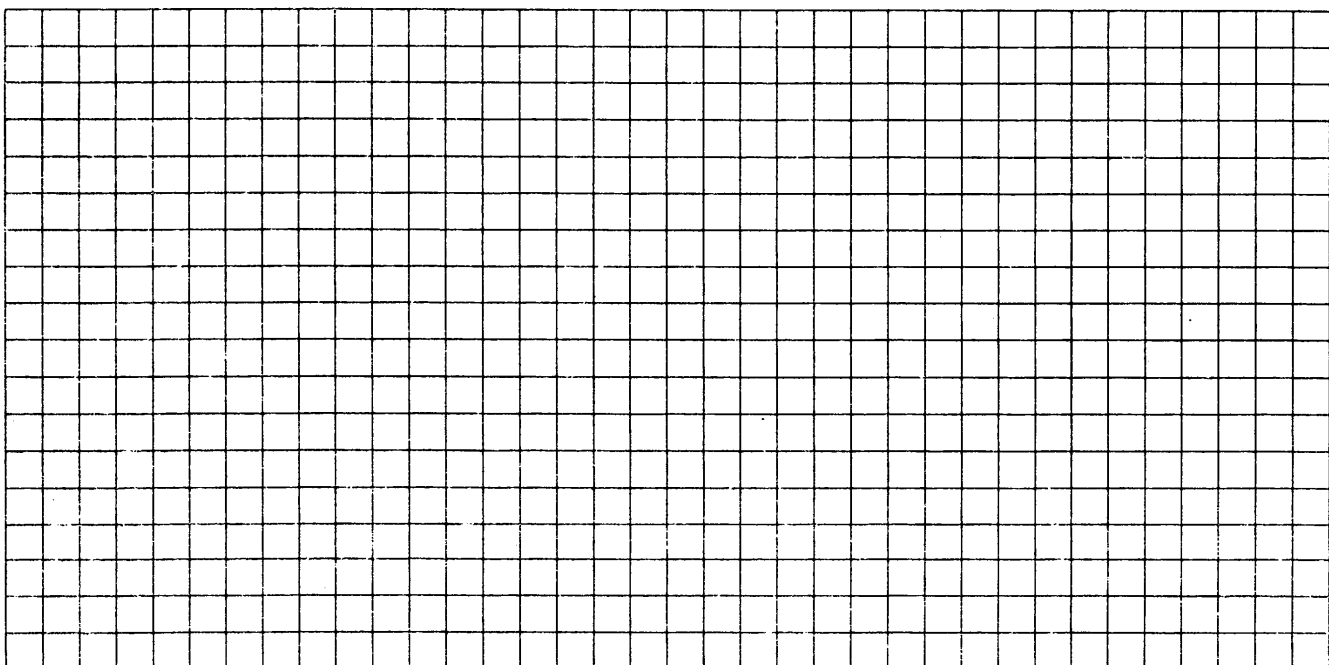


15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 13^{x-6} + \ln^2(x-7) \geq 13, \\ 7 + \sqrt{13-x} \geq 7^{x-12}. \end{cases}$$

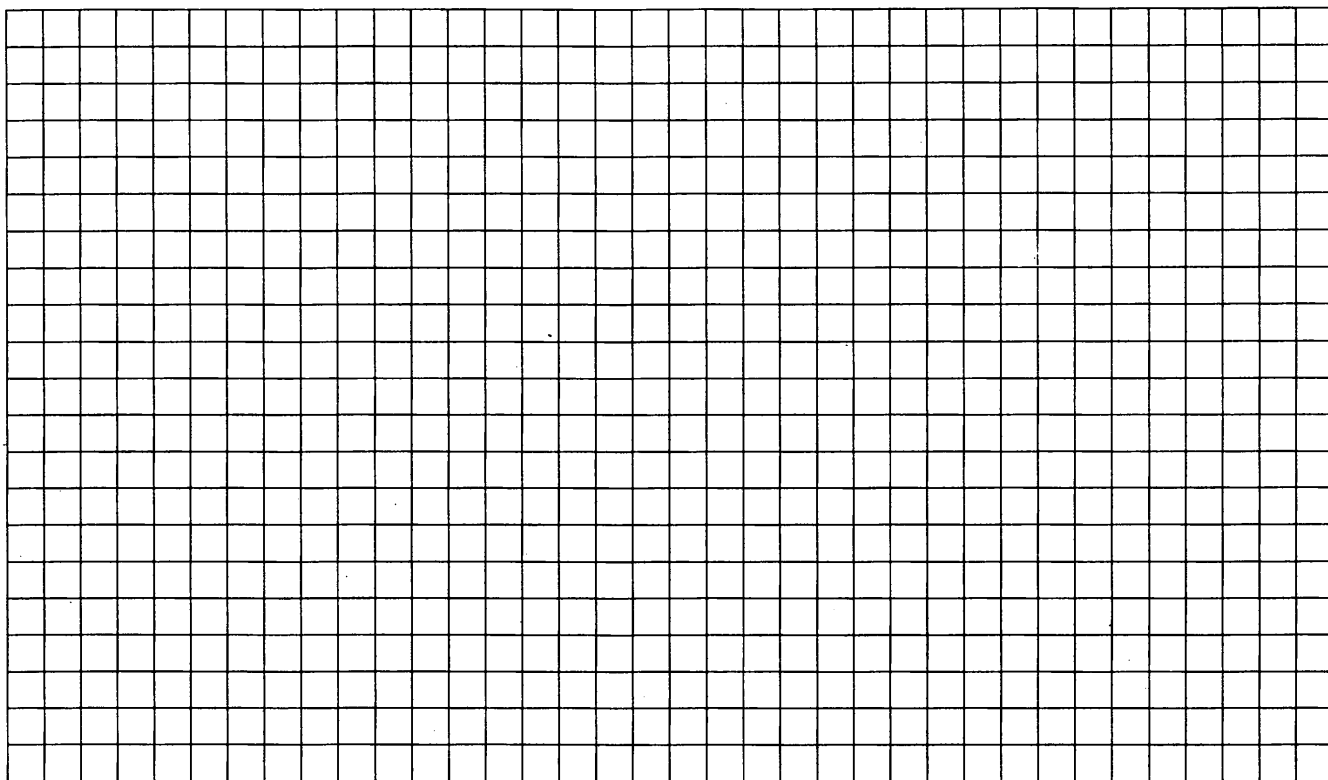


Зачетные задания

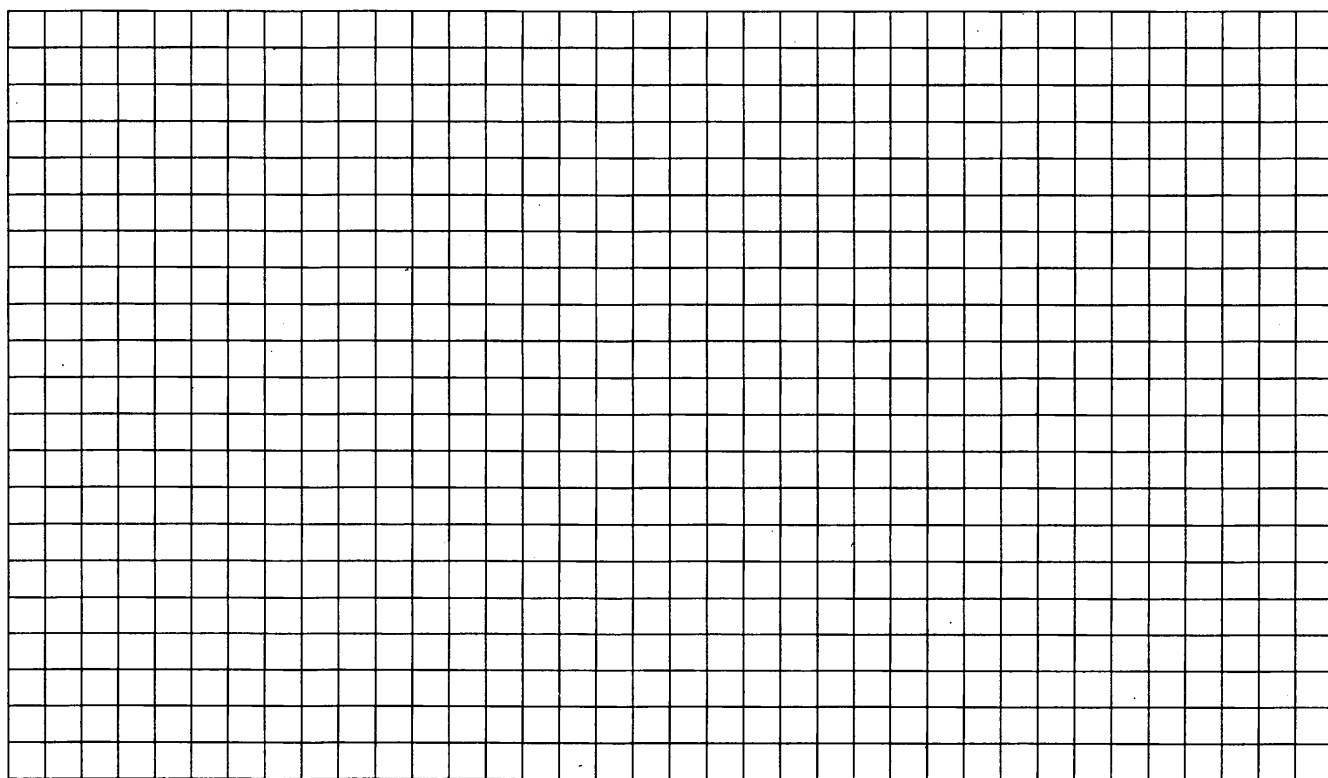
1. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{9 \cdot 2^x - 24}{2^x - 4} \geq 2^x + 4, \\ \log_2(x+1) \geq \frac{\log_2(x+1)}{\log_2(x+1) - 1}. \end{cases}$$



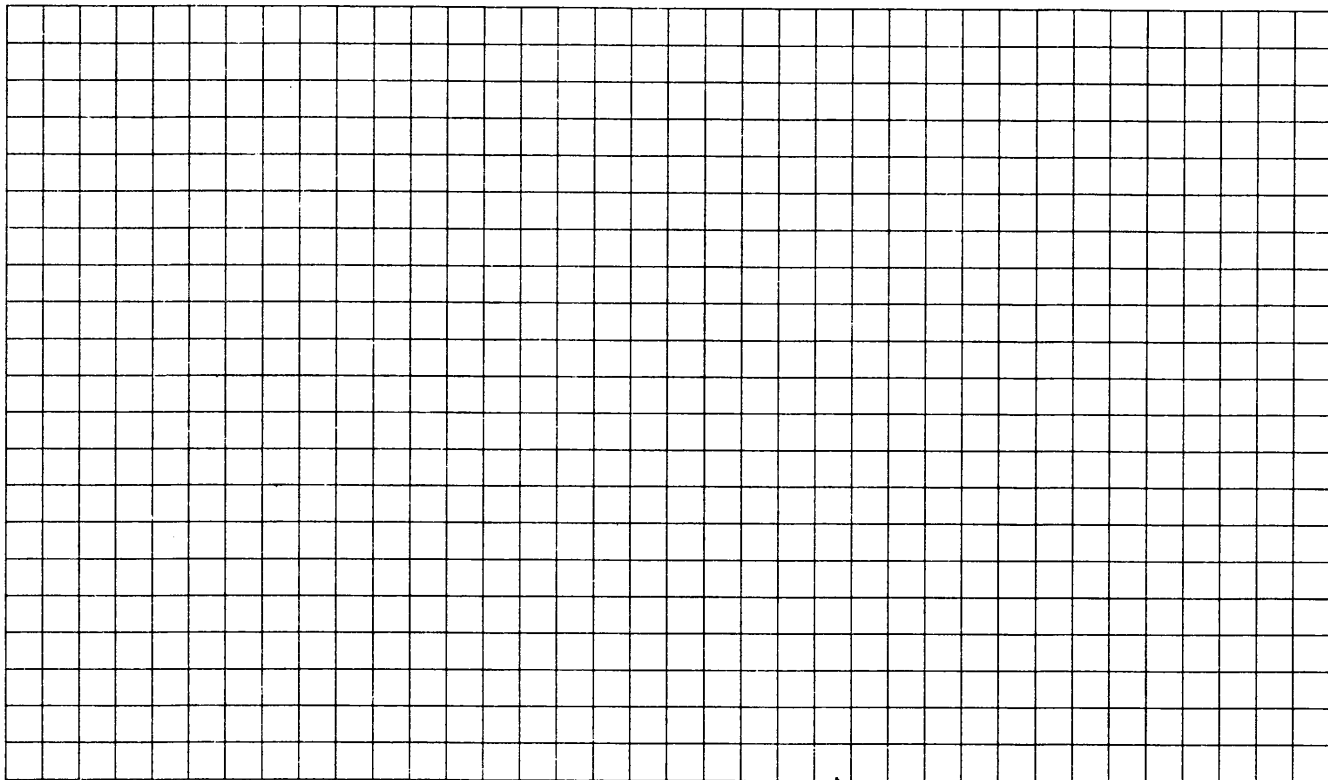
2. Решите неравенство $\log_{2-x} 3 \leq \log_{2-x} x$.



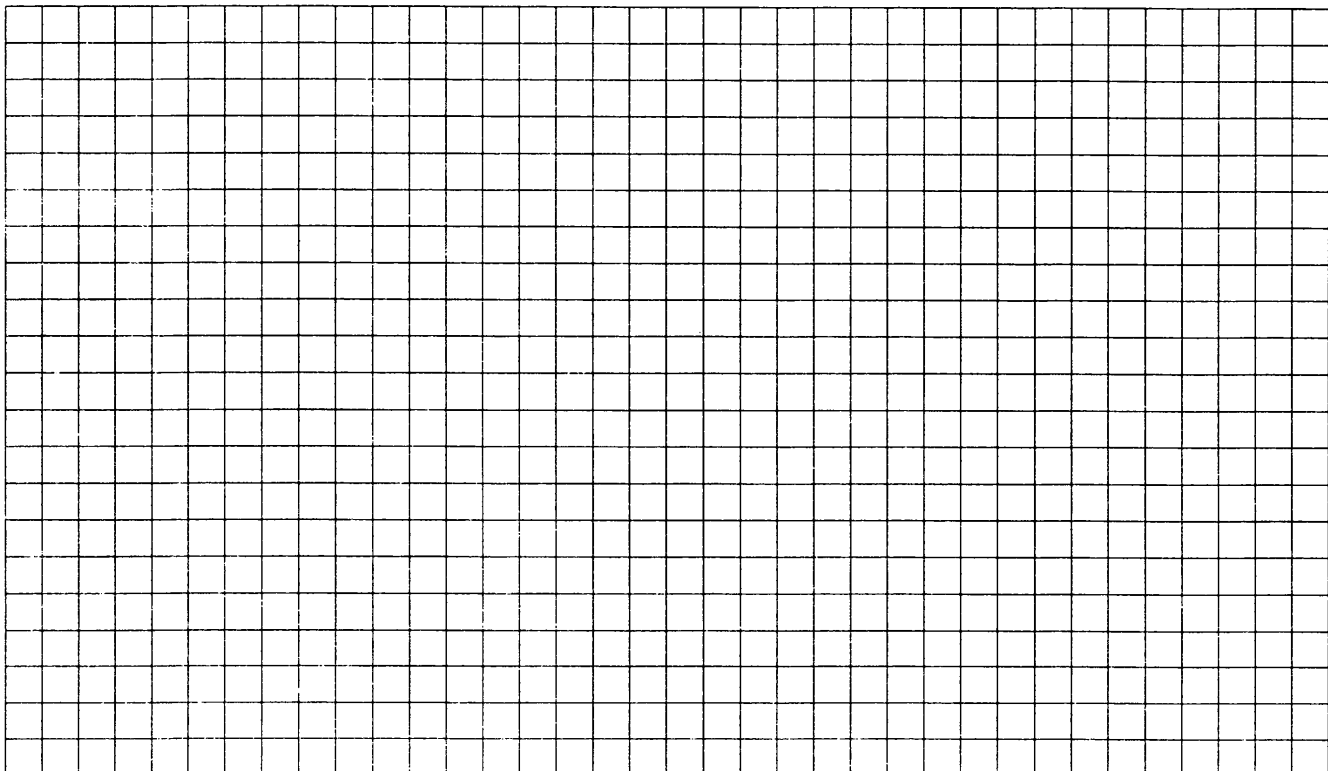
3. Решите неравенство $\frac{\log_{0.5} x + 3}{6 \log_x 2 - 1} \geq -2$.



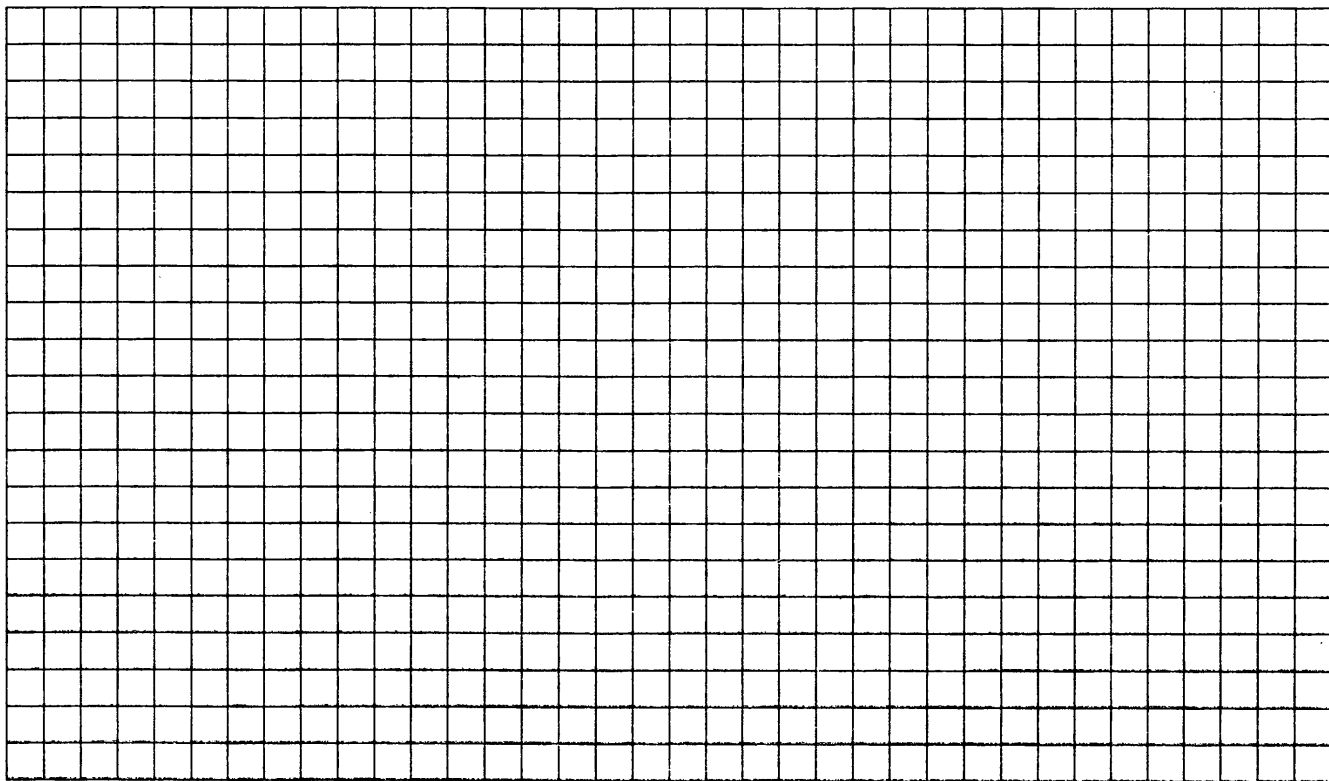
4. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \geq 0, \\ \log_{\frac{2x^2+3x+1}{3x+1}} |x| \leq 0. \end{cases}$$



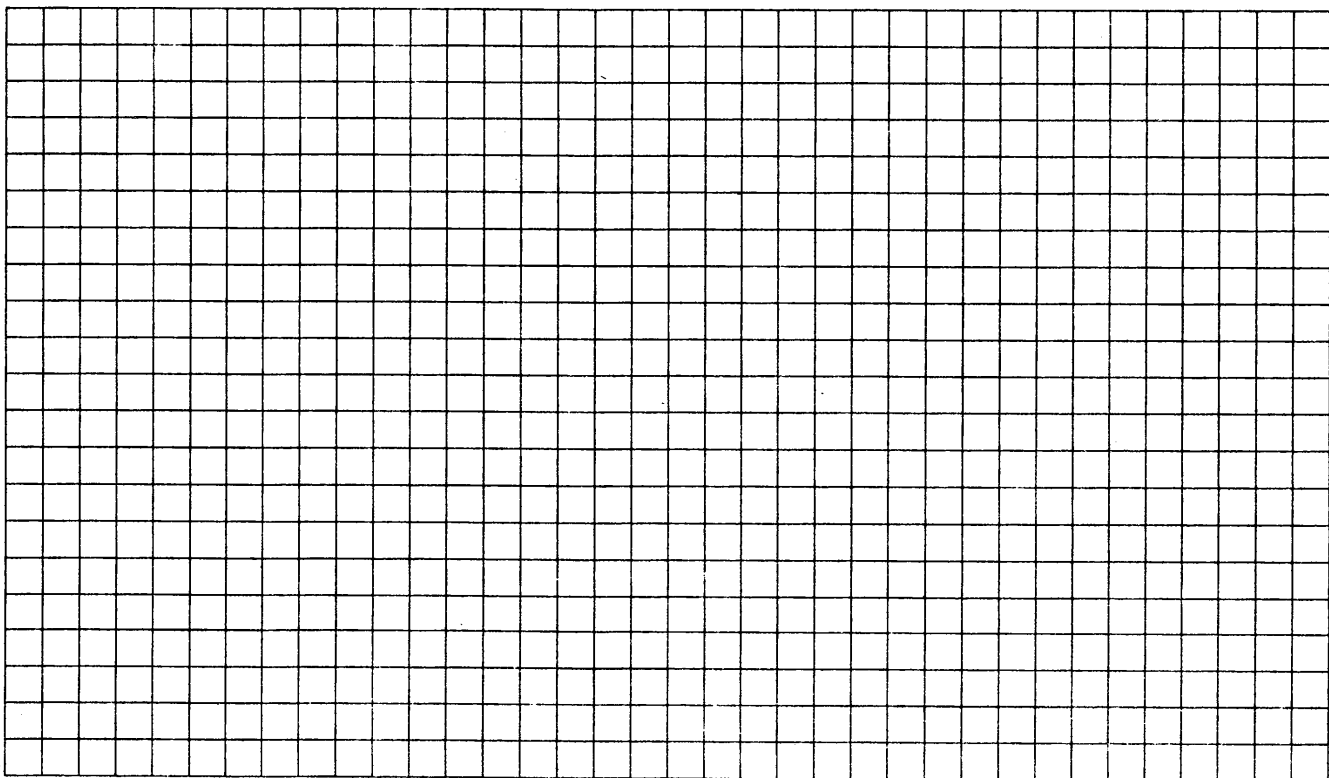
5. Решите неравенство $2^{\lg(x^2-1)} \geq (x+1)^{\lg 2}$.



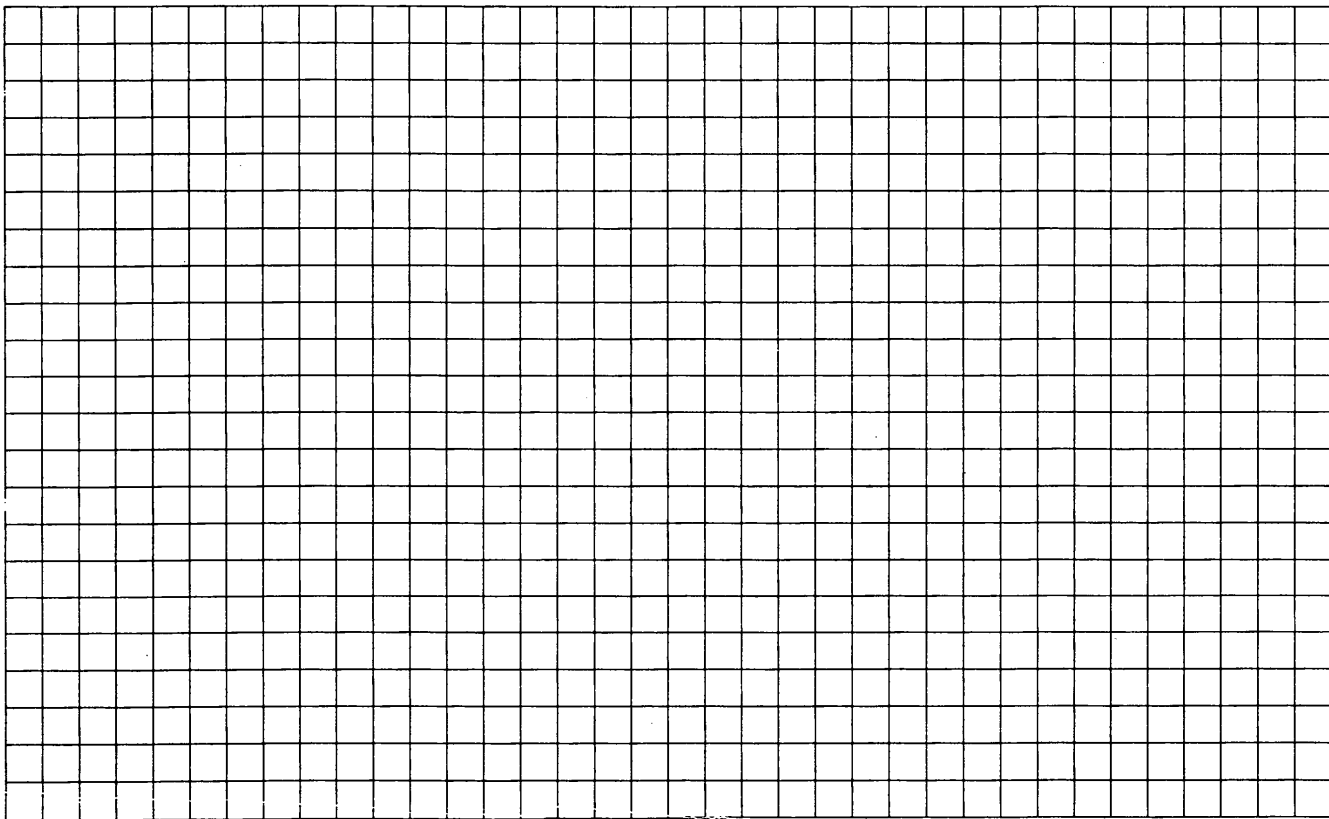
6. Решите неравенство $\log_{0,2}(4x + 9) + \log_5(9 - x^2) + \sin(3,5\pi) < 0$.



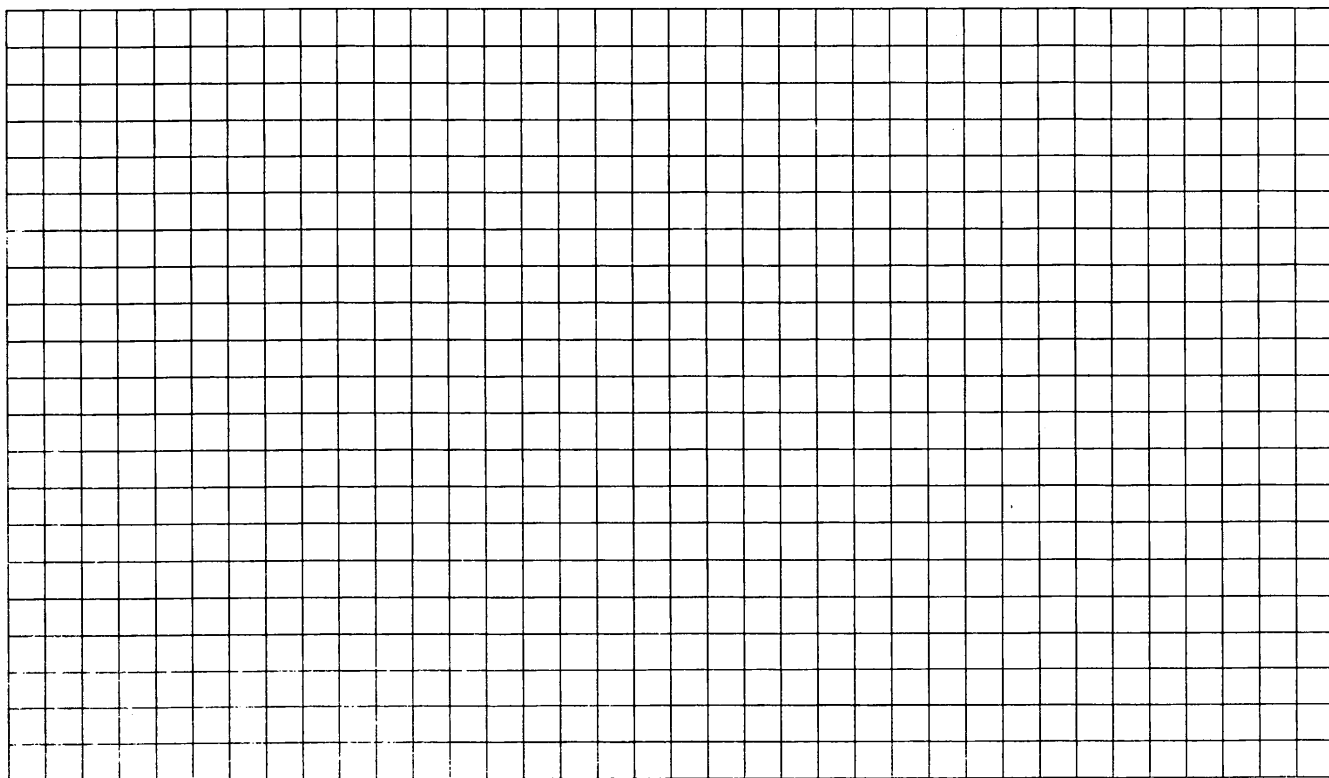
7. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \log_2(x+5) \geq 0, \\ 8 \cdot 4^x - 33 \cdot 2^x + 4 \geq 0. \end{cases}$$



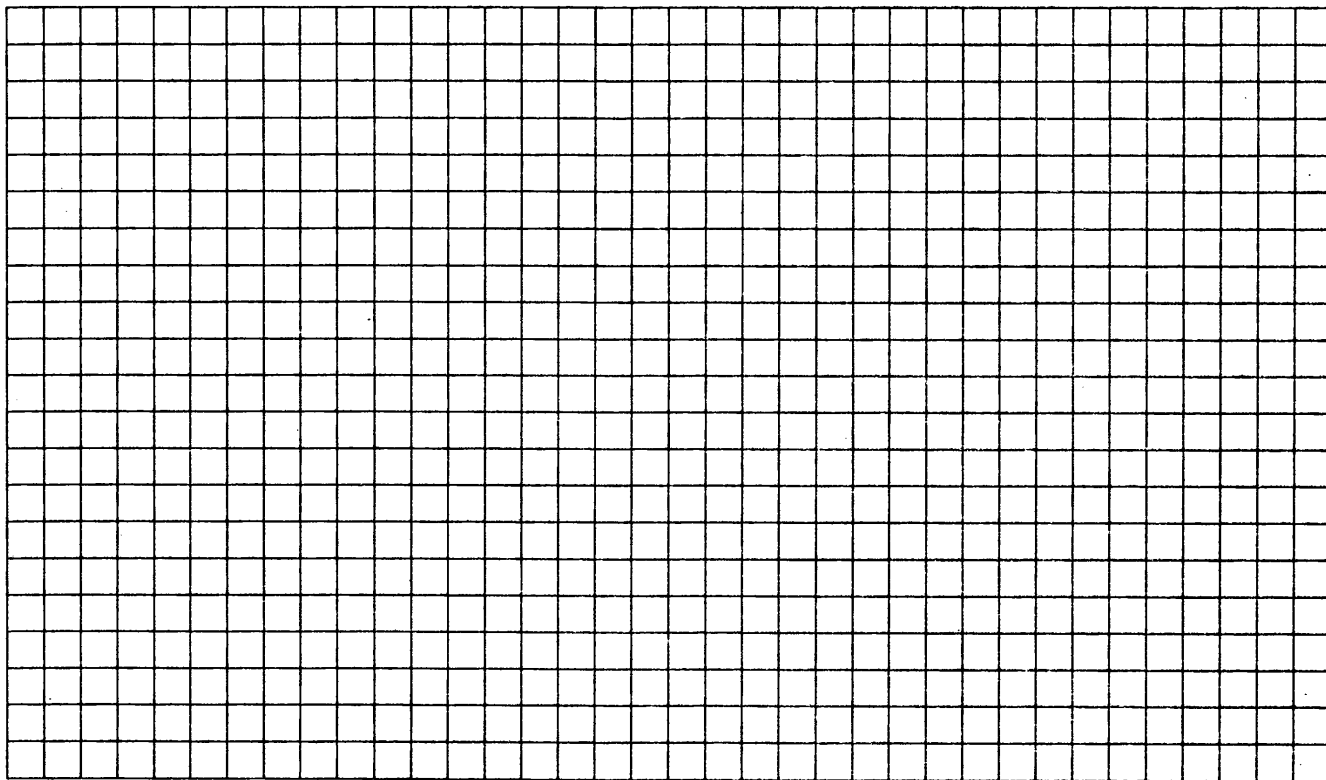
8. Решите неравенство $\log_2(\log_3(\log_4 x)) \leq 0$.



9. Решите неравенство $|x|^{x^2+3x-4} \leq 1$.



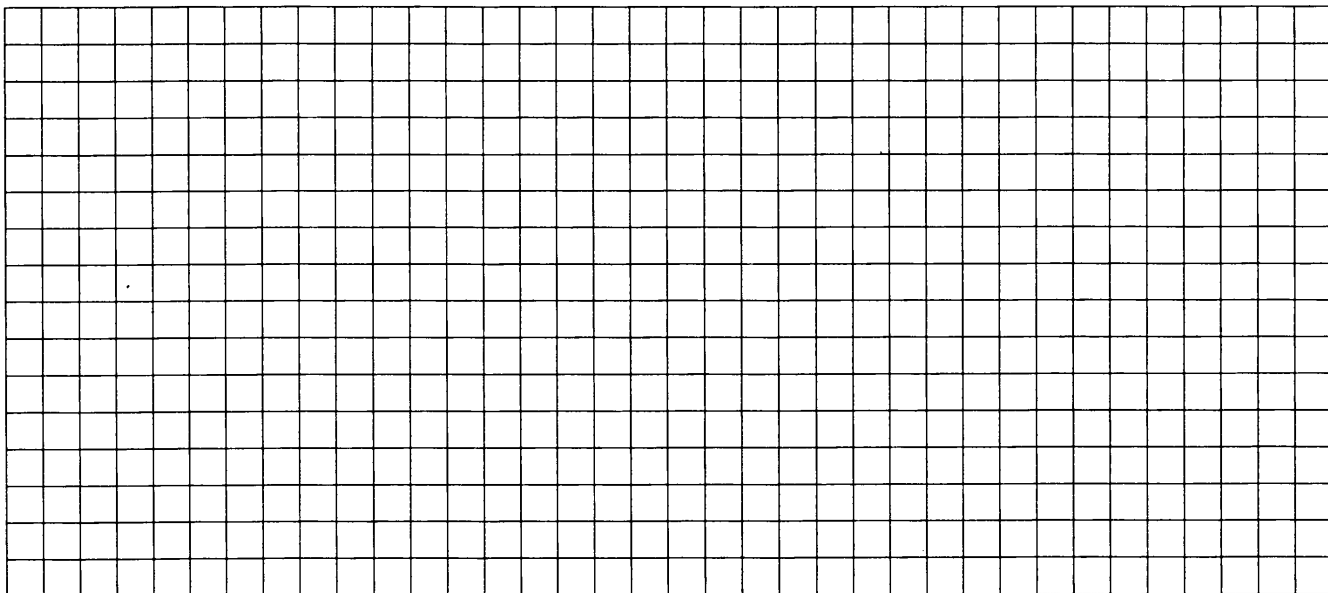
10. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2 \cdot 81^x + 3^x - 87}{81^x - 3} \geq 2, \\ \log_2^2(x+4) - 5\log_2(x+4) + 6 \leq 0. \end{cases}$$



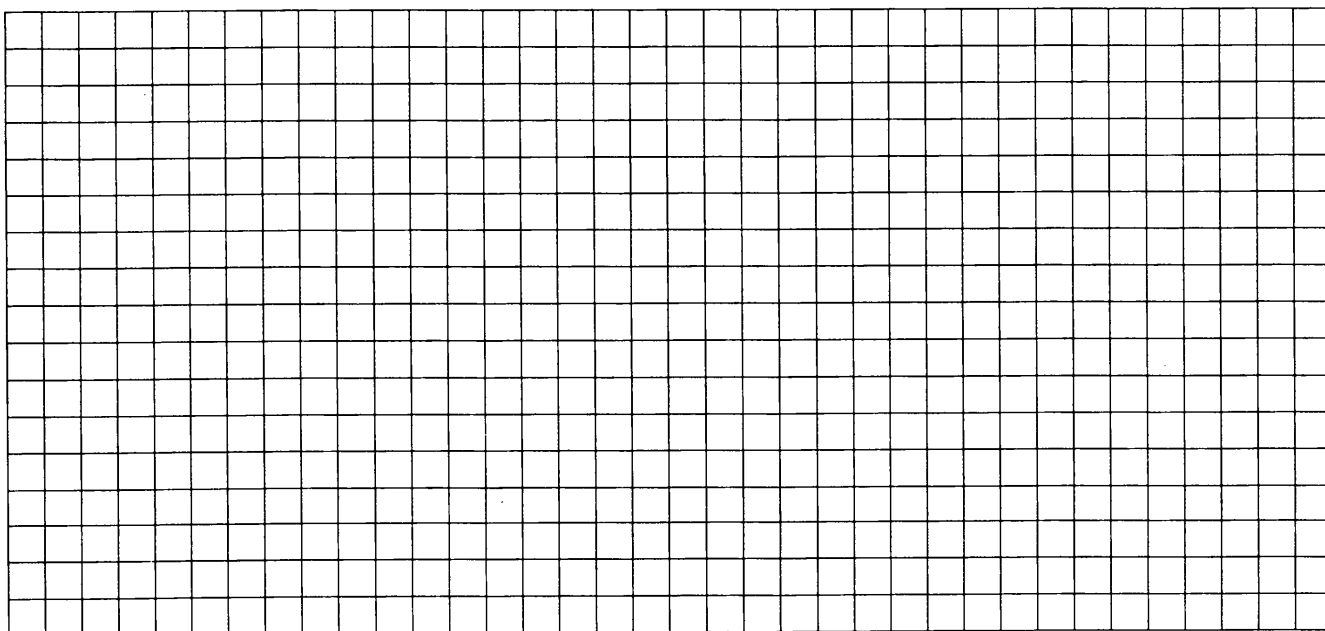
ЗАДАЧА С4

Подготовительные задания

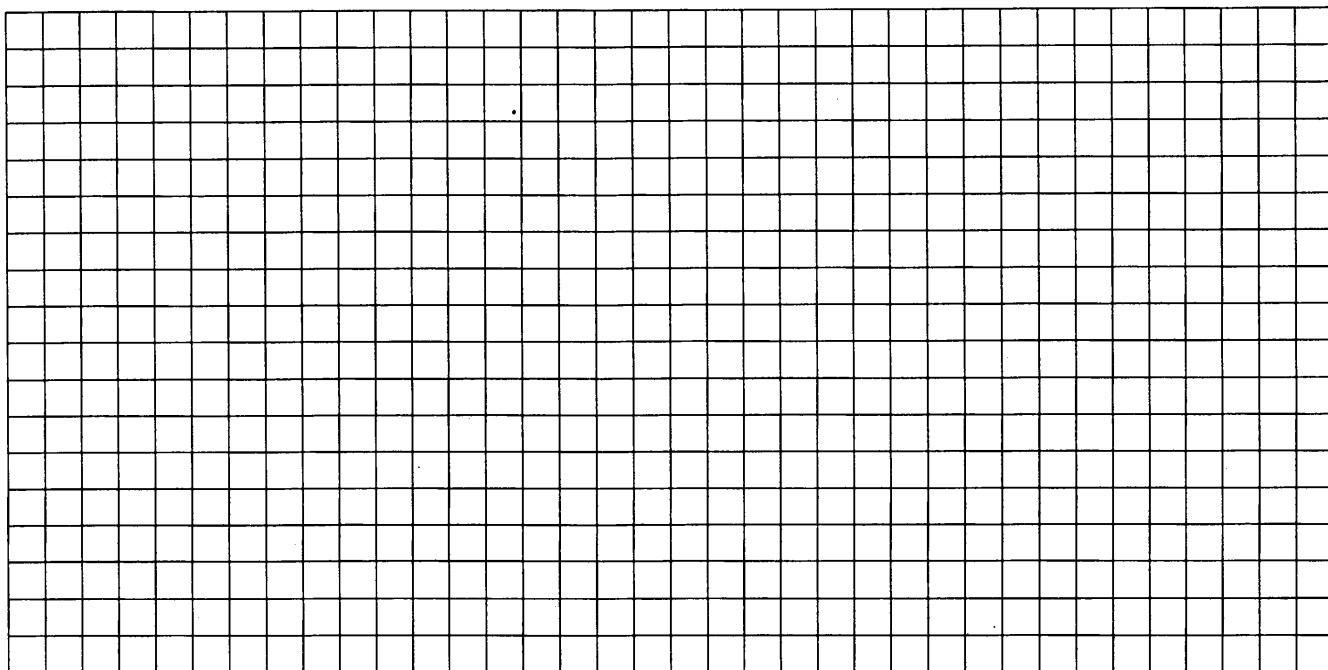
1. Две окружности пересекаются в точках A и B . Из точки C , лежащей на продолжении отрезка AB за точку B , проведены касательная CK к первой окружности, не пересекающая вторую окружность, и касательная CT ко второй окружности, не пересекающая первую окружность (K и T – точки касания). Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает дугу AKB первой окружности в точке P , а дугу ATB второй окружности – в точке H . Сумма дуг KP и TH равна 60° , $CT = 1$ см. Найдите длину отрезка KT .



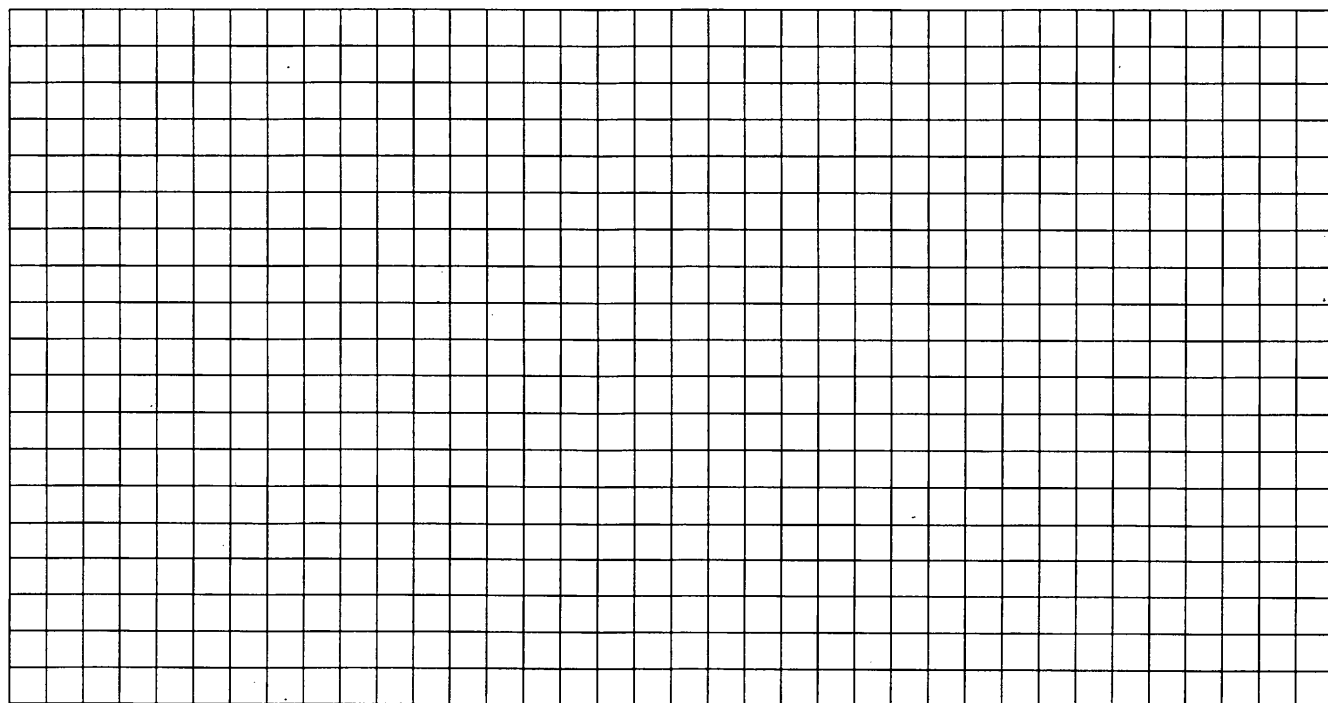
2. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиус одной из которых вдвое больше радиуса другой, вписаны в угол с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AB = \sqrt{3}$ см.



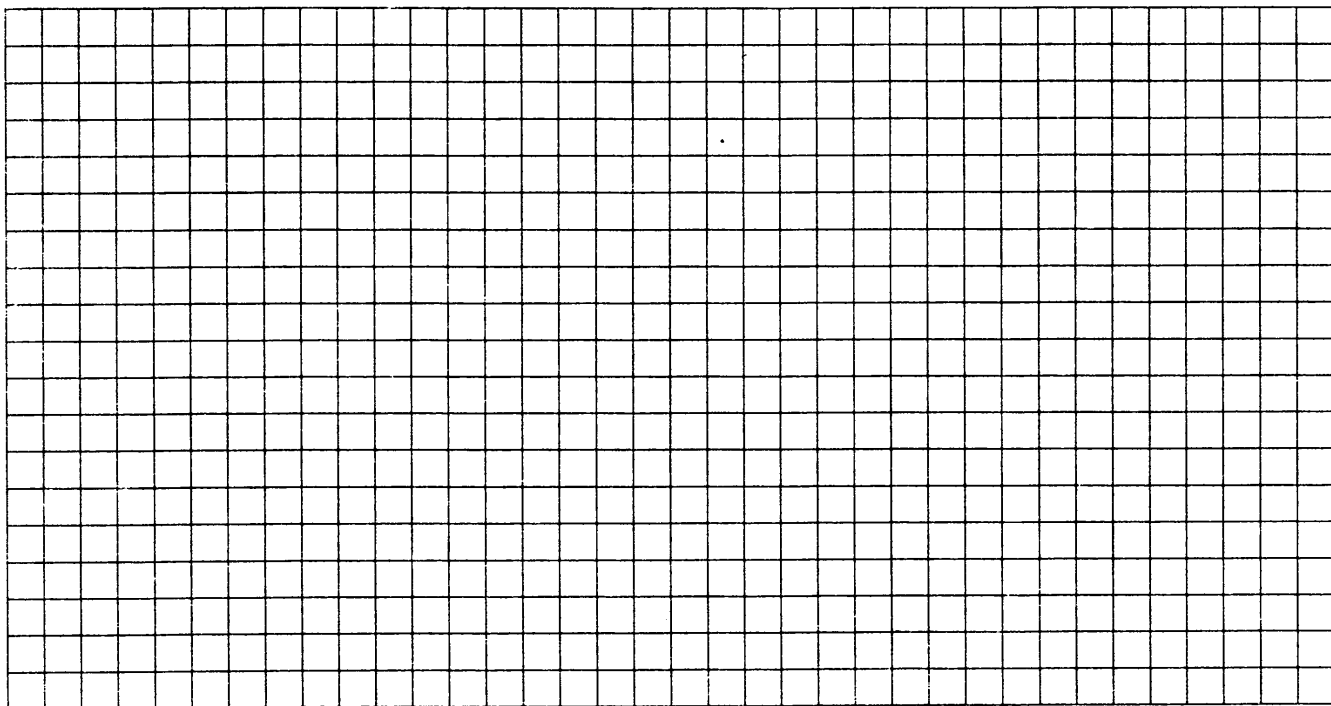
3. Полуокружность радиуса $\frac{2}{3}$ см, центр O которой лежит на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC , касается его катетов. Найдите площадь треугольника ABC , если $OA = \frac{\sqrt{5}}{3}$ см.



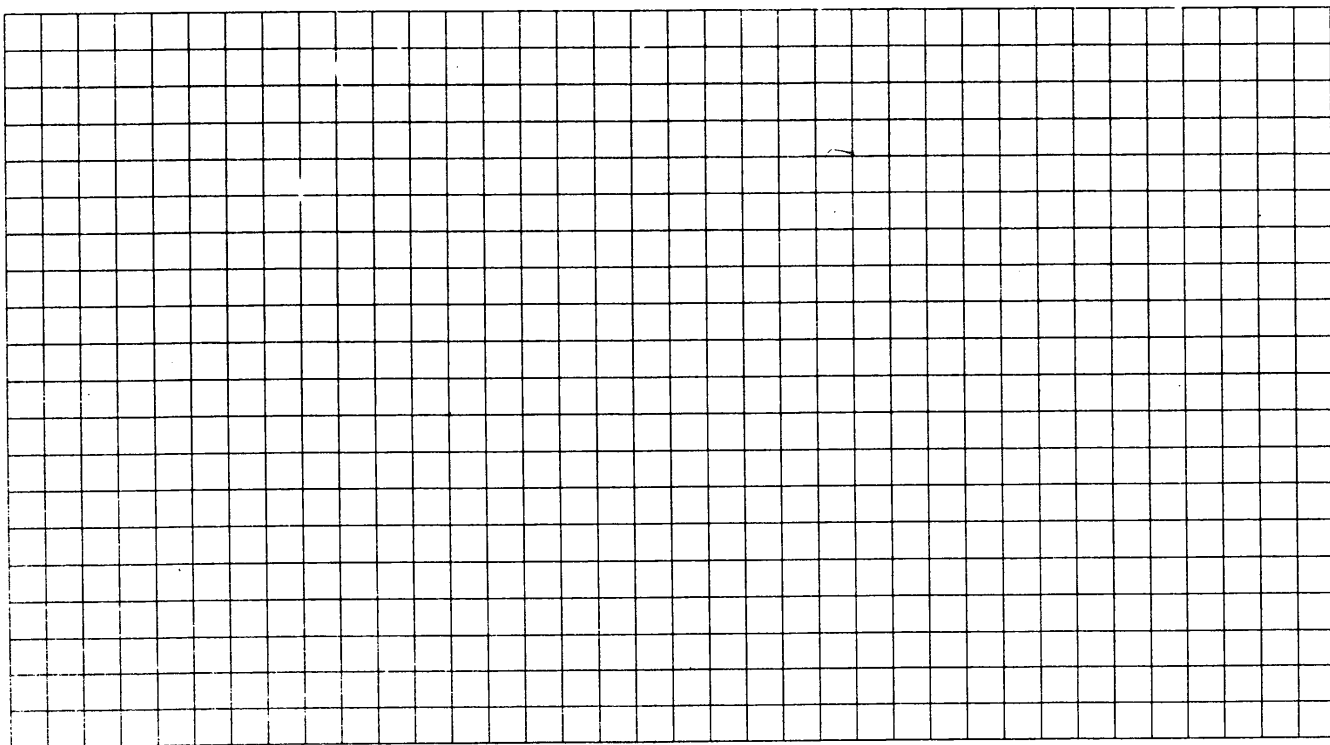
4. Четыре окружности, построенные как на диаметрах на сторонах выпуклого четырехугольника $ABCD$, имеют общую точку, лежащую внутри четырехугольника, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, взаимно перпендикулярны. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если длина диагонали AC равна $\sqrt{2}$ см.



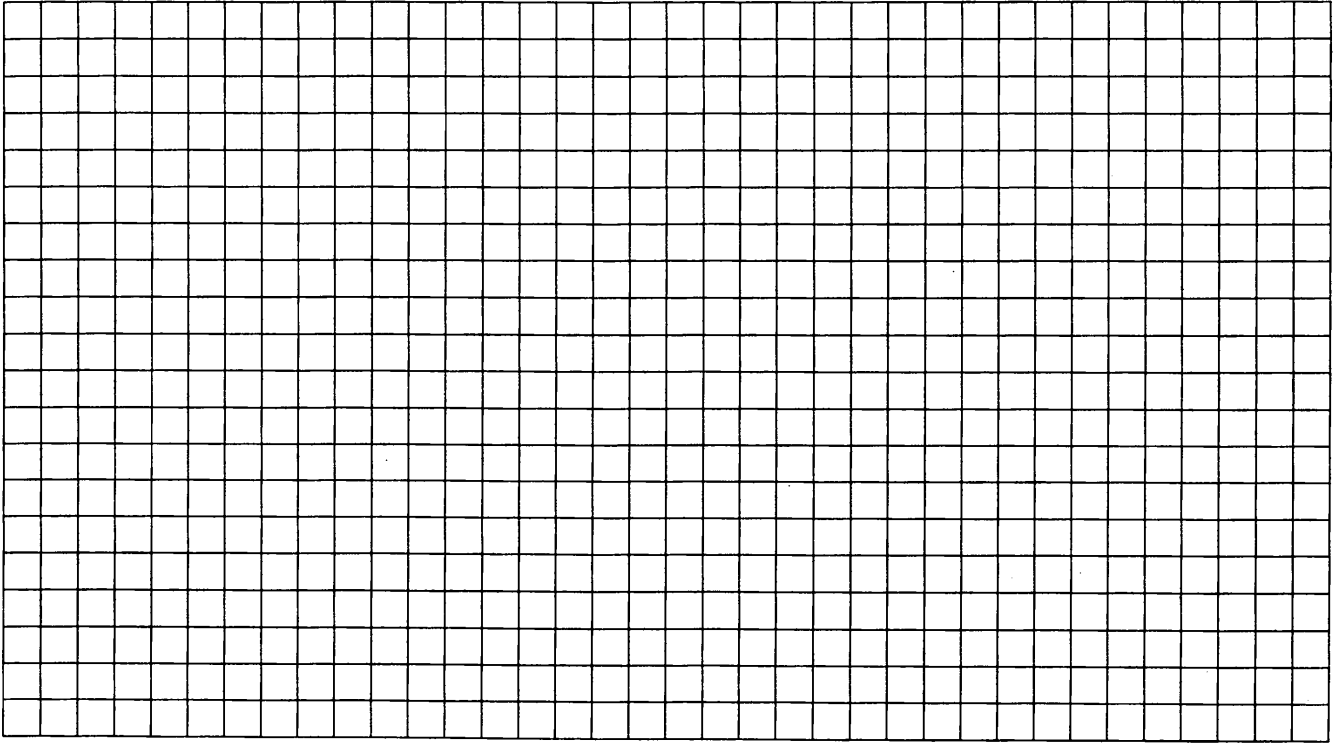
5. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 12 см, а ее центром является точка O . Центрами окружностей, описанных около треугольников AOB , BOC и COA являются точки O_1 , O_2 и O_3 . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник $O_1O_2O_3$.



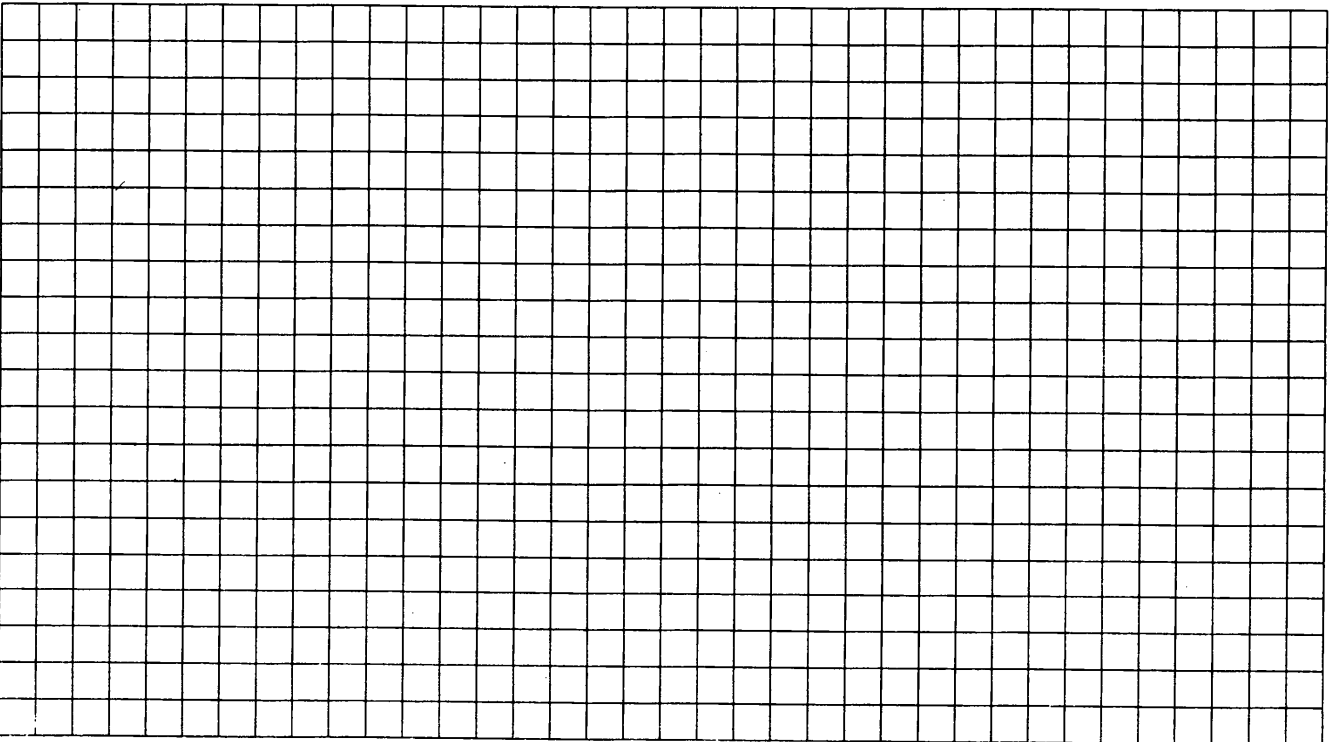
6. Вне прямоугольного треугольника ABC на его катетах AC и BC построены квадраты $ACDE$ и $BCFG$. Продолжение медианы CM треугольника ABC пересекает прямую DF в точке N . Найдите отрезок CN , если катеты равны 1 и 4.



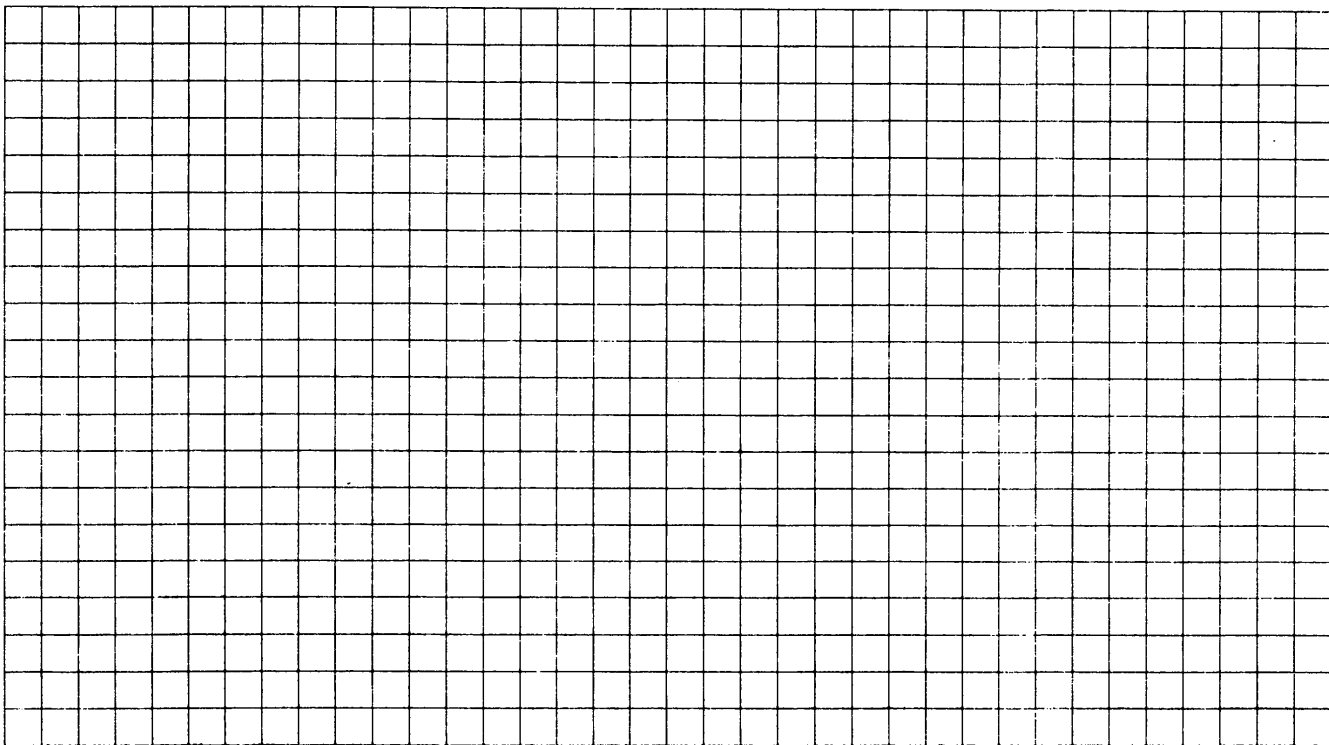
7. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной, равной 4, проведена медиана к боковой стороне. Найдите основание треугольника, если медиана равна 3.



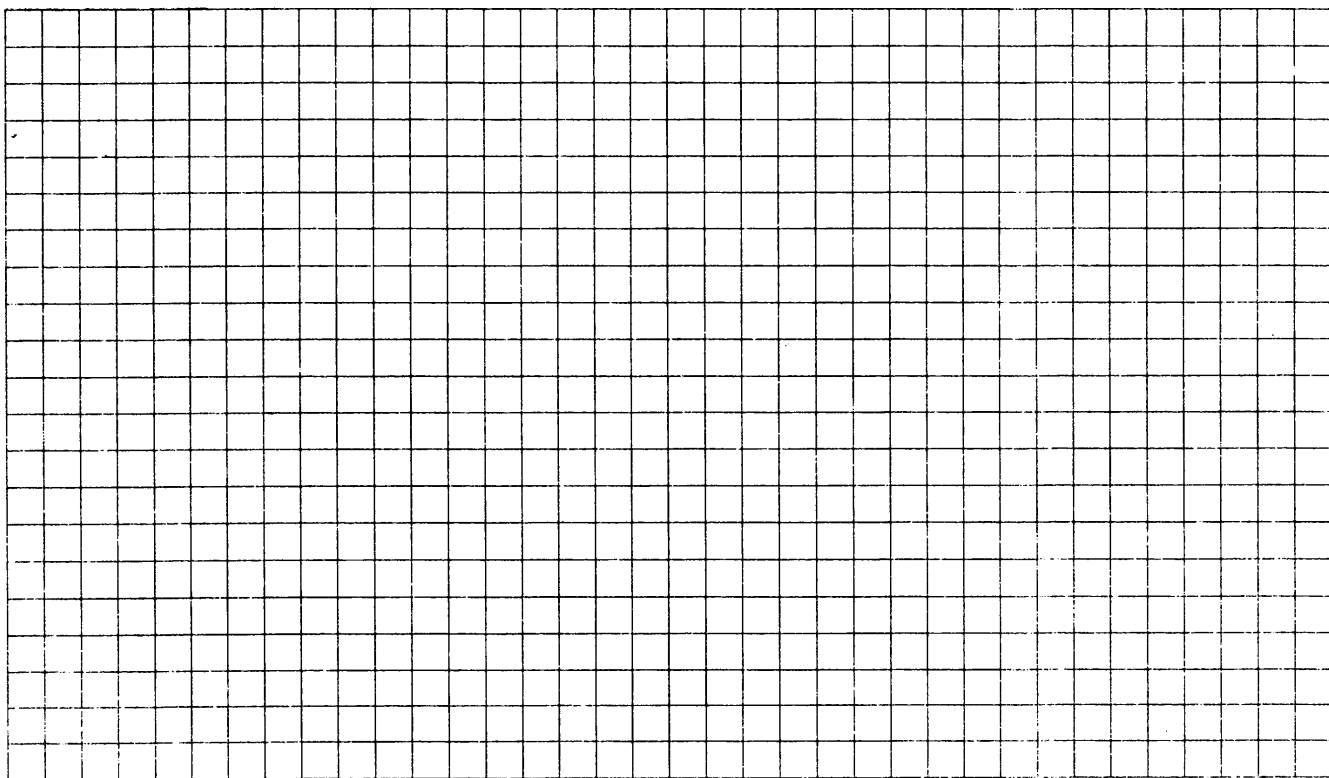
8. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Биссектрисы углов A и B пересекают прямую CD в точках M и N , причем $MN = 12$. Найдите стороны параллелограмма.



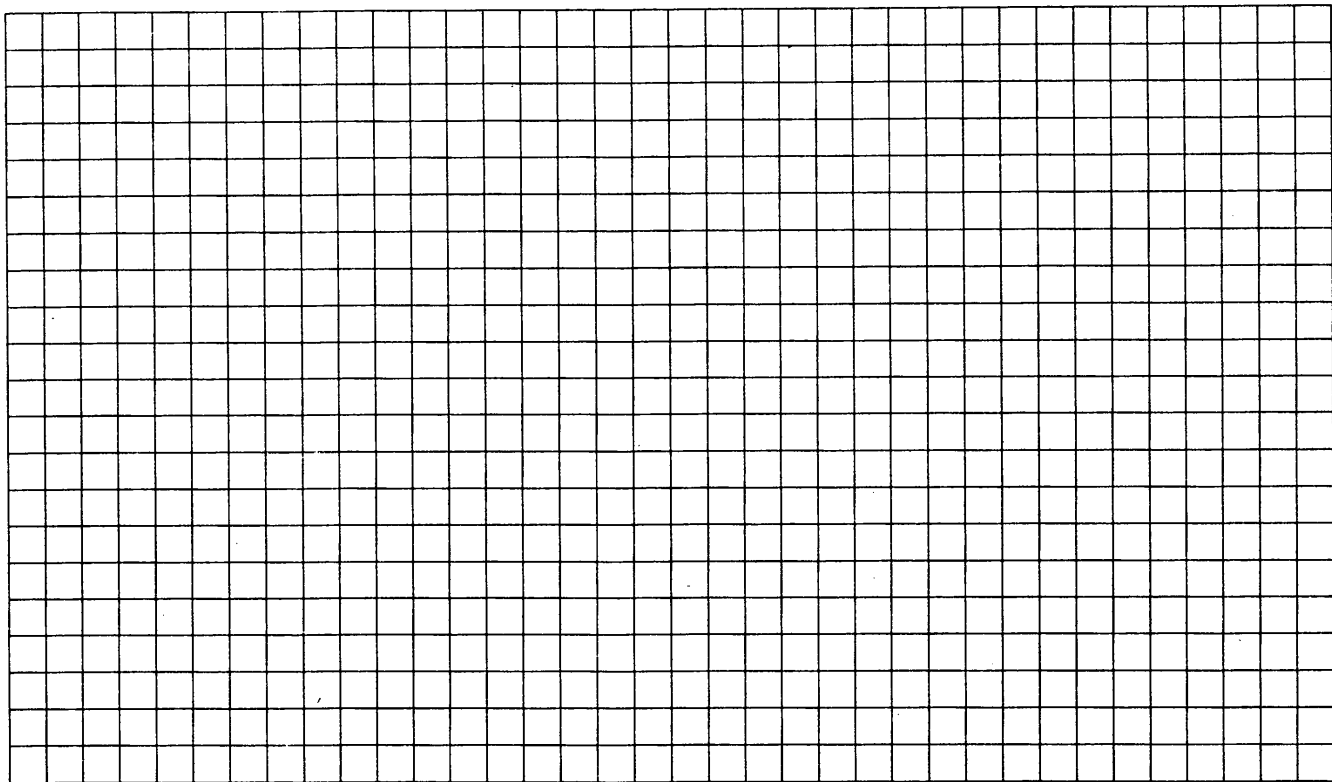
9. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.



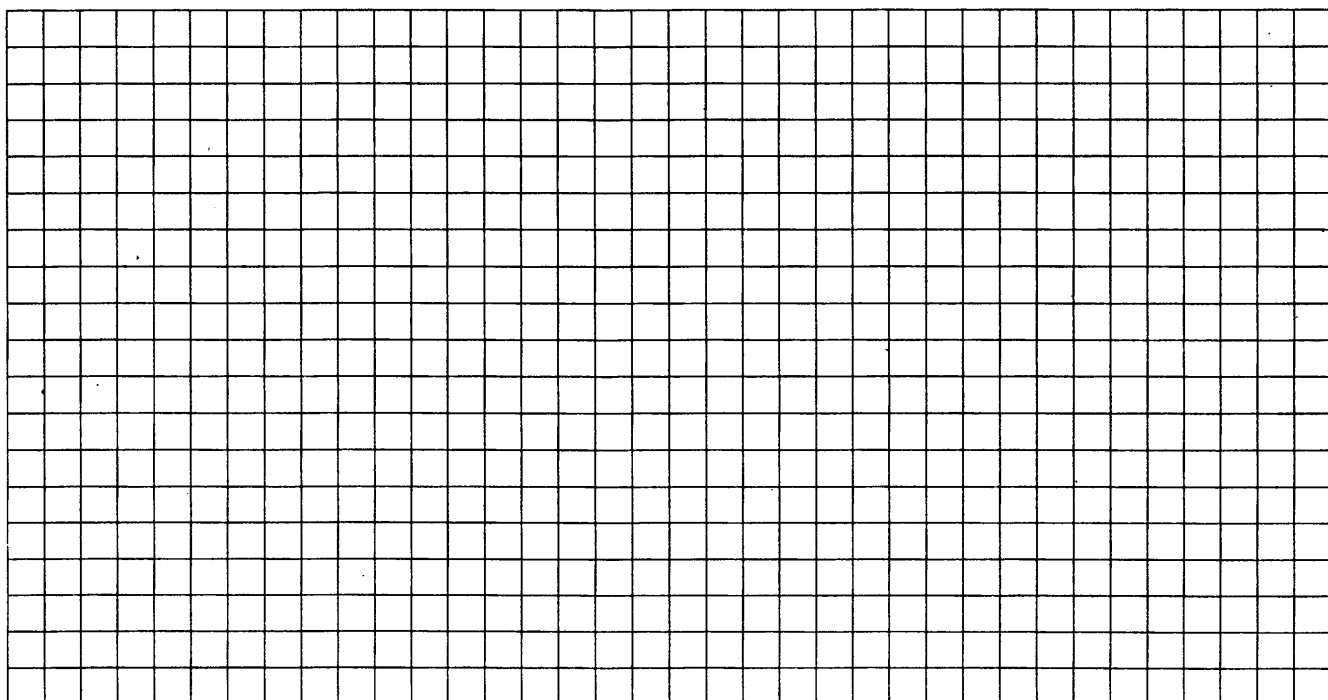
10. Найдите высоту прямоугольного треугольника, опущенную на гипотенузу, если известно, что основание этой высоты делит гипотенузу на отрезки, равные 1 и 4.



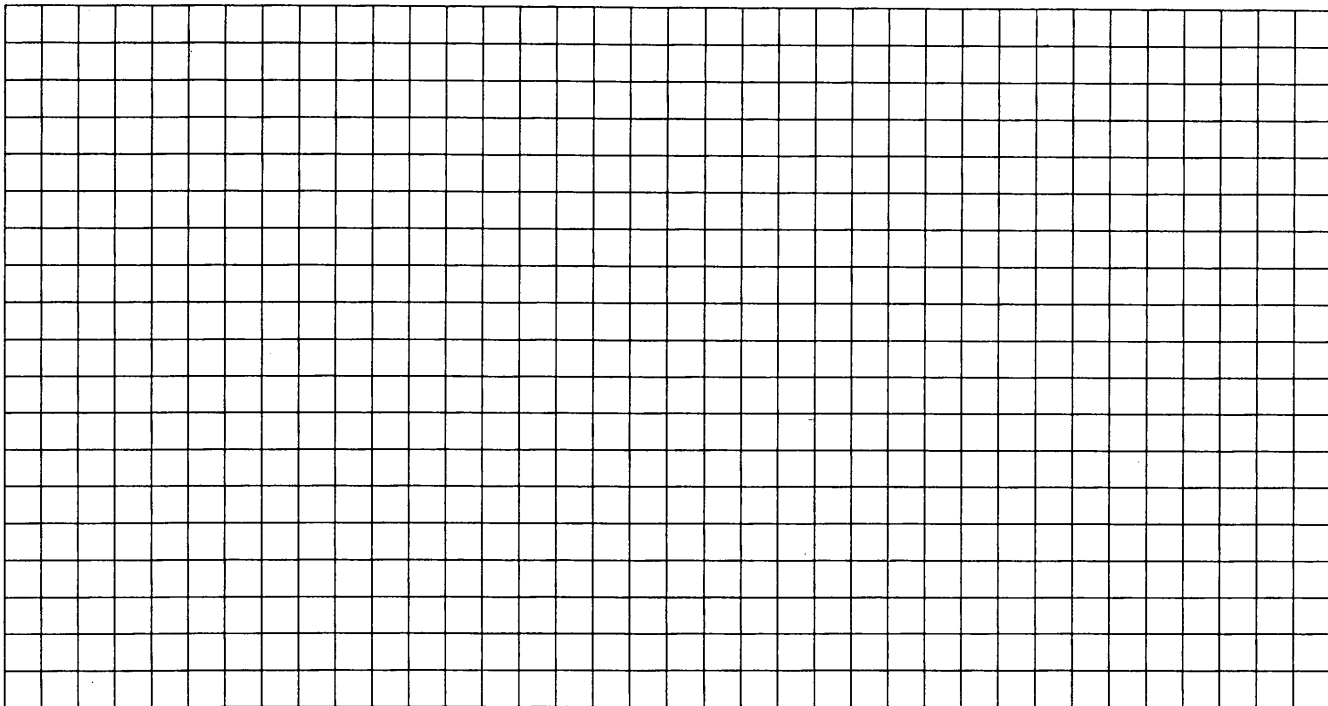
11. На сторонах AB и AC треугольника ABC расположены точки K и L , причем $AK : KB = 4 : 7$ и $AL : LC = 3 : 2$. Прямая KL пересекает продолжение стороны BC в точке M . Найдите отношение $CM : BC$.



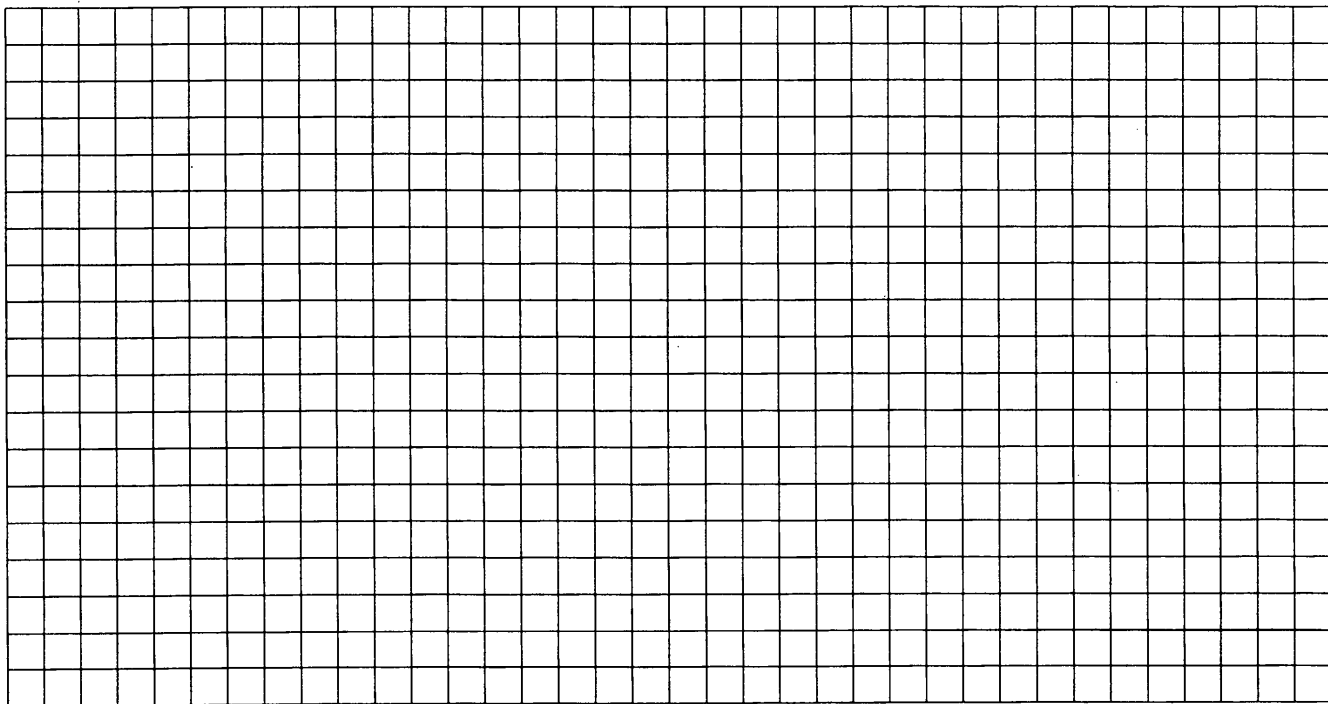
12. Через точки M и N , делящие сторону AB треугольника ABC на три равные части, проведены прямые, параллельные стороне BC . Найдите площадь части треугольника, заключенной между этими прямыми, если площадь треугольника ABC равна 1.



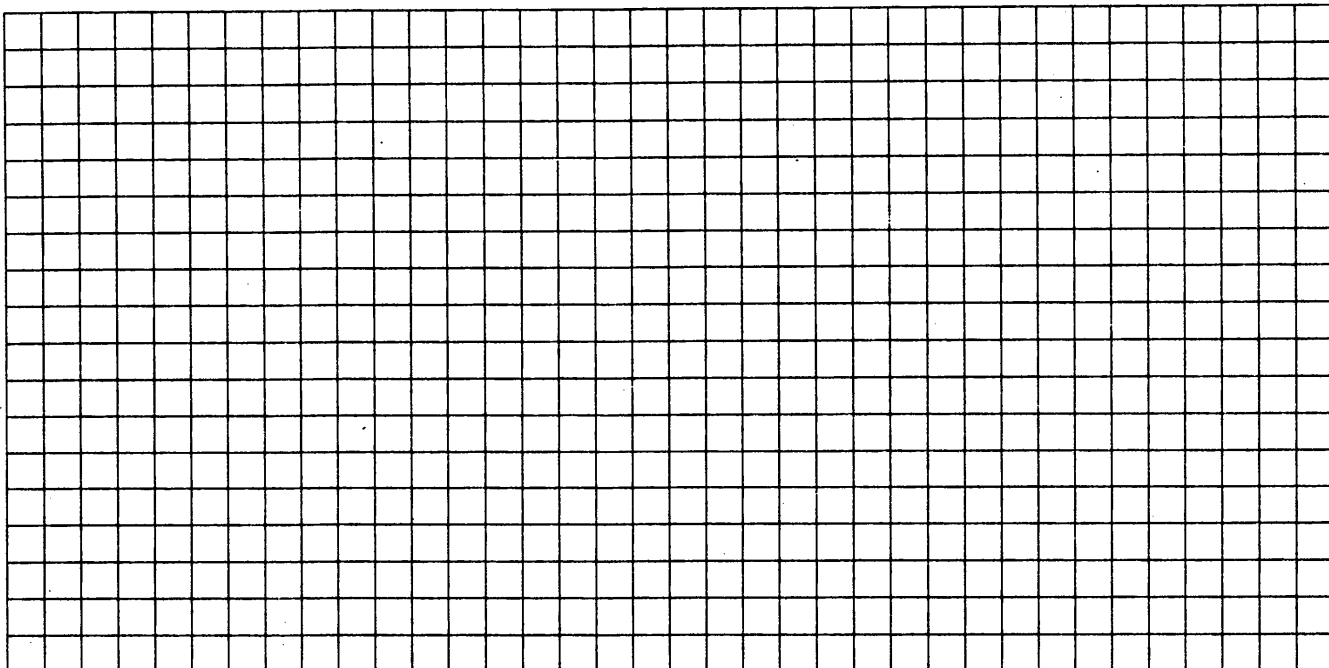
- 13.** Из одной точки проведены к окружности две касательные. Длина каждой касательной равна 12, а расстояние между точками касания равно 14,4. Найдите радиус окружности.



- 14.** Окружности радиусов 8 и 3 касаются внутренним образом. Из центра большей окружности проведена касательная к меньшей окружности. Найдите расстояние от точки касания до центра большей окружности.

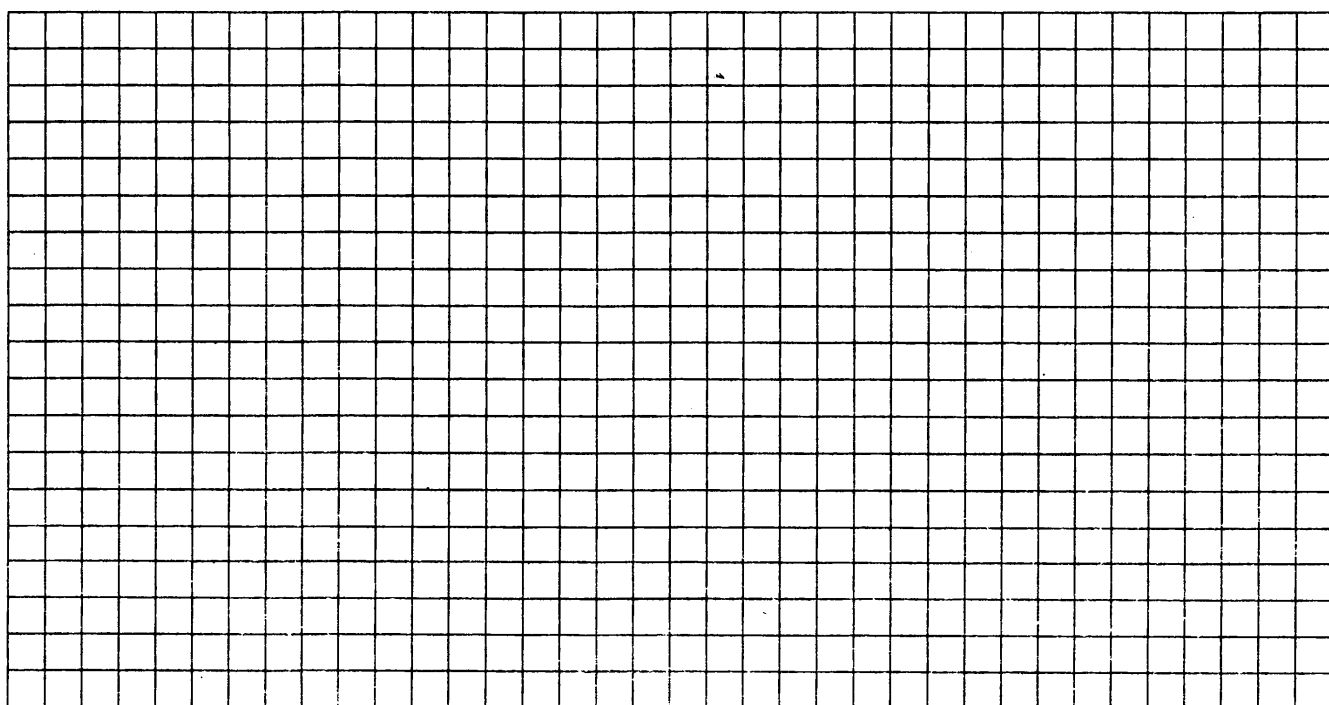


15. Окружность касается сторон угла с вершиной O в точках A и B . На этой окружности внутри треугольника AOB взята точка C . Расстояния от точки C до прямых AO и BO равны соответственно 8 см и 18 см. Найдите расстояние от точки C до прямой AB .

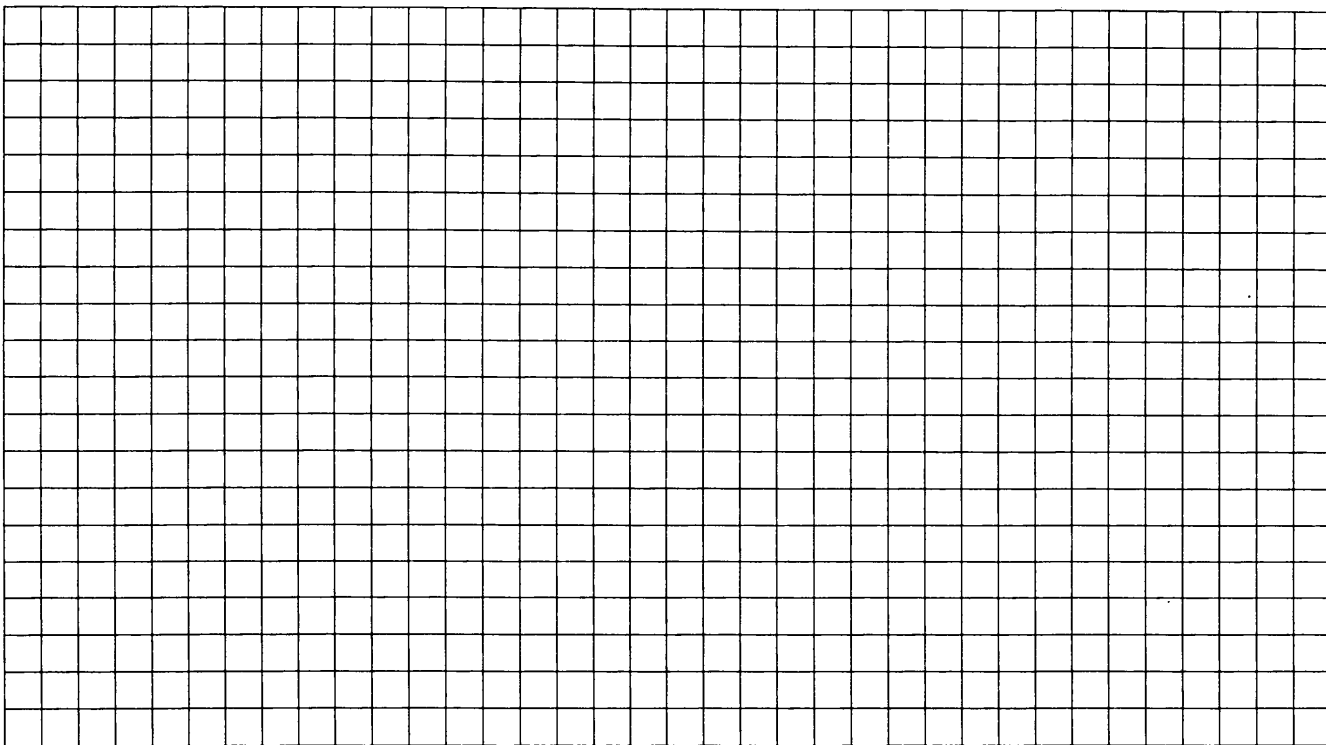


Зачетные задания

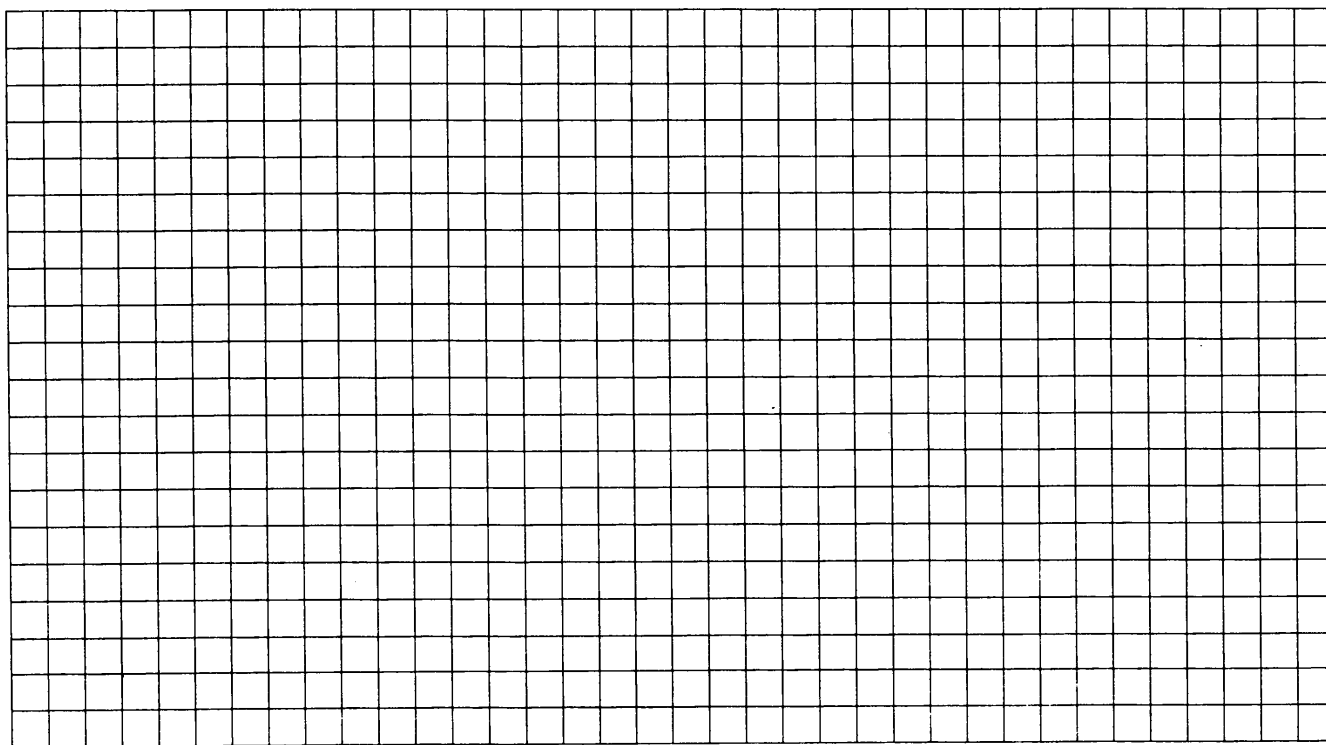
1. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AB и AC равны 4 и 3 соответственно. Точка D делит гипотенузу BC пополам. Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ADC и ABD .



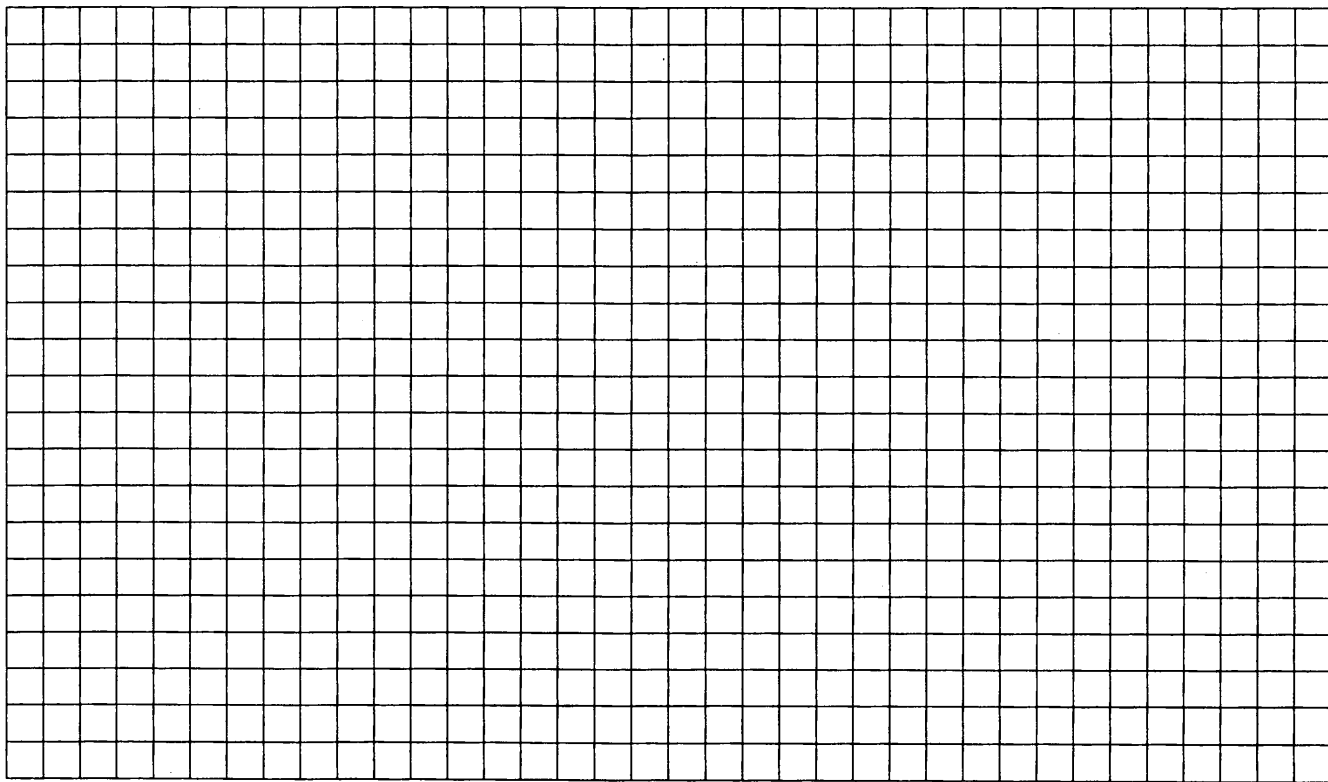
- 2.** Средняя линия трапеции равна 4, углы при одном из оснований равны 40° и 50° . Найдите основания трапеции, если отрезок, соединяющий середины оснований, равен 1.



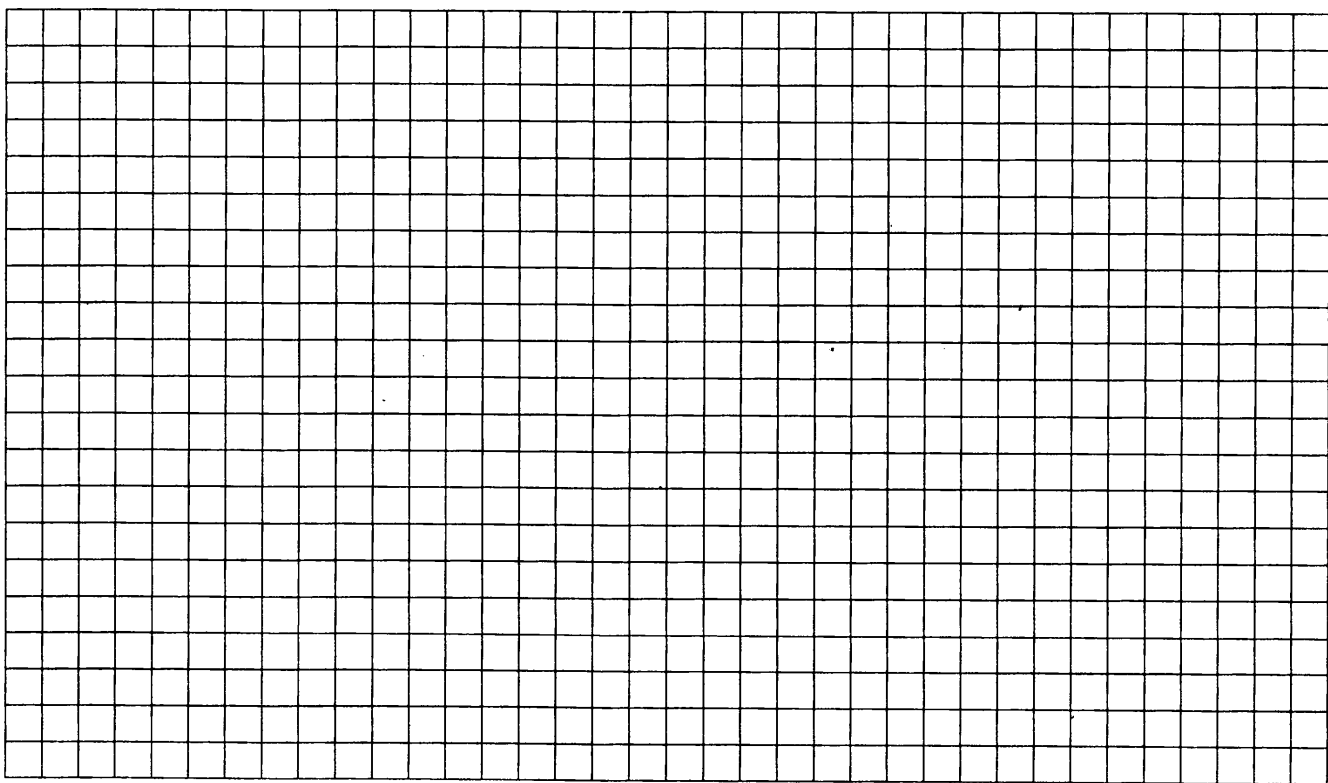
- 3.** Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, равны между собой. Найдите площадь четырехугольника, если его диагонали равны 8 и 12.



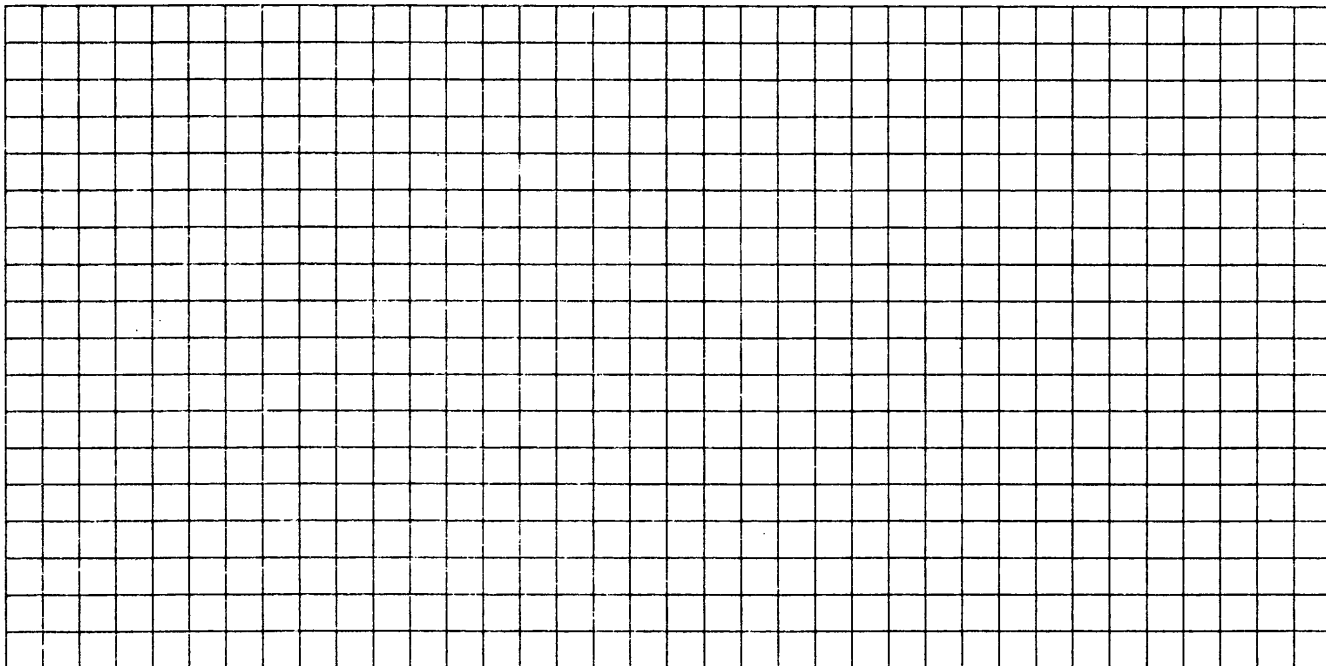
4. Диагональ равнобедренной трапеции равна 10 и образует угол 60° с основанием. Найдите среднюю линию трапеции.



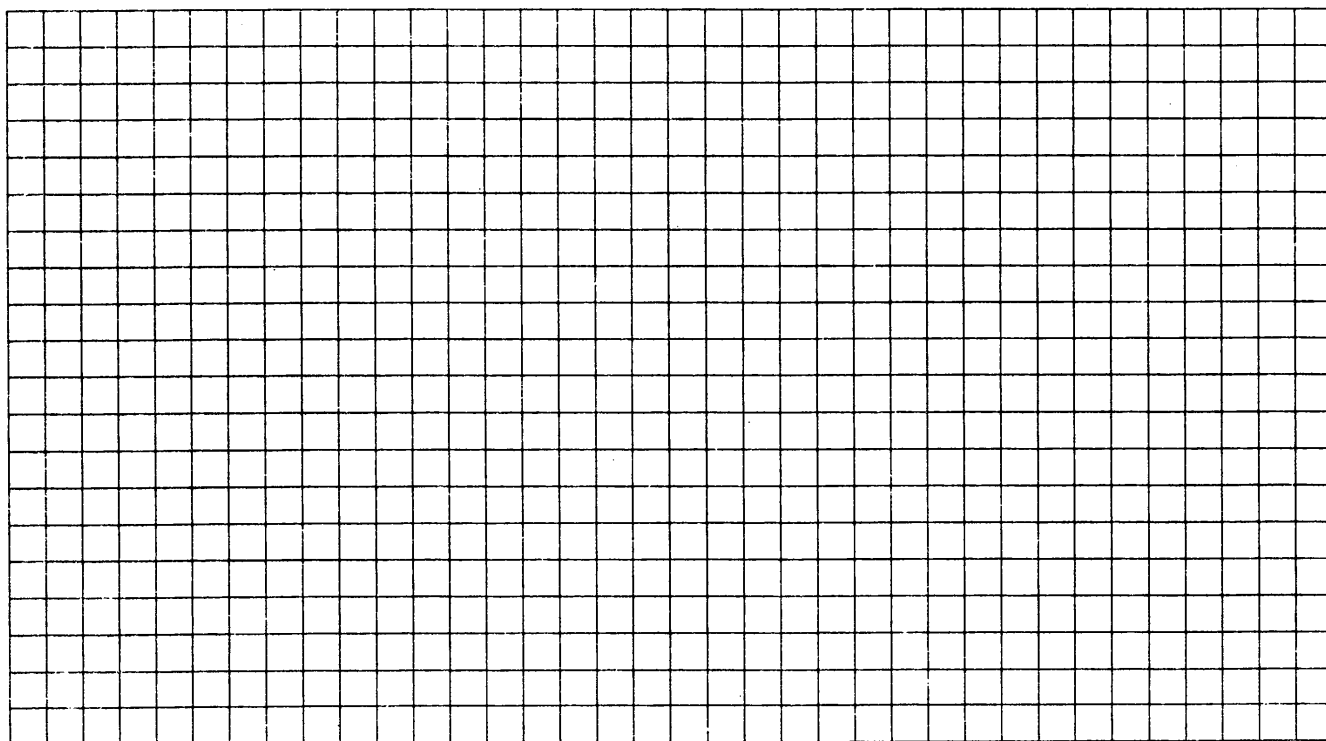
5. В треугольнике ABC известно, что $AB = 8$, $AC = 6$, $\angle BAC = 60^\circ$. Найдите биссектрису AM .



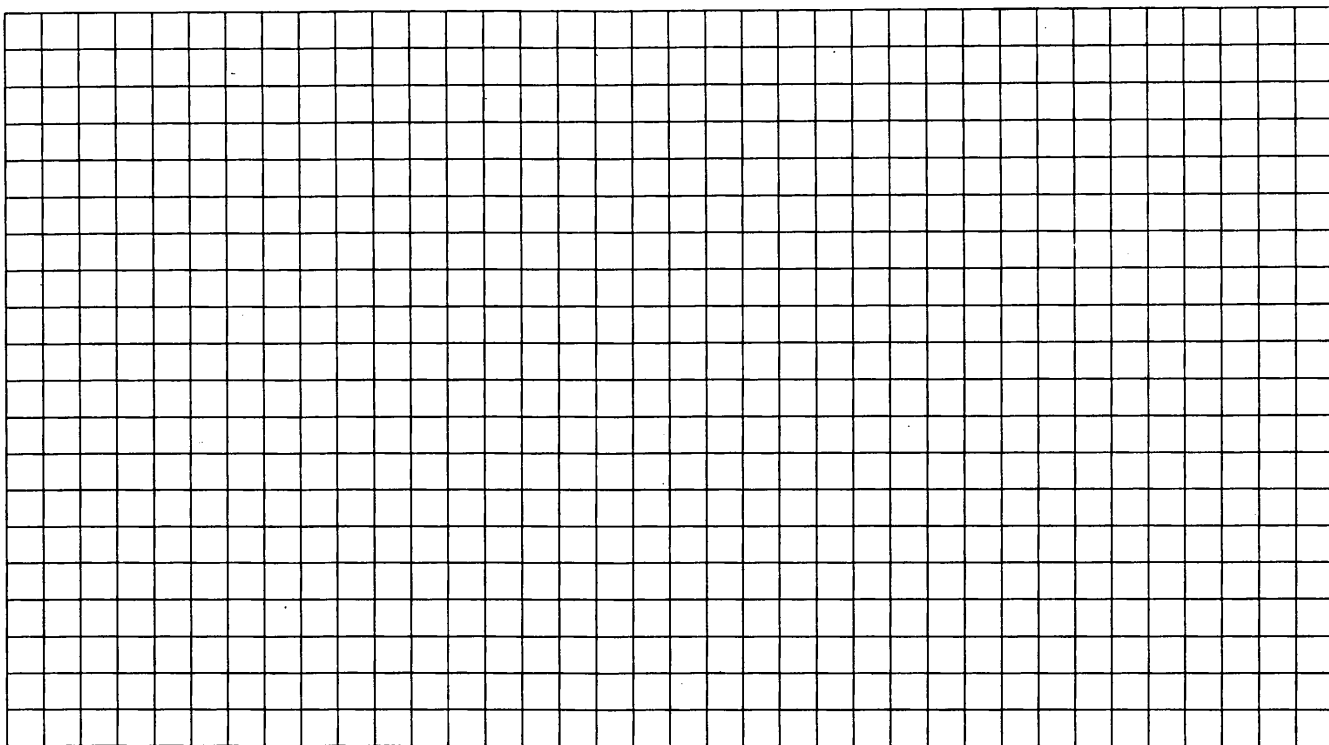
6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) на стороне BC взята точка D так, что $BD : DC = 1 : 4$. В каком отношении прямая AD делит высоту BE треугольника ABC , считая от вершины B ?



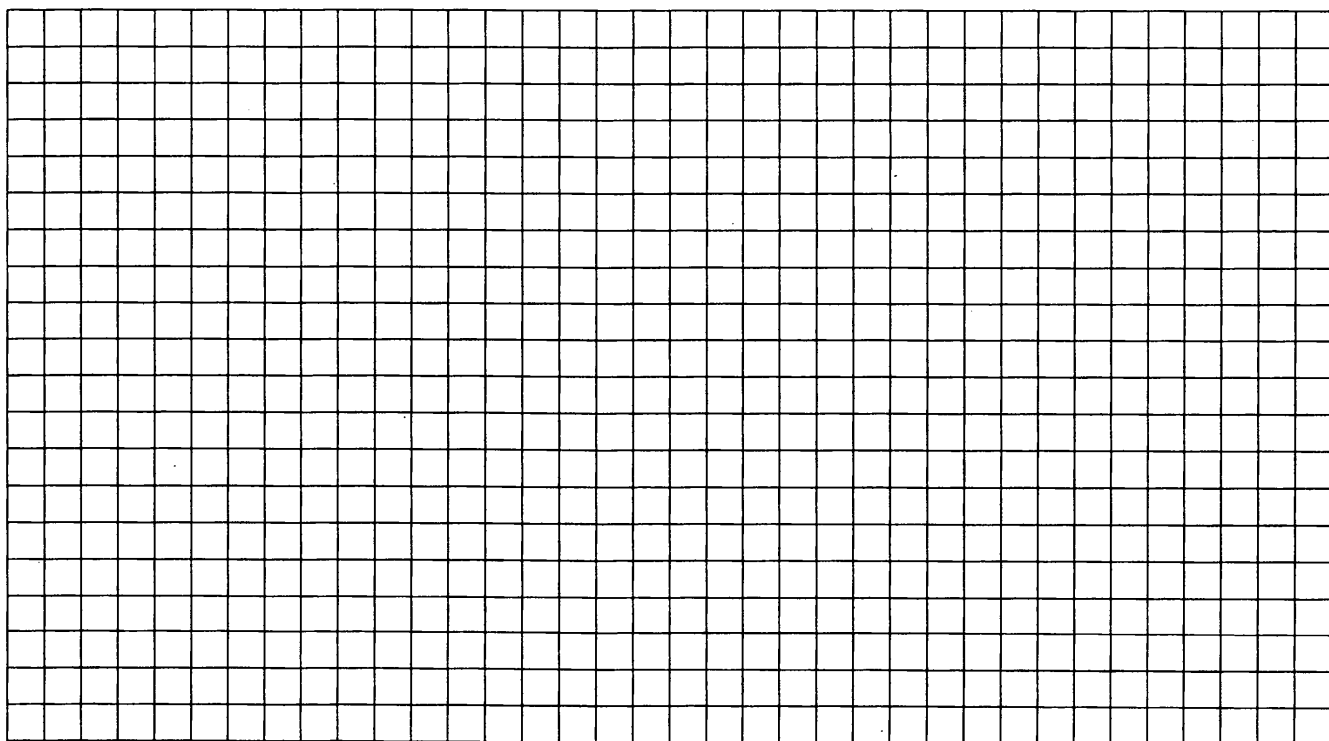
7. Сторона треугольника равна 36. Прямая, параллельная этой стороне, делит площадь треугольника пополам. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного между сторонами треугольника.



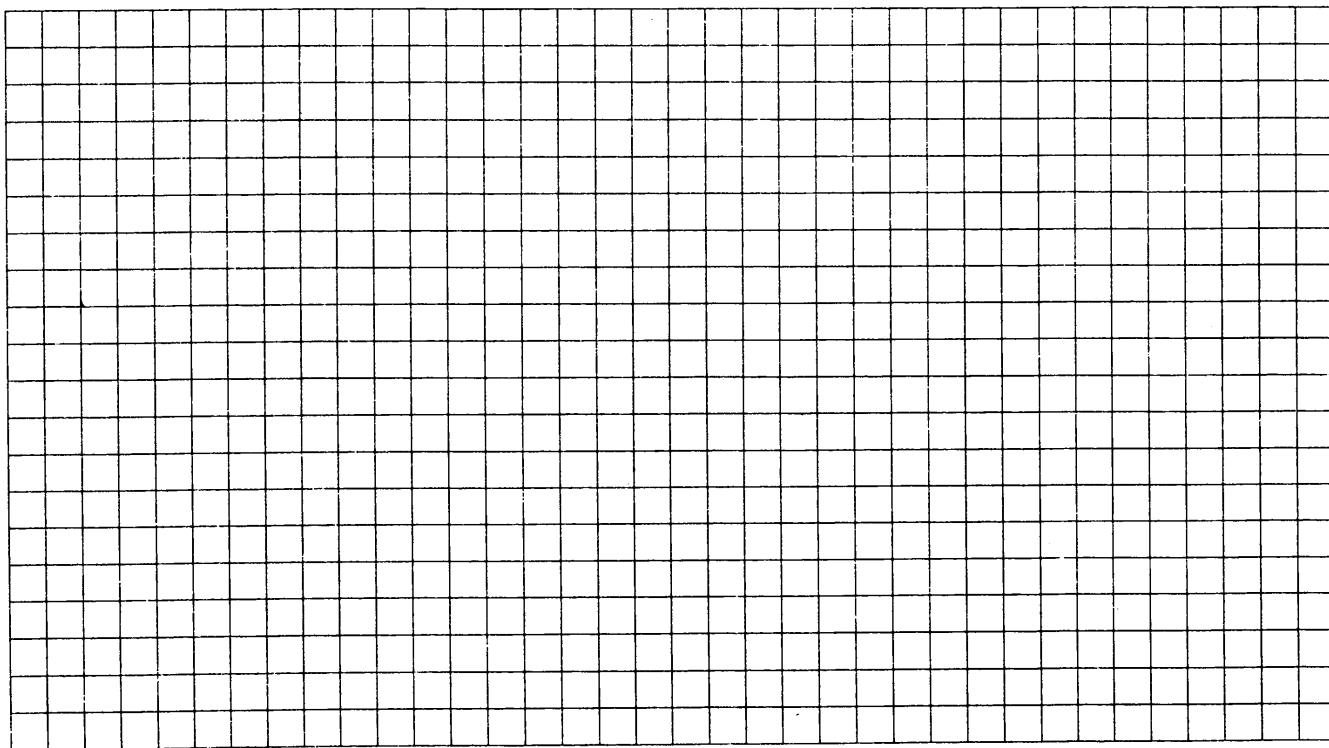
8. Окружность с центром O касается двух параллельных прямых. Проведена касательная к окружности, пересекающая эти прямые в точках A и B . Найдите угол AOB .



9. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки, равные 5 и 12. Найдите катеты треугольника.



- 10.** Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник. Найдите радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней равны 6 и 4.

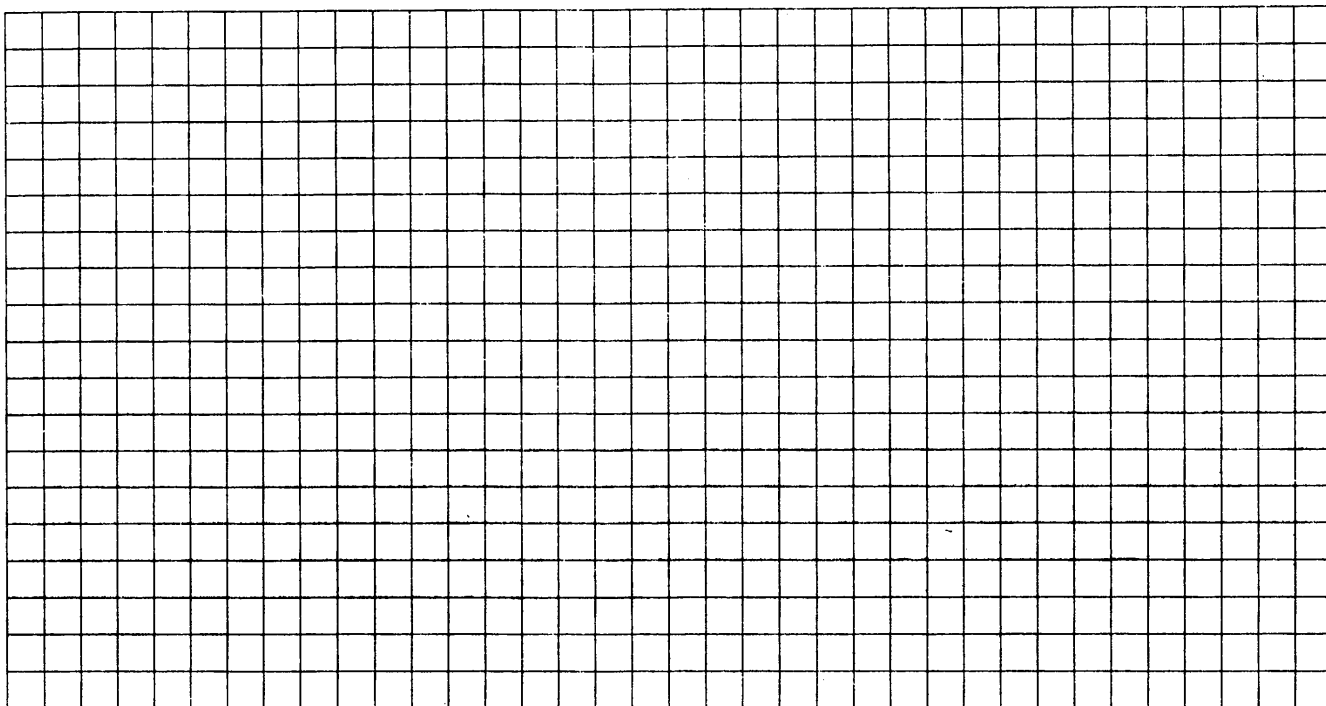


ЗАДАЧА С5

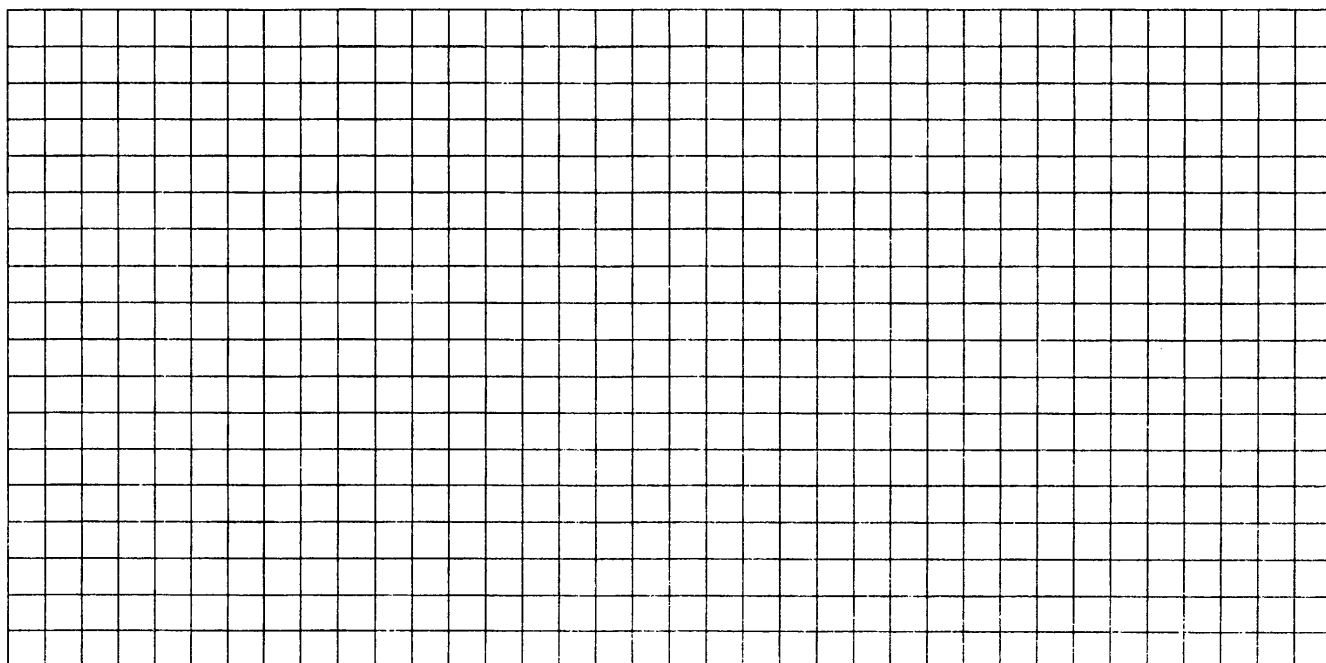
Подготовительные задания

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно один отрицательный корень уравнение

$$x^4 + (a-1)x^3 + x^2 + (a-1)x + 1 = 0.$$



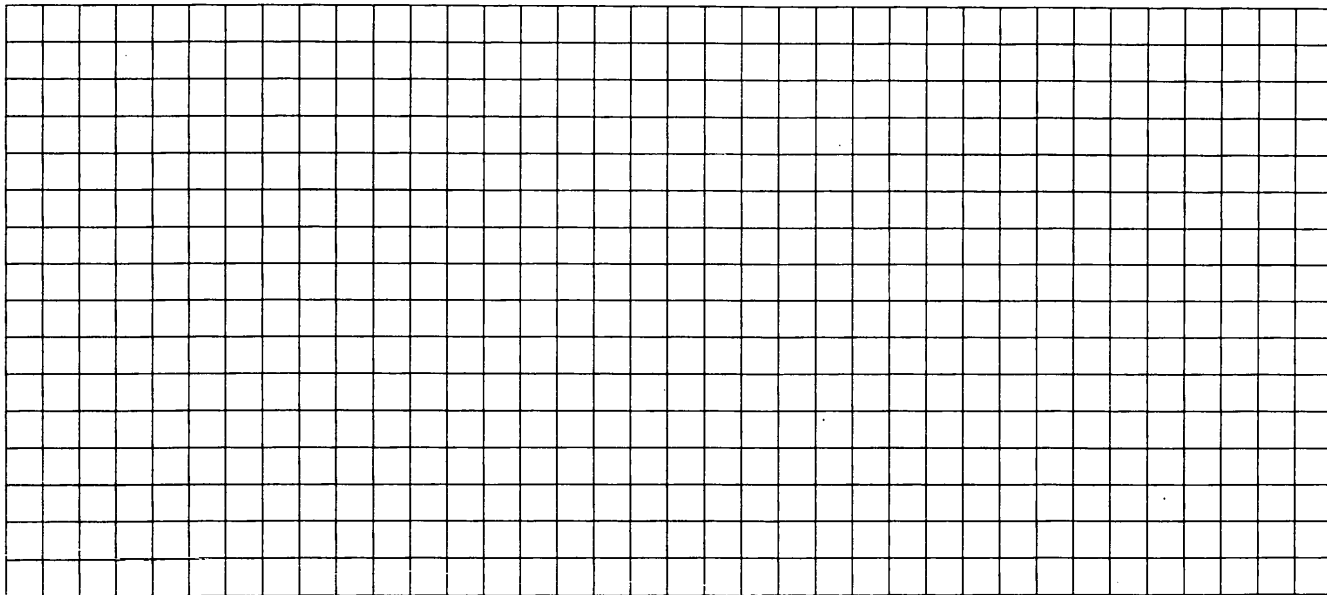
2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно один корень уравнение $x|x+2a|+1=a$.



3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sin x + \sin^{2011} x + \sin^{2011} y + \sin^{2013} y = a^{2013} + 2a^{2011} + a, \\ \sin x + \sin^{2011} x + a^{2013} = \sin^{2011} y + \sin^{2013} y + a, \\ \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z = a^2. \end{cases}$$

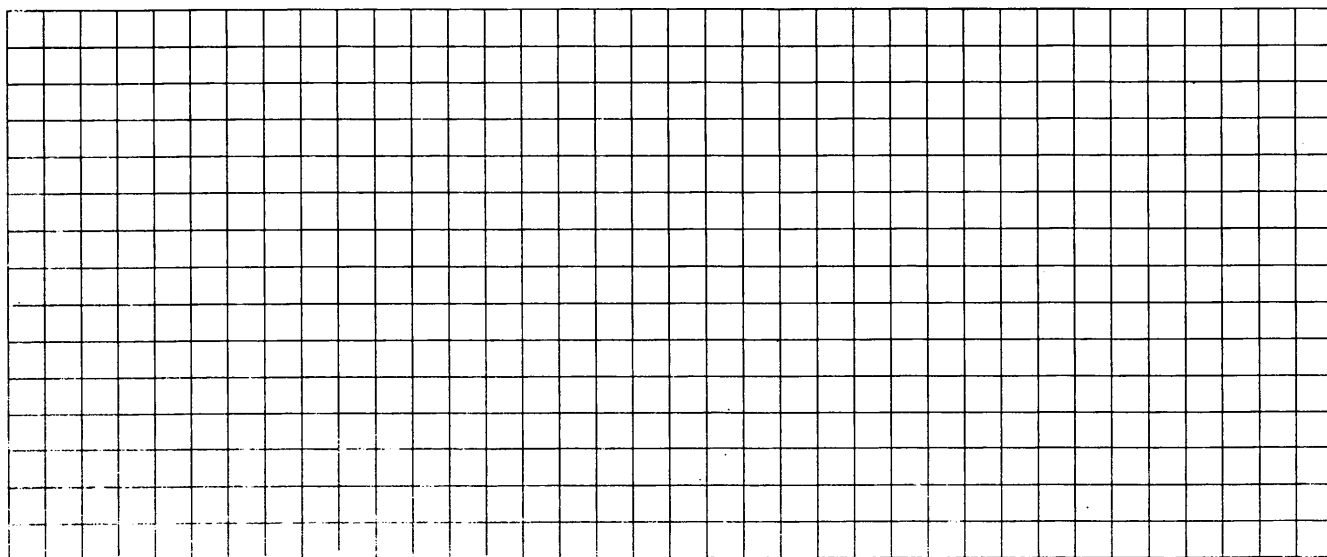
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a .



4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a + \sqrt{y} = 2 \sin x, \\ y^2 + z^2 = 2a, \\ (a - 1)^2 = |z^2 + 2z| + |\sin 2x| + 1 \end{cases}$$

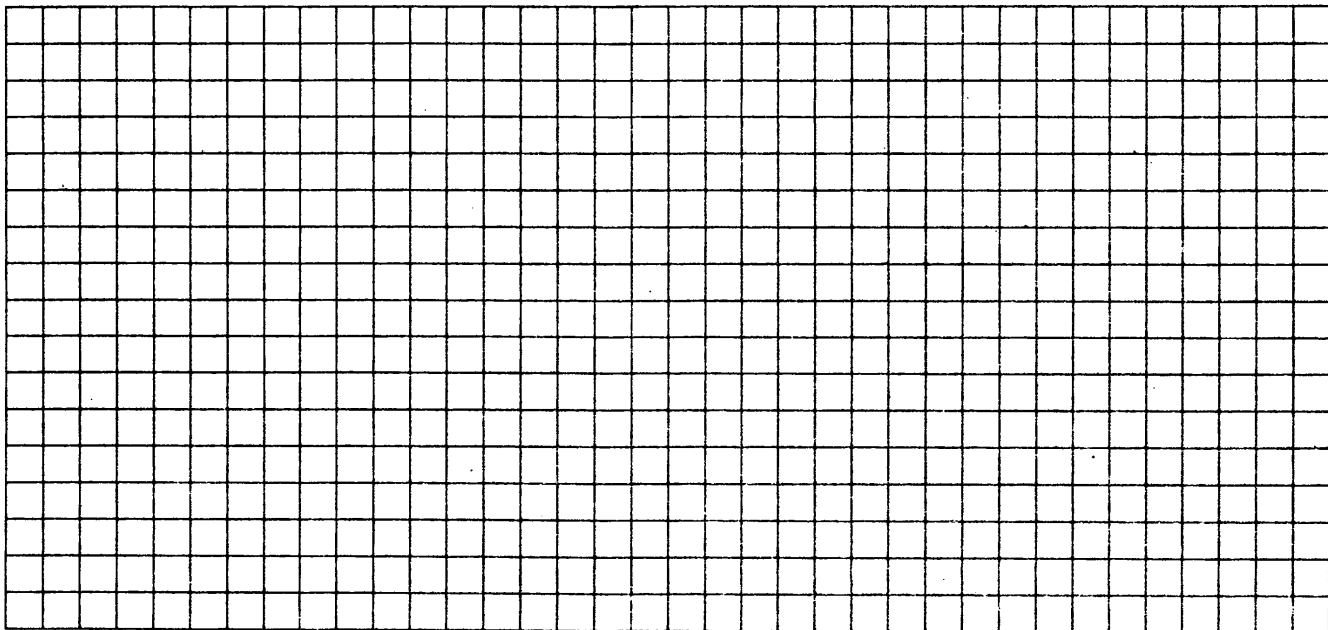
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a .



5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

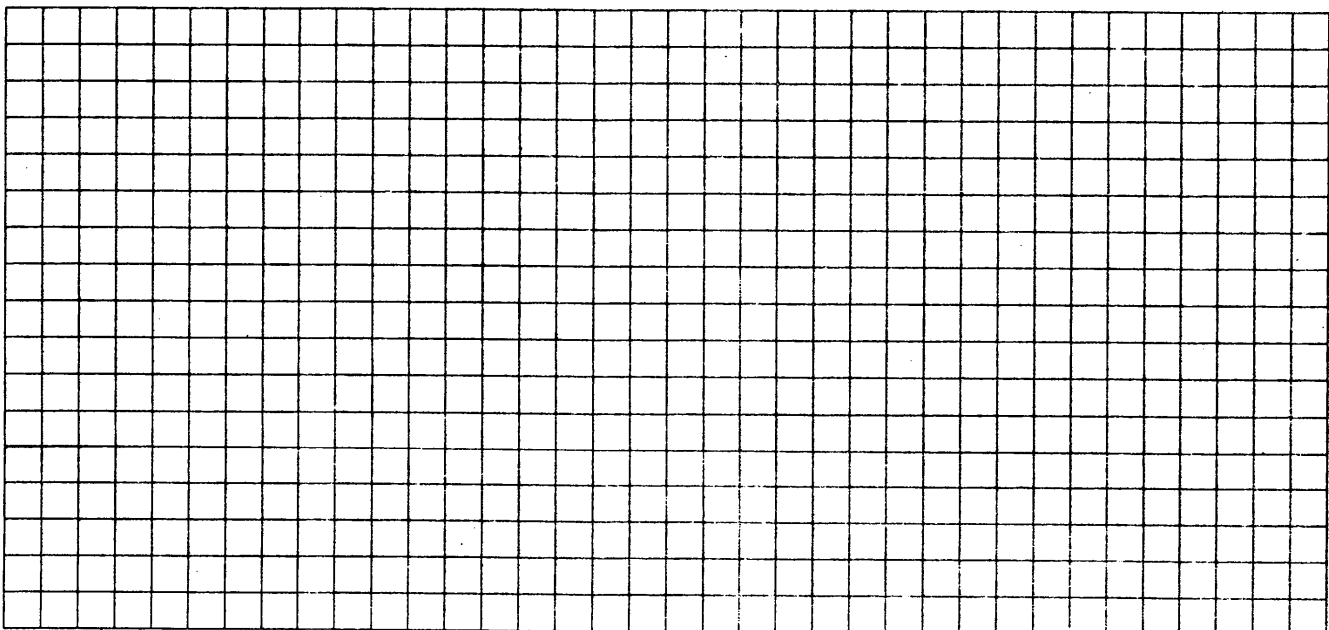
$$\begin{cases} \cos^{2012} x = \sqrt{y} + |a| + a + 1, \\ \cos^{2012} y = \sqrt{z} + |a| + a + 1, \\ \cos^{2012} z = \sqrt{x} + |a| + a + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a .

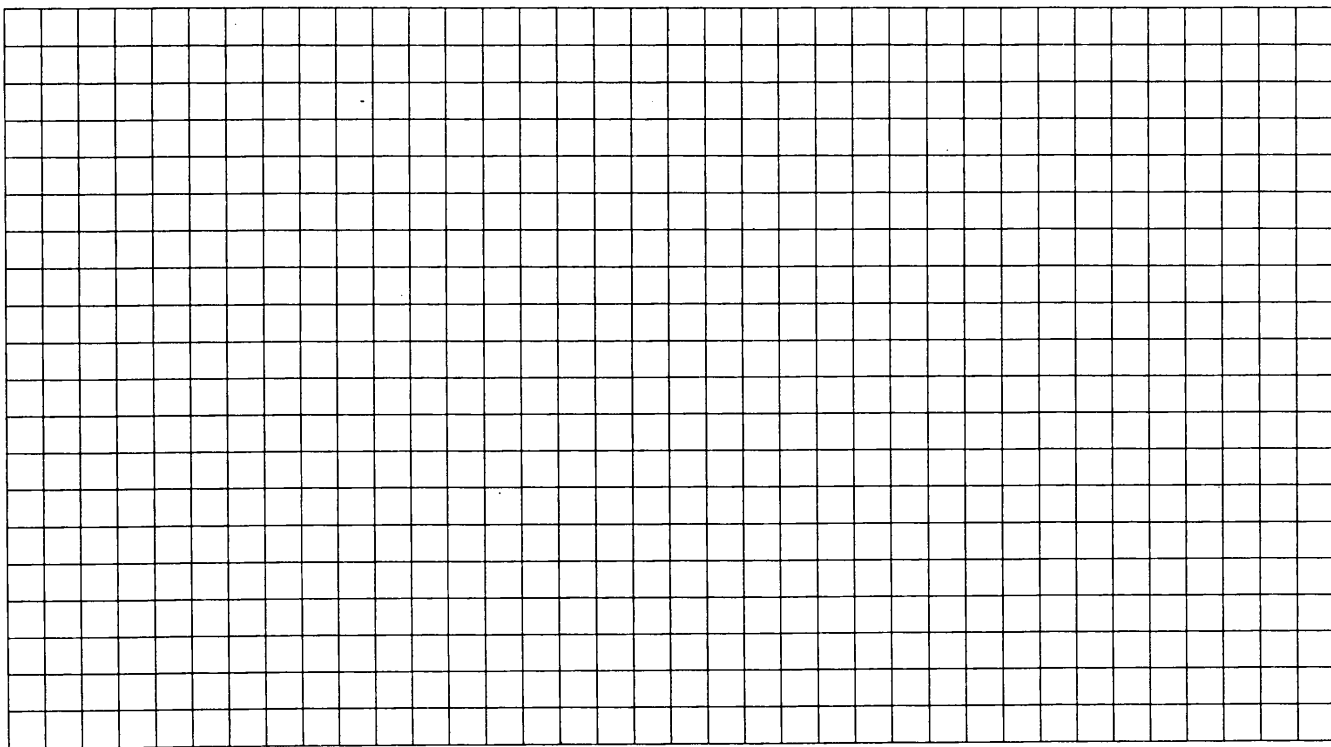


6. При каждом значении параметра a решите систему уравнений

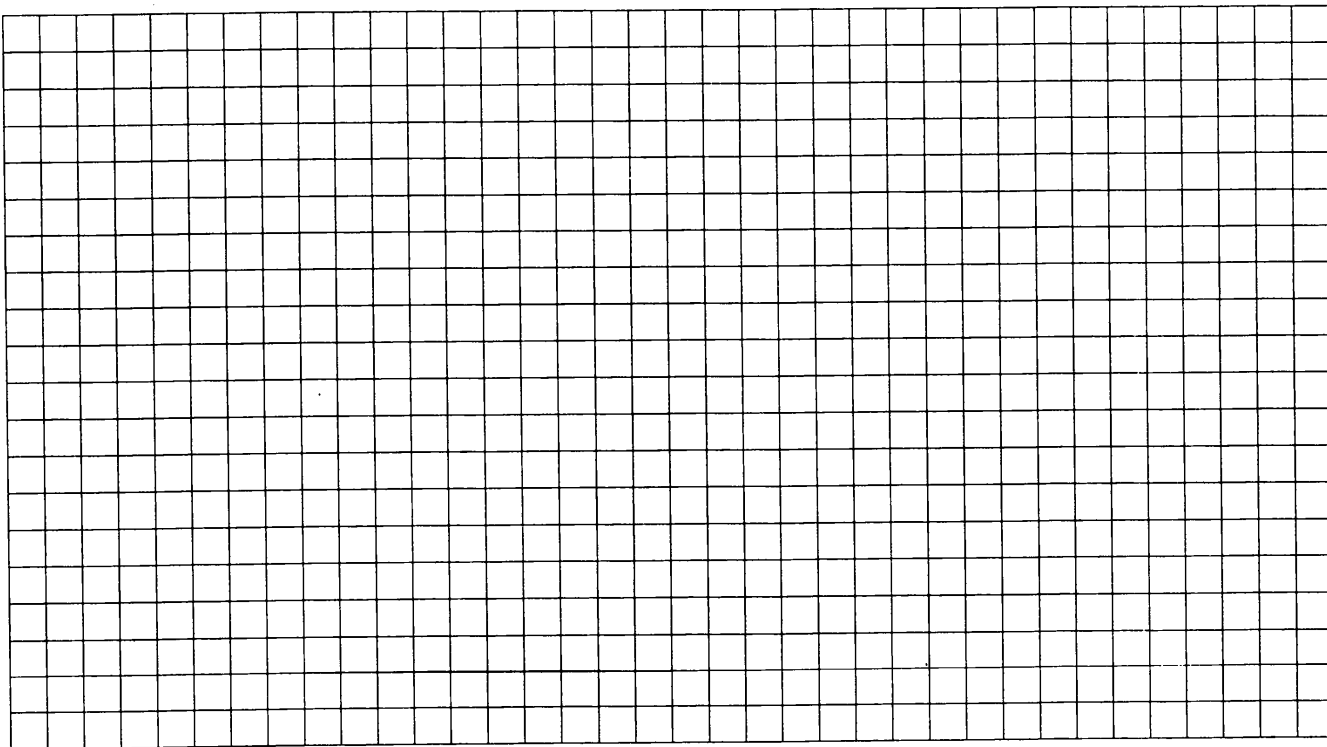
$$\begin{cases} \frac{2 \sin x + 3}{\cos y} = a, \\ \frac{\cos y}{2 \sin x + 3} = 2a - 1. \end{cases}$$



7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax^2 + 4x + a = 3$ имеет более одного корня.

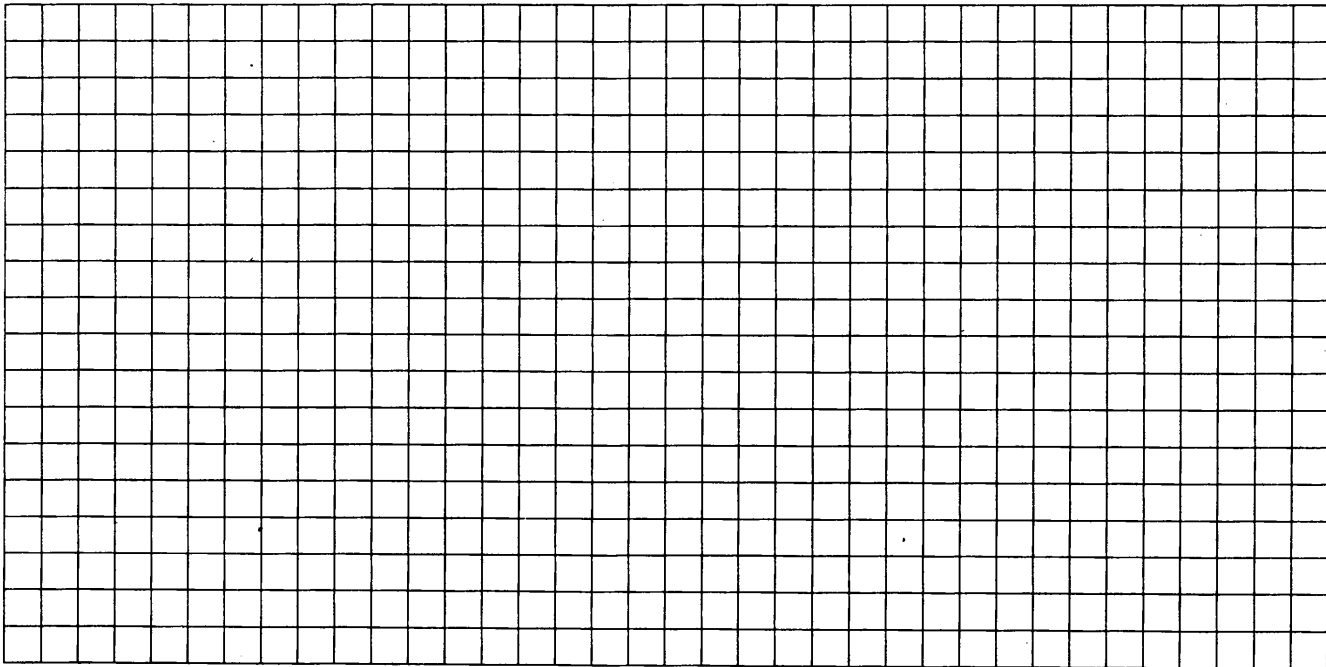


8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
- $$8x^6 + (a - x)^3 + 2x^2 = x - a$$
- имеет хотя бы один корень.

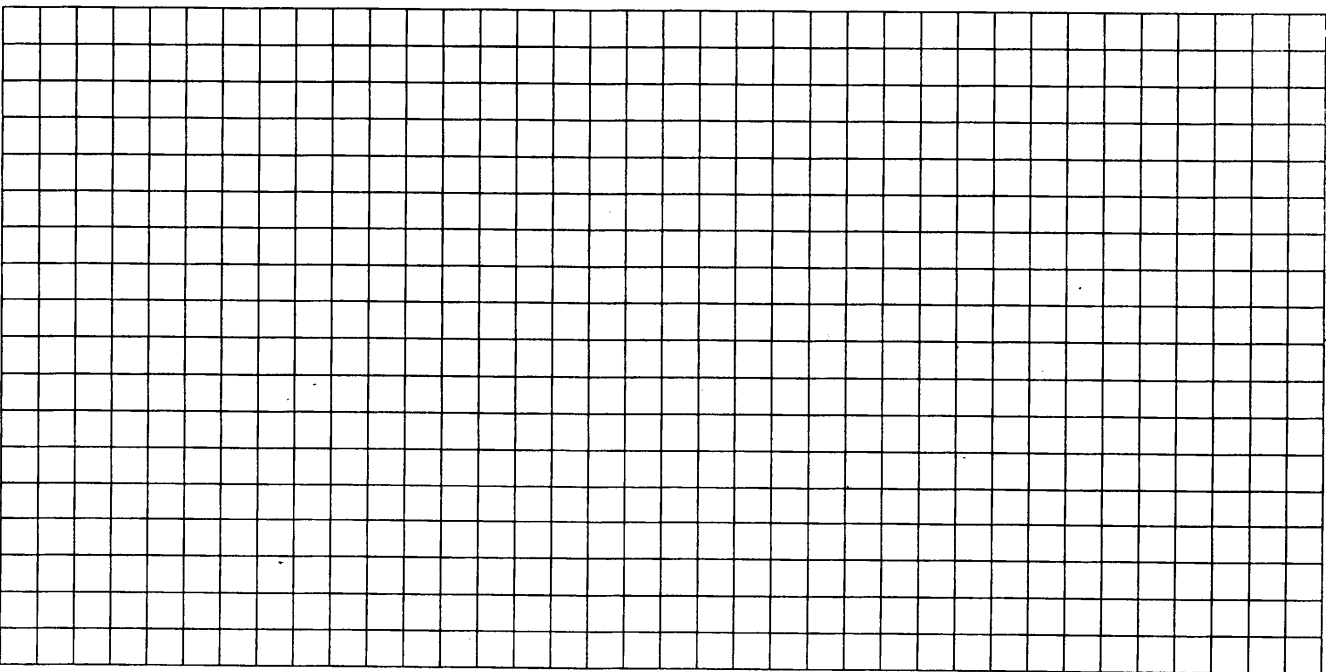


9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений

$$\begin{cases} (x - \sqrt{4 - z})^2 + (y - \sqrt{z})^2 = 1, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 9. \end{cases}$$



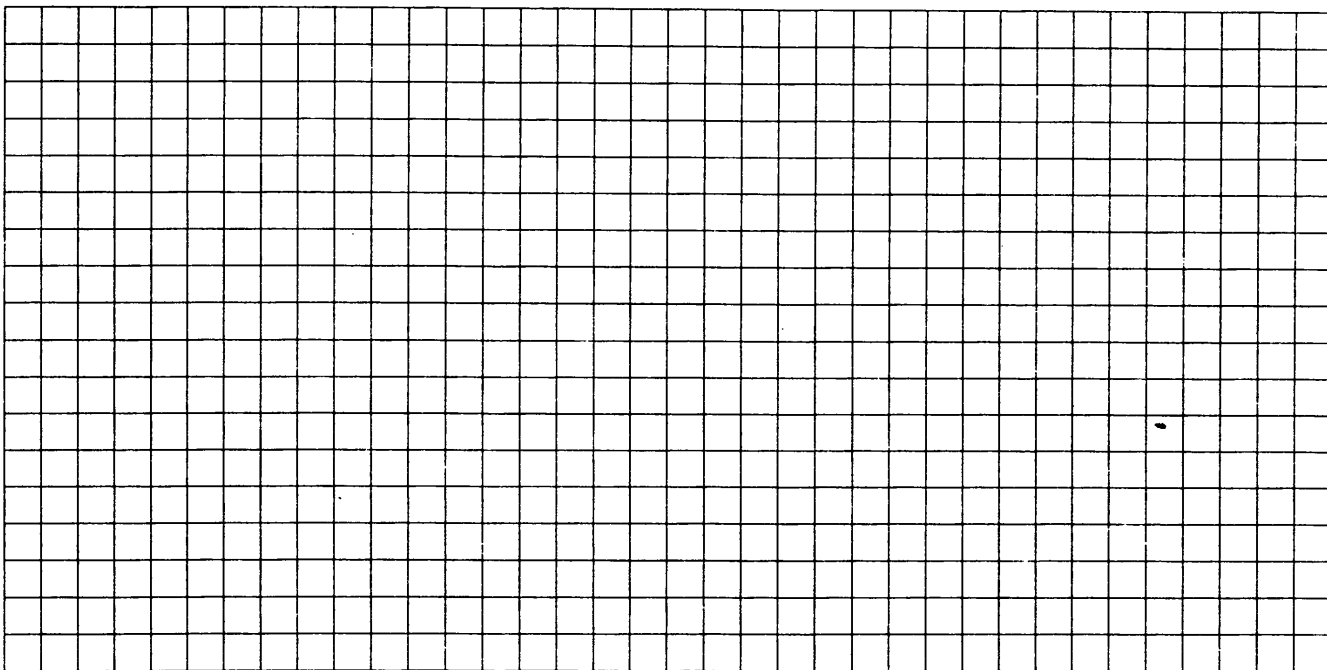
10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^3 + \left(\frac{4}{x}\right)^3 + 16 = 2a^2$ имеет единственный корень.



- 11.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

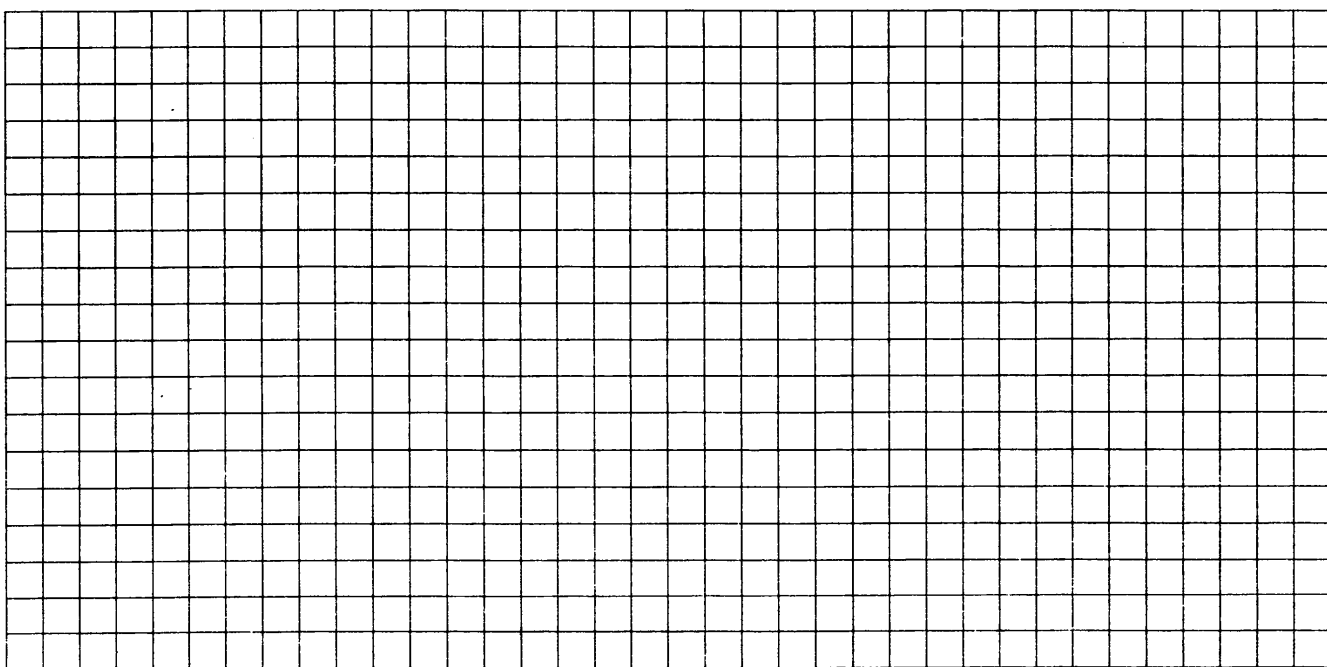
$$x + 2|x - 3| - 3|x - a - 4| = 7|x - a|$$

имеет хотя бы один корень.



- 12.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

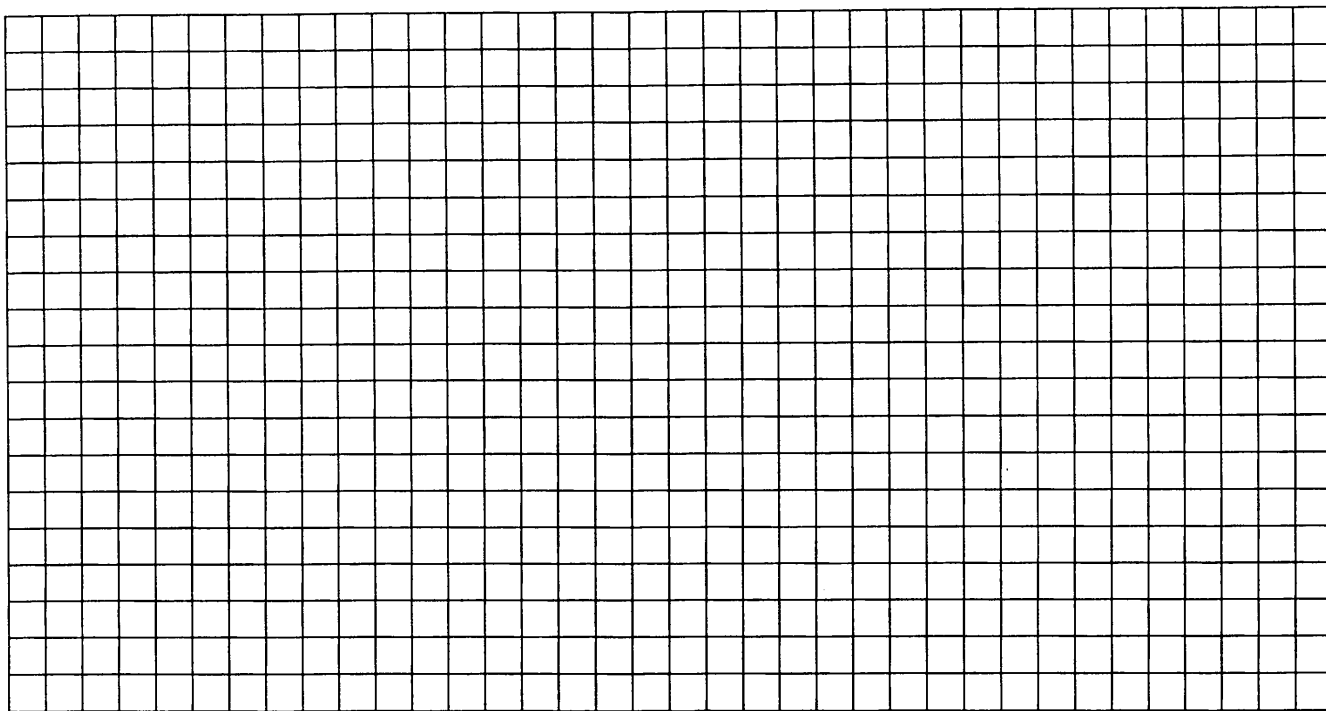
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4 = 4(x + y), \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = a^2. \end{cases}$$



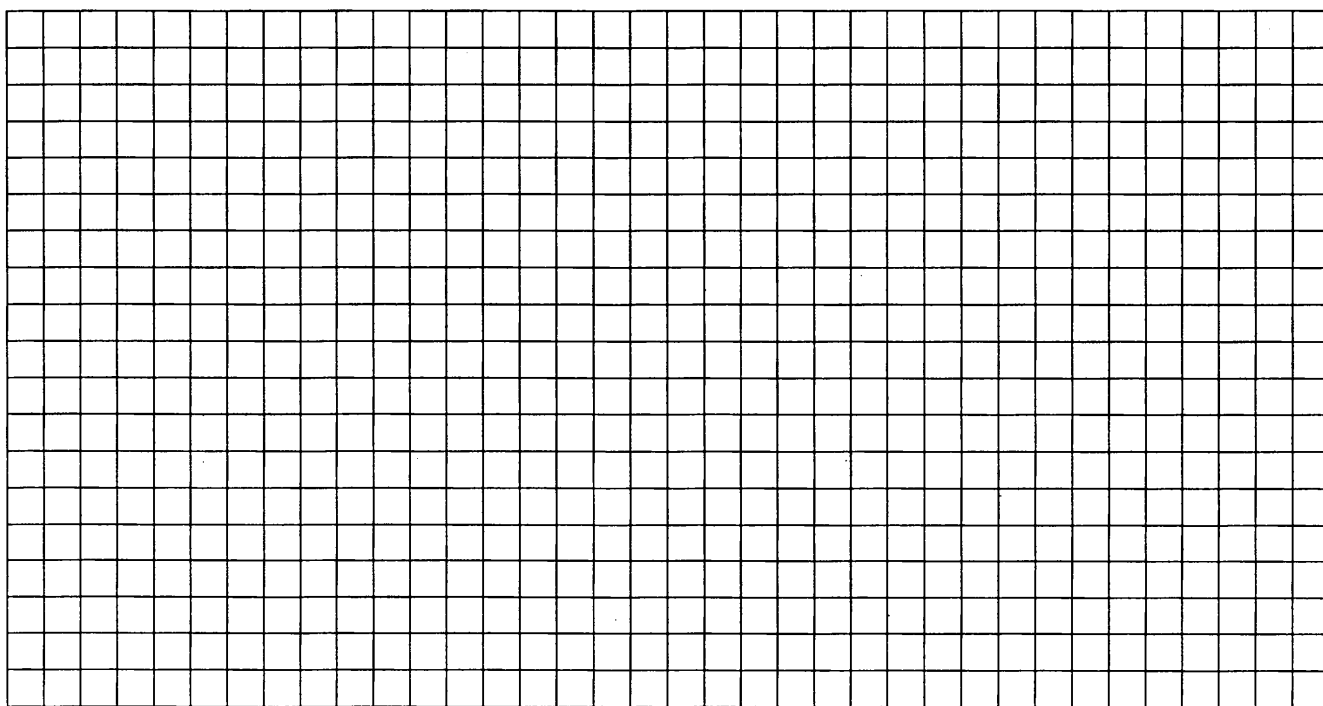
13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$7x + 3|x + a| - 2|x - 3| \geq 6$$

выполняется для любого значения $x \in [0; 7]$.



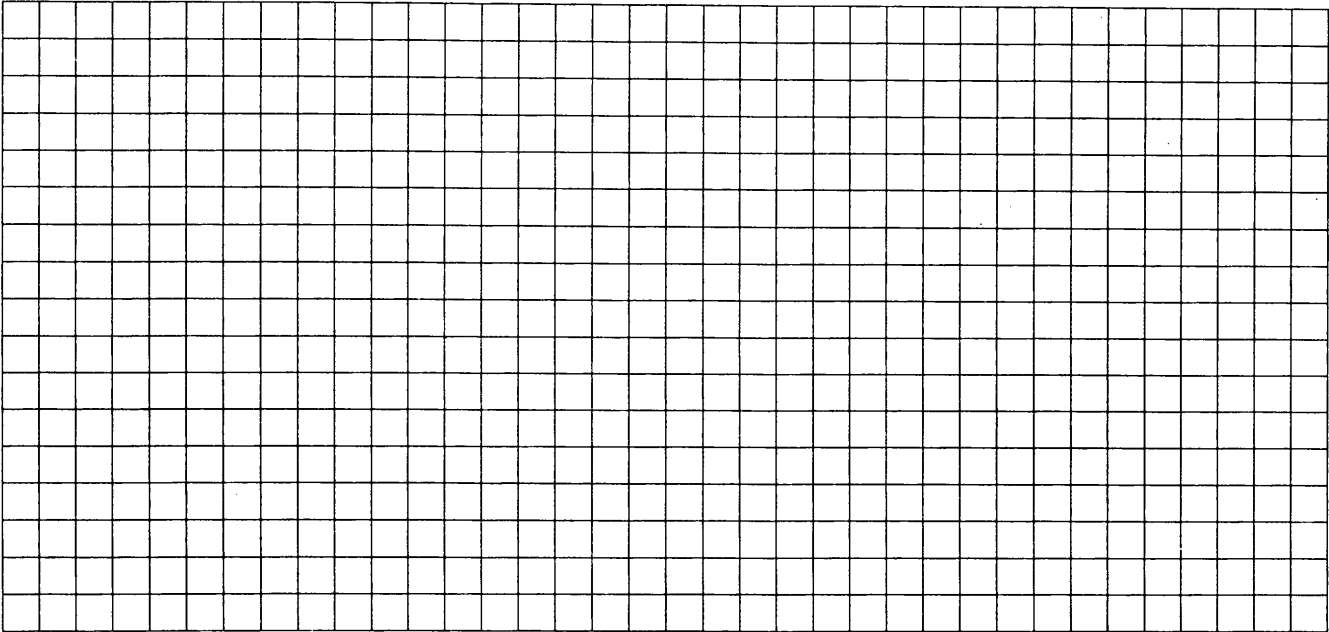
14. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых число 9 является решением неравенства $(x - 9)(x - 16)\sqrt{a^2 - 8a \log_8(x - 8) - 9} \geq 0$, а число 16 не является решением этого неравенства.



15. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\cos 2x - 2(a + 1) \cos x - 4a - 11 = 0$$

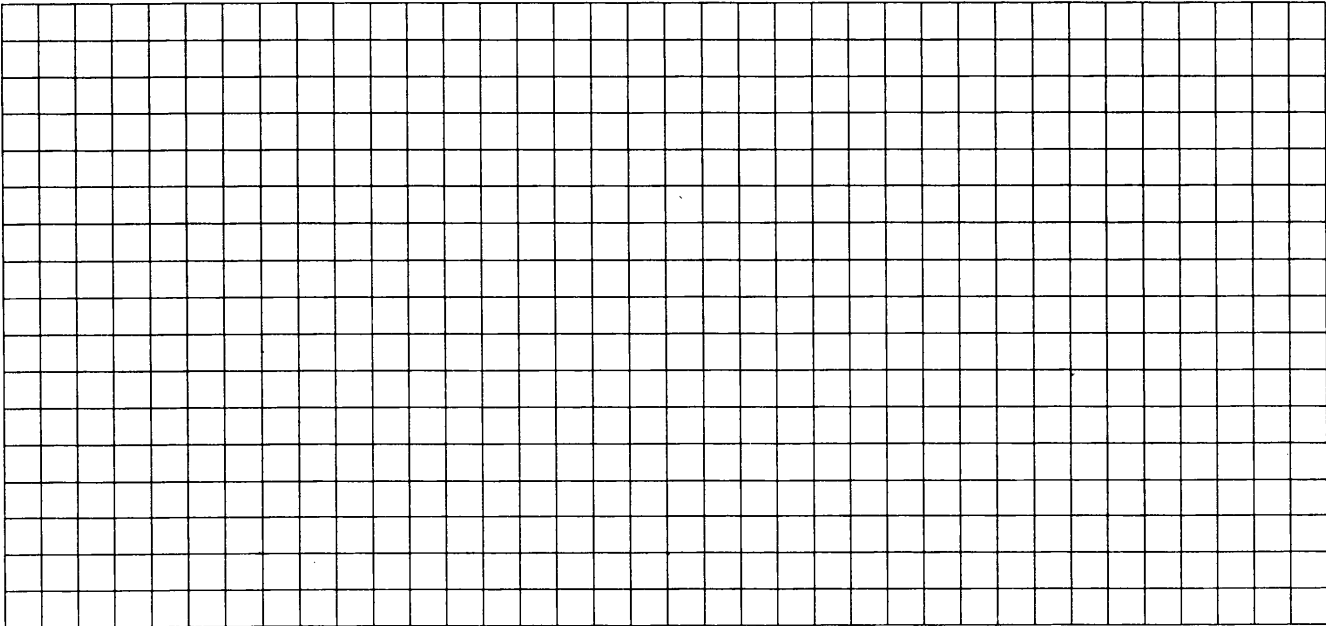
имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .



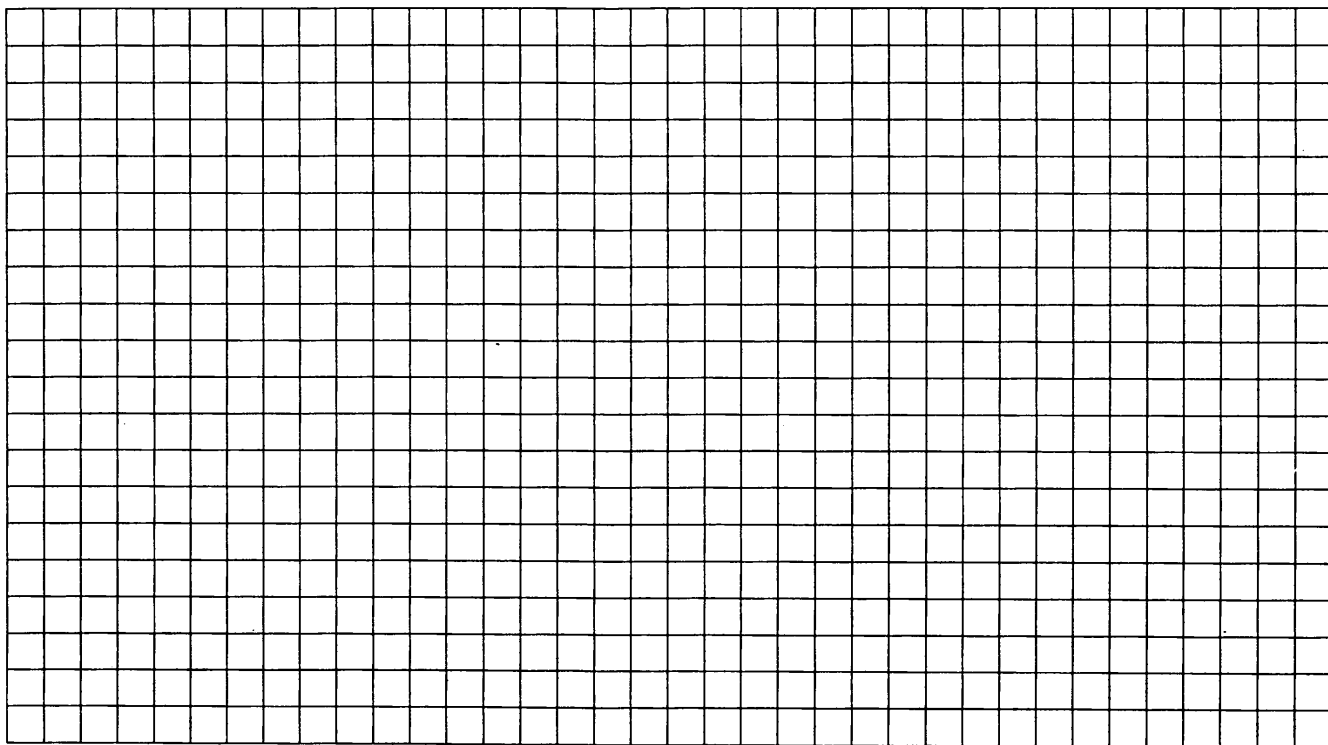
Зачетные задания

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых существует единственная тройка $(x; y; z)$ действительных чисел x, y, z , удовлетворяющая системе уравнений

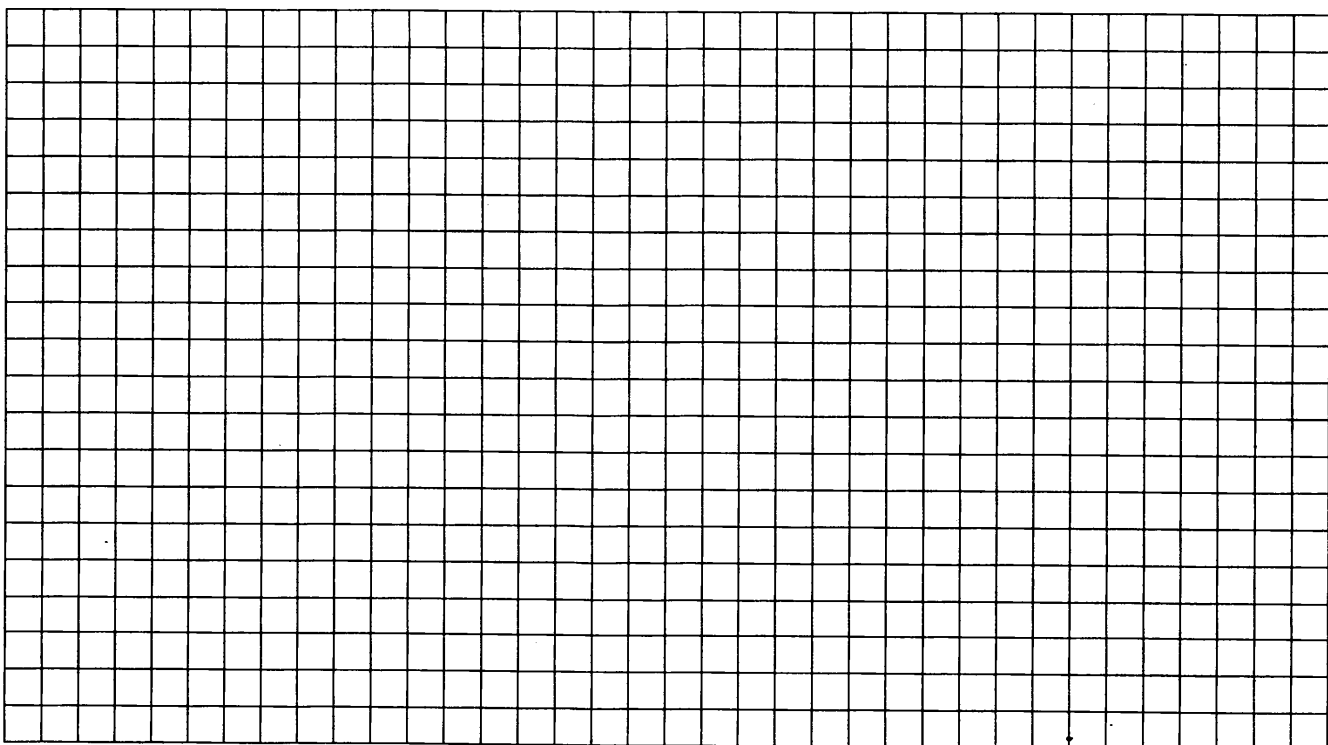
$$\begin{cases} 2^x + 2^{\frac{4}{x}} = (a^2 - 4)^2 + y^2 + 8, \\ |y|z^4 + 2z^2 - a^2z + a + 4 = 0. \end{cases}$$



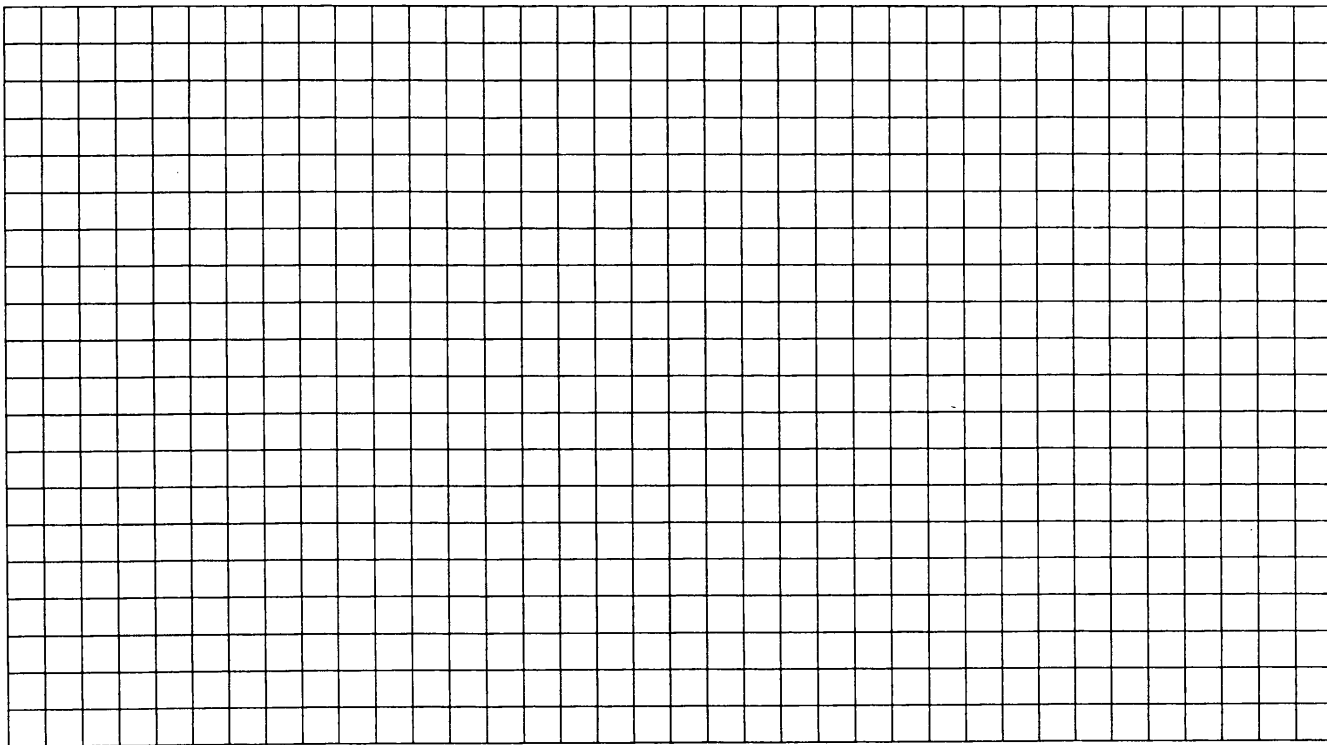
2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое решение неравенства $ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$ принадлежит отрезку $[-2; 2]$.



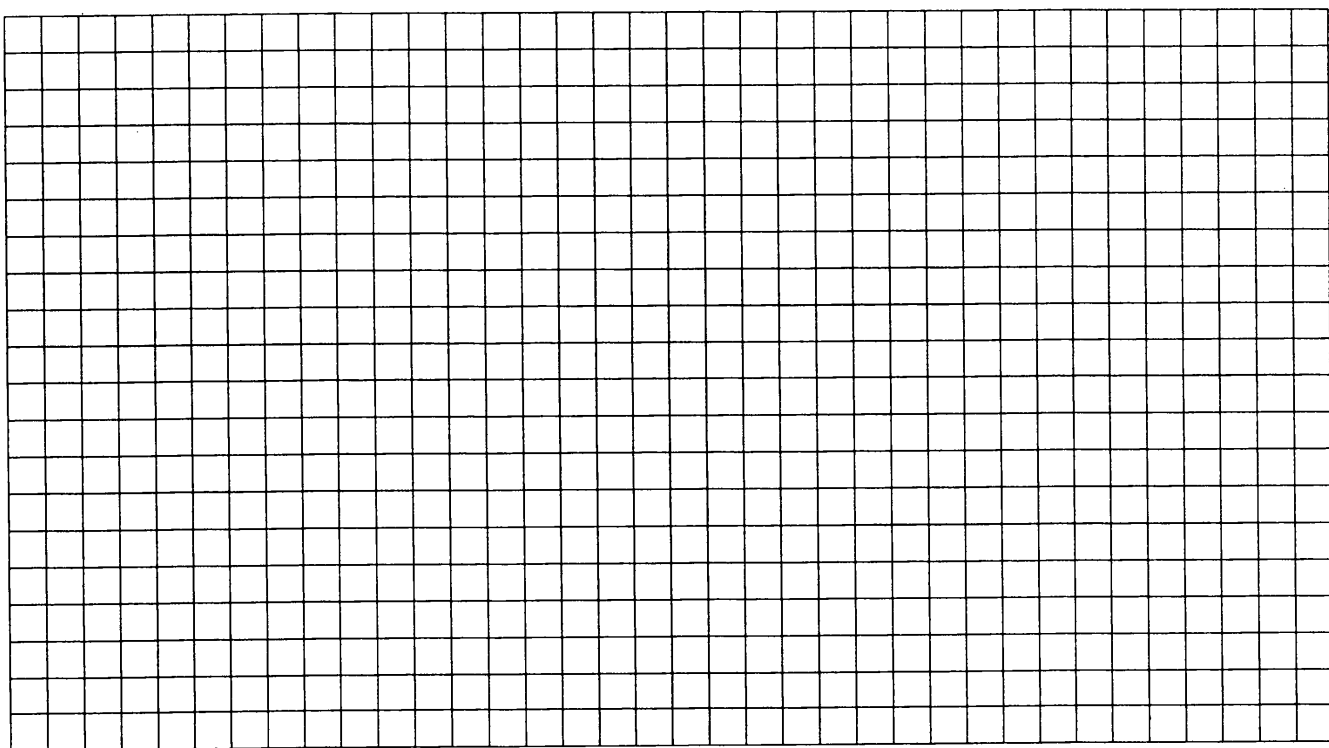
3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое решение неравенства $\log_2 x^2 \leq \log_2(x + 2)$ является и решением неравенства $49x^2 \leq 4a^4$.



4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x-a} = x-2a$ имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .



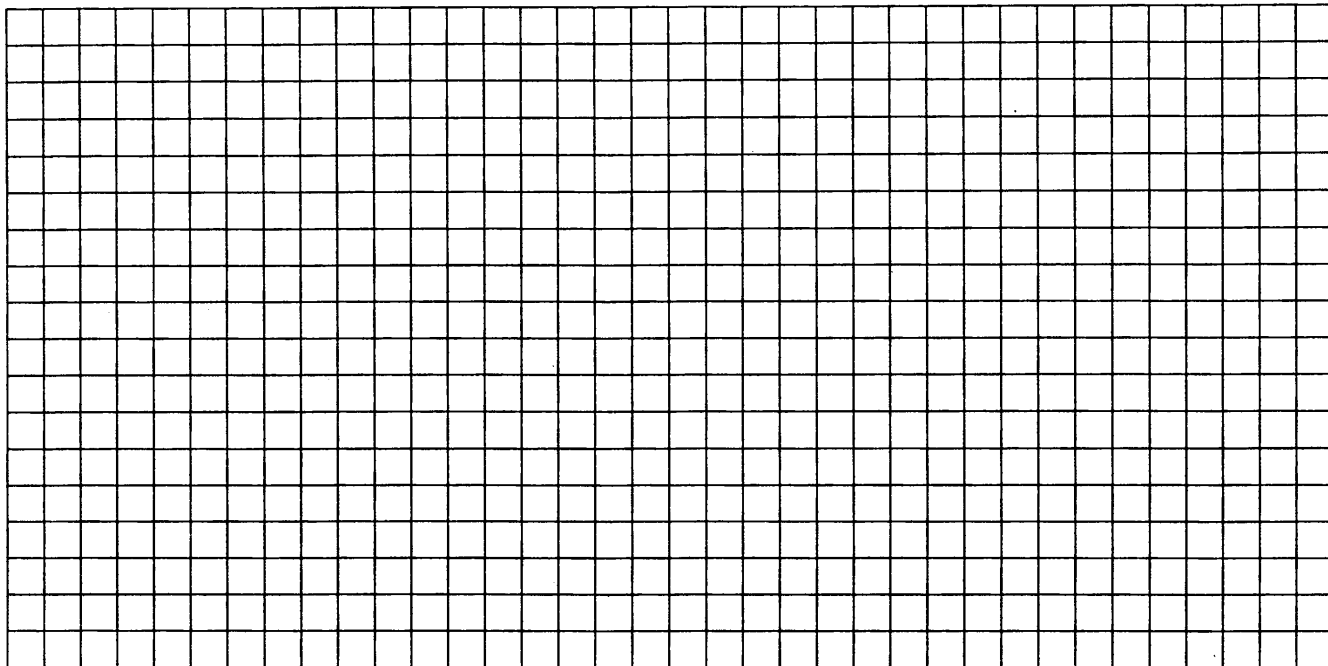
5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $1 + \sin^2 ax = \cos x$ имеет единственное решение.



6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

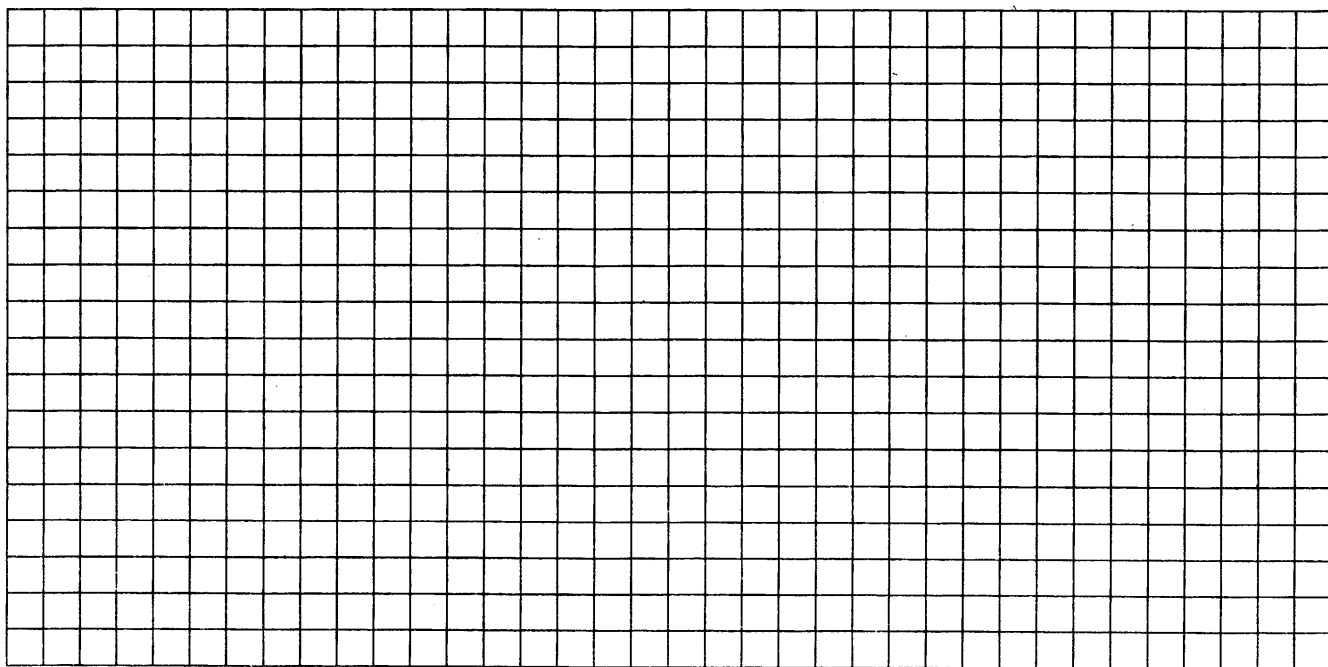
$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 1 > 0$$

выполнено при любом значении x .



7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно два решения система уравнений

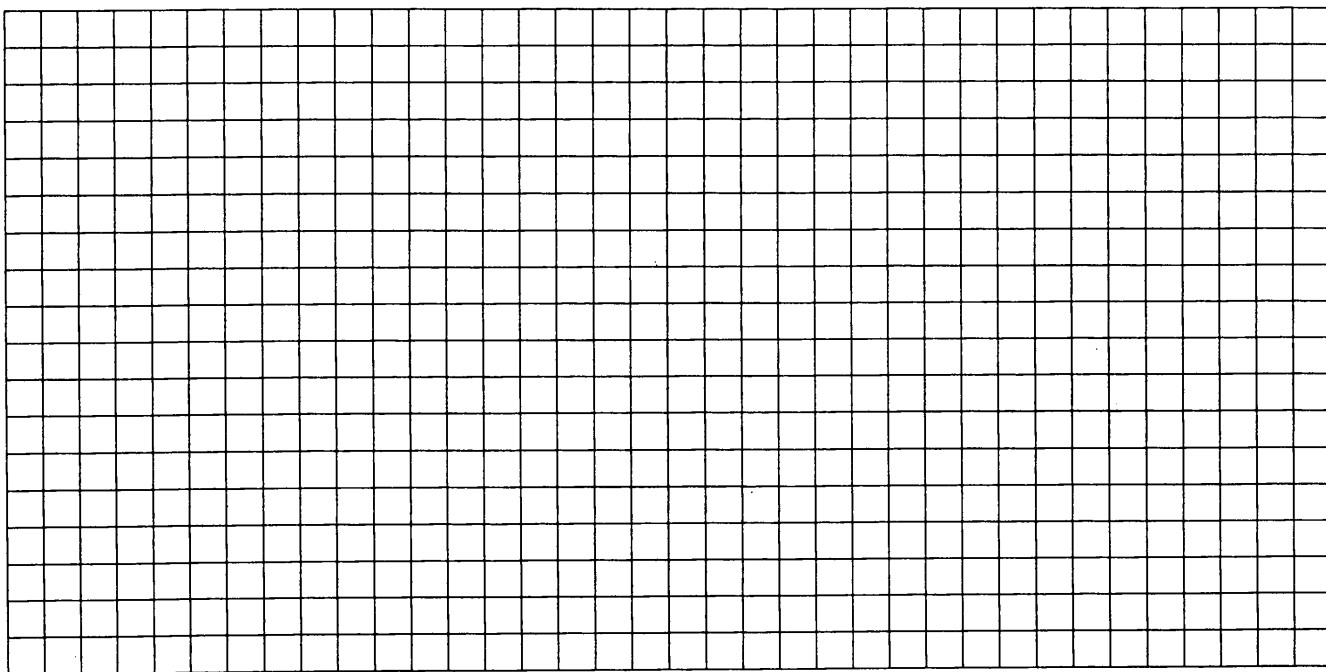
$$\begin{cases} (x + a - 6)^2 + (y - a)^2 = 18, \\ \sqrt{x^2 + (y - 6)^2} + \sqrt{(x - 6)^2 + y^2} = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$



8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0$$

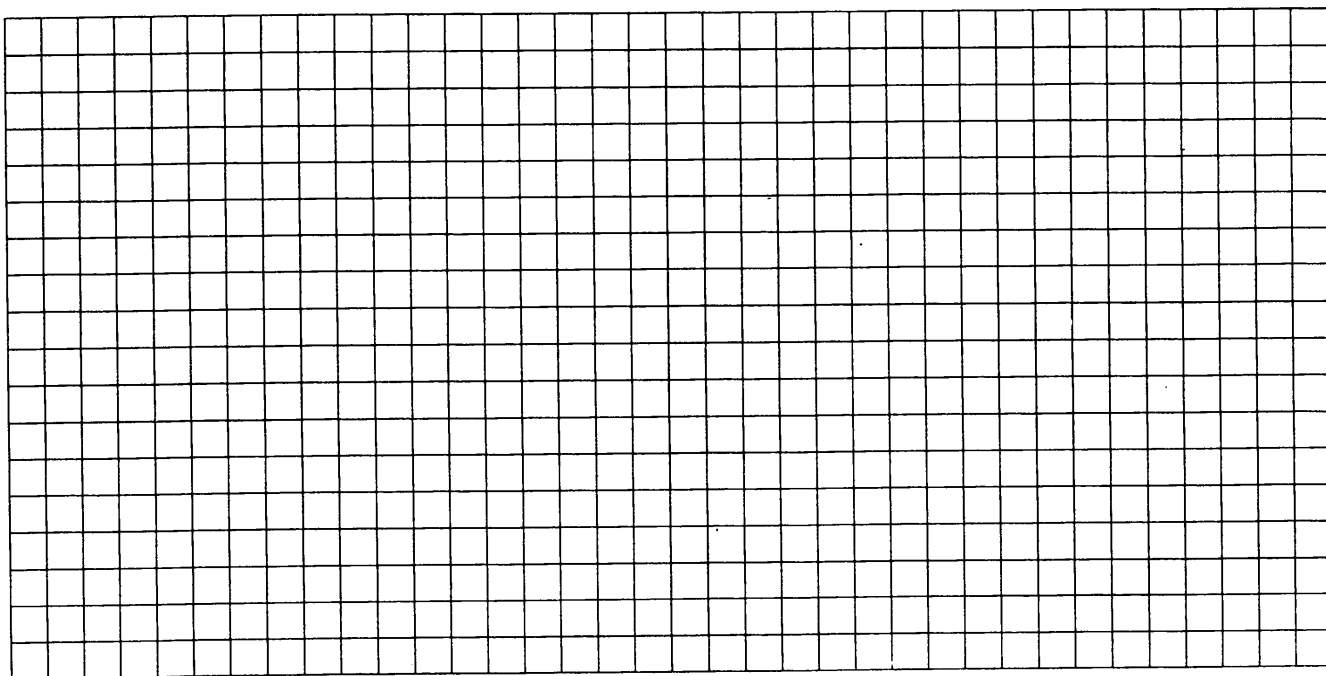
имеет единственный корень.



9. Найдите все значения x , для каждого из которых равенство

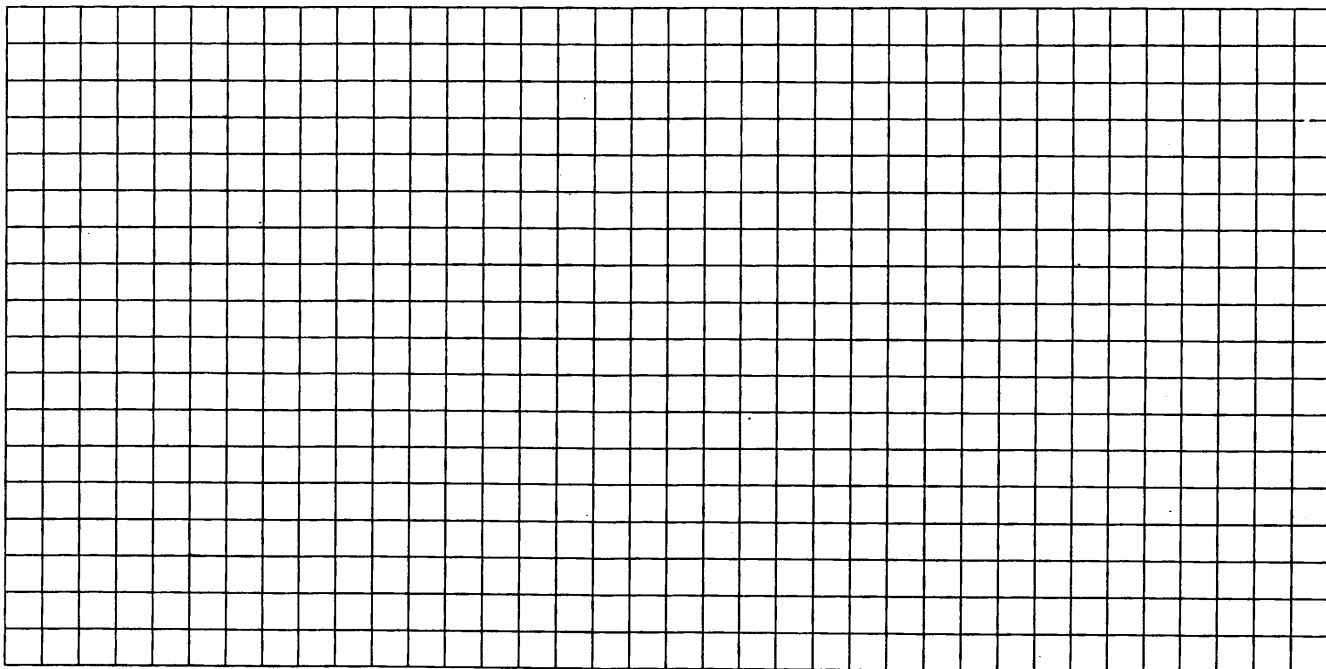
$$2 \log_2 (4 - \sqrt{7 + 2x}) = \log_{2+a^2x^2} (4 - 3x)$$

выполняется при любом значении параметра a .



10. Найдите все значения параметра b , для каждого из которых при любом значении параметра a имеет ровно два различных решения система уравнений

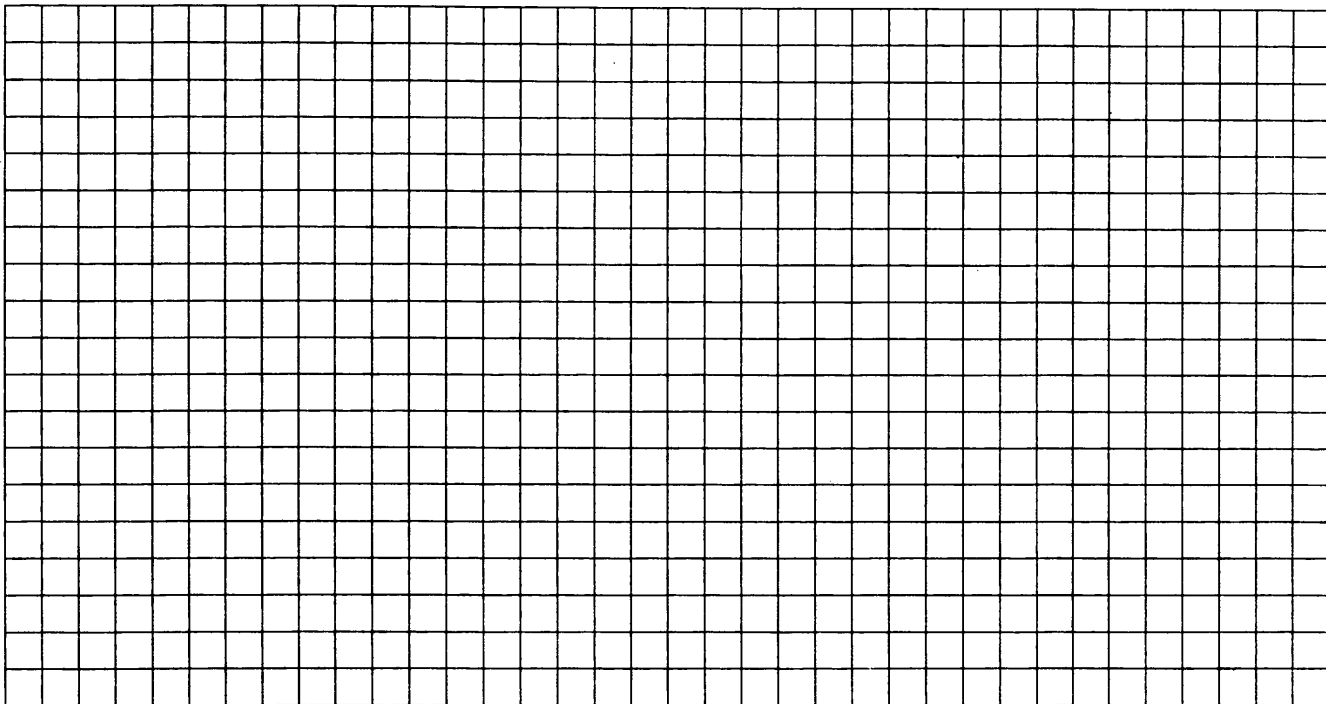
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x + 6y + 4 = 0, \\ y + ax + ab = 0. \end{cases}$$



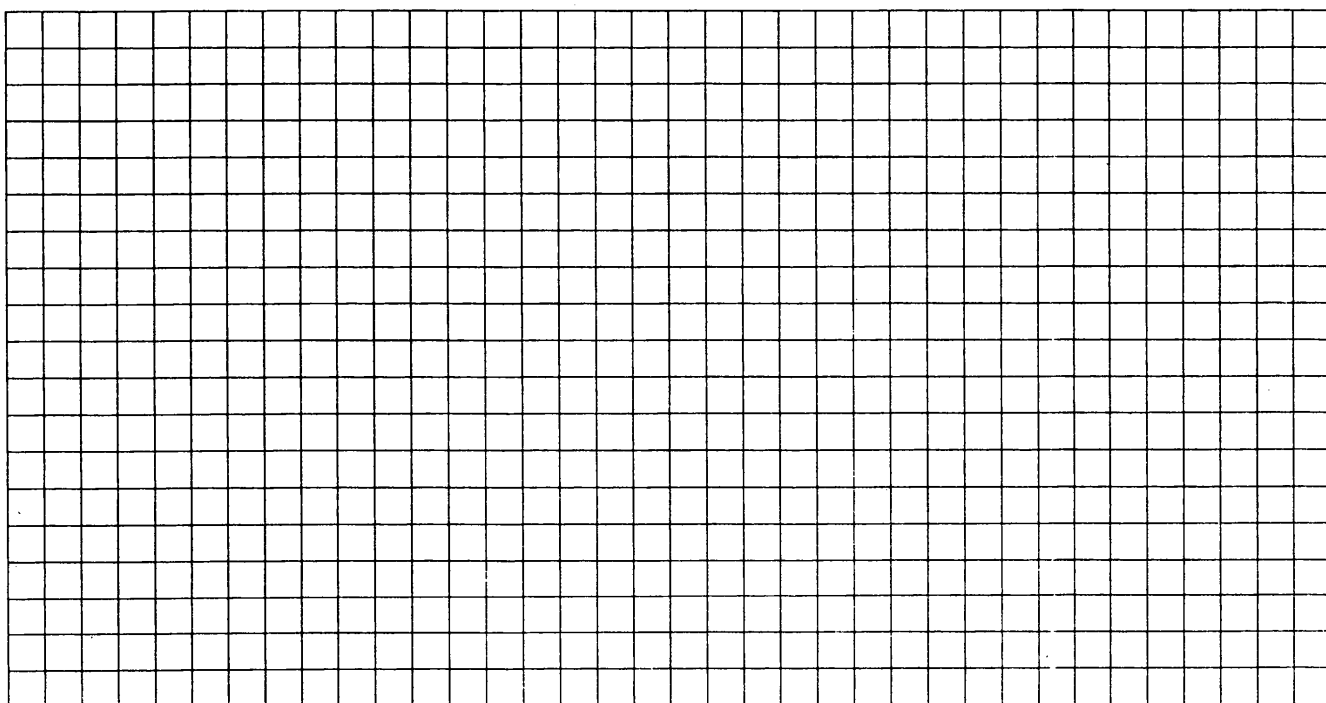
ЗАДАЧА С6

Подготовительные задания

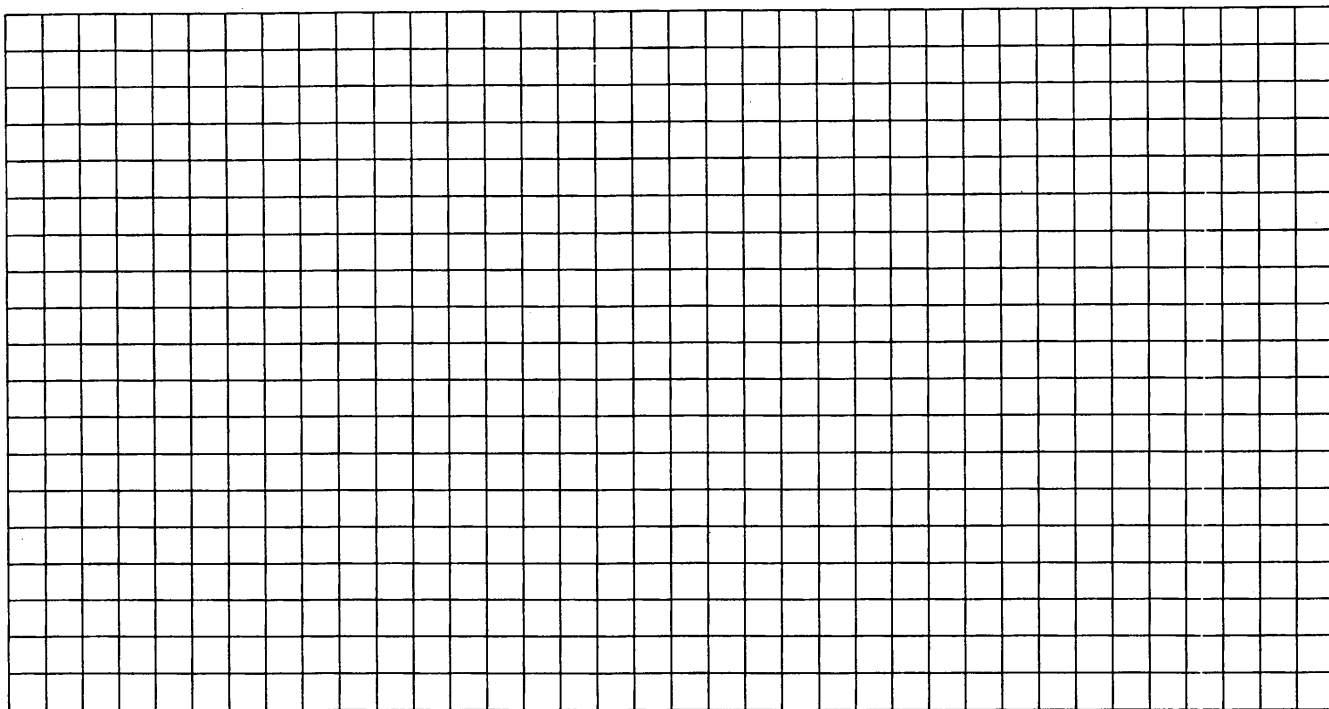
1. Сумма делителей числа N равна 403. Найдите все такие числа N .



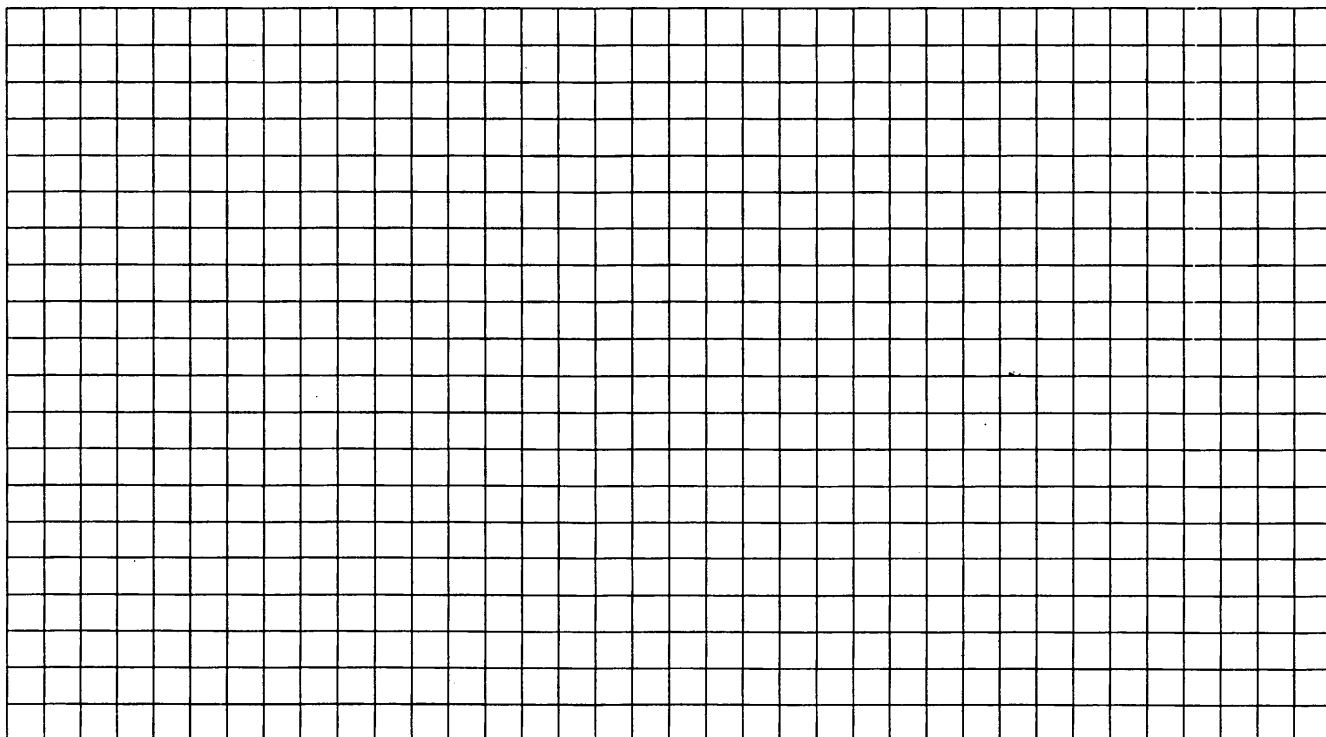
2. Каково наименьшее натуральное число n , такое, что $n!$ делится на 990?



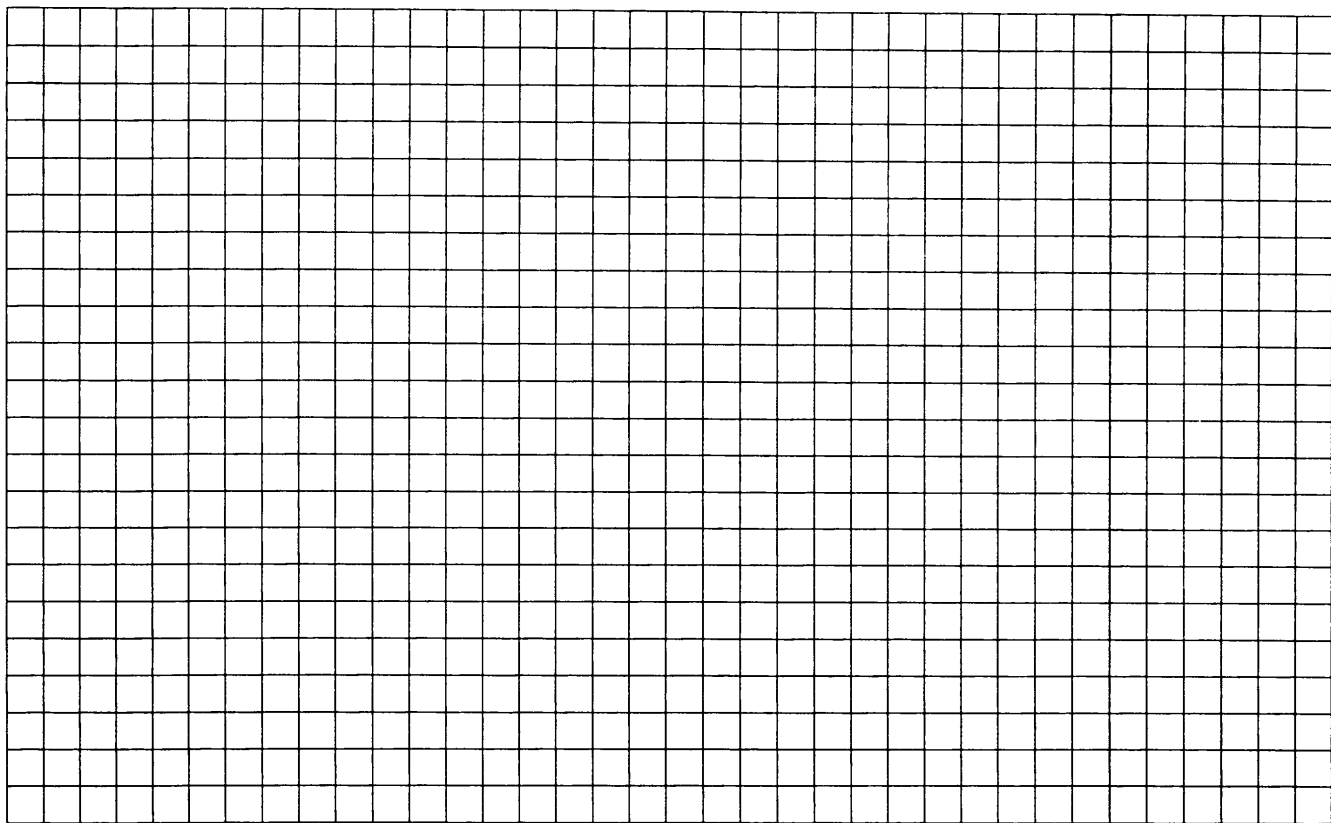
3. Среднее арифметическое пятнадцати чисел равно $\frac{2}{9}$. Оказалось, что среднее арифметическое каждых четырнадцати из этих пятнадцати чисел положительно. Какое наименьшее целое значение может иметь наименьшее из данных чисел?



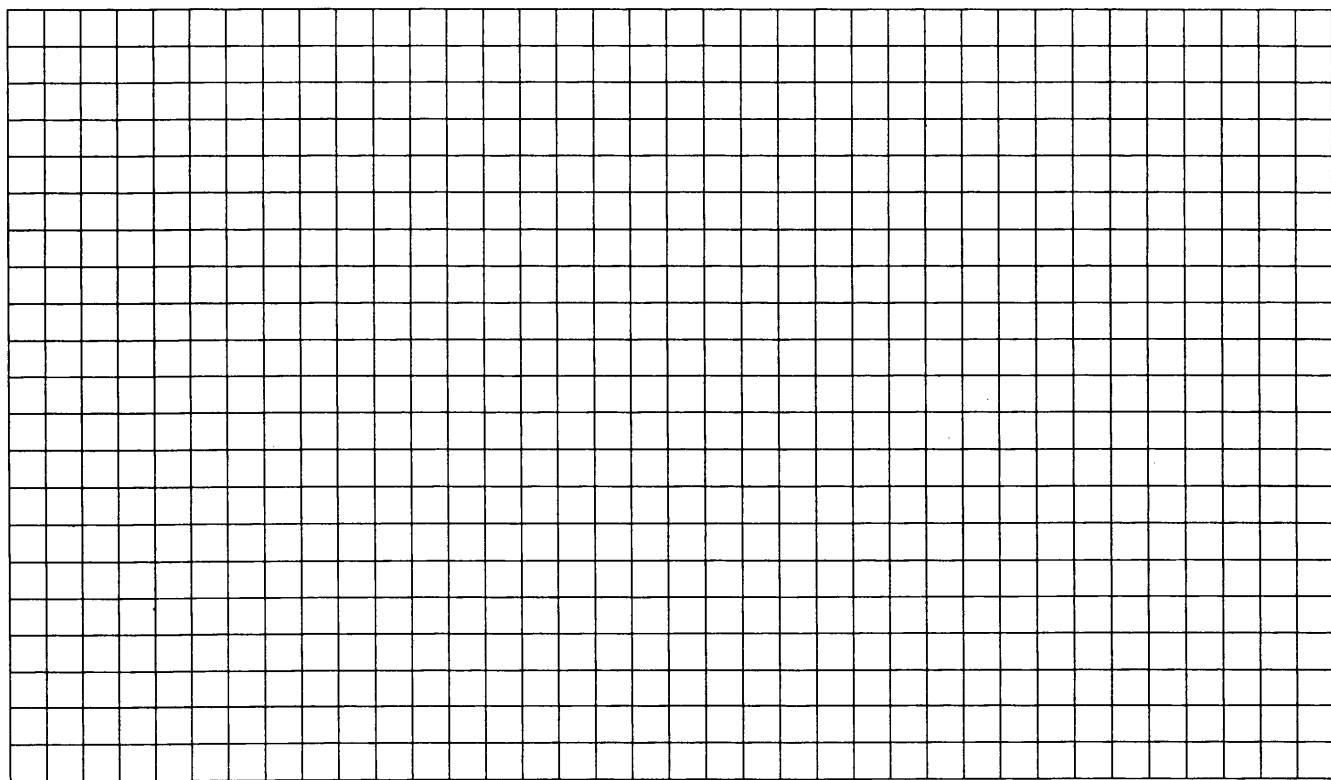
4. Известно, что первый, десятый и сотый члены геометрической прогрессии являются натуральными числами. Верно ли, что 99-й член этой прогрессии также является натуральным числом?



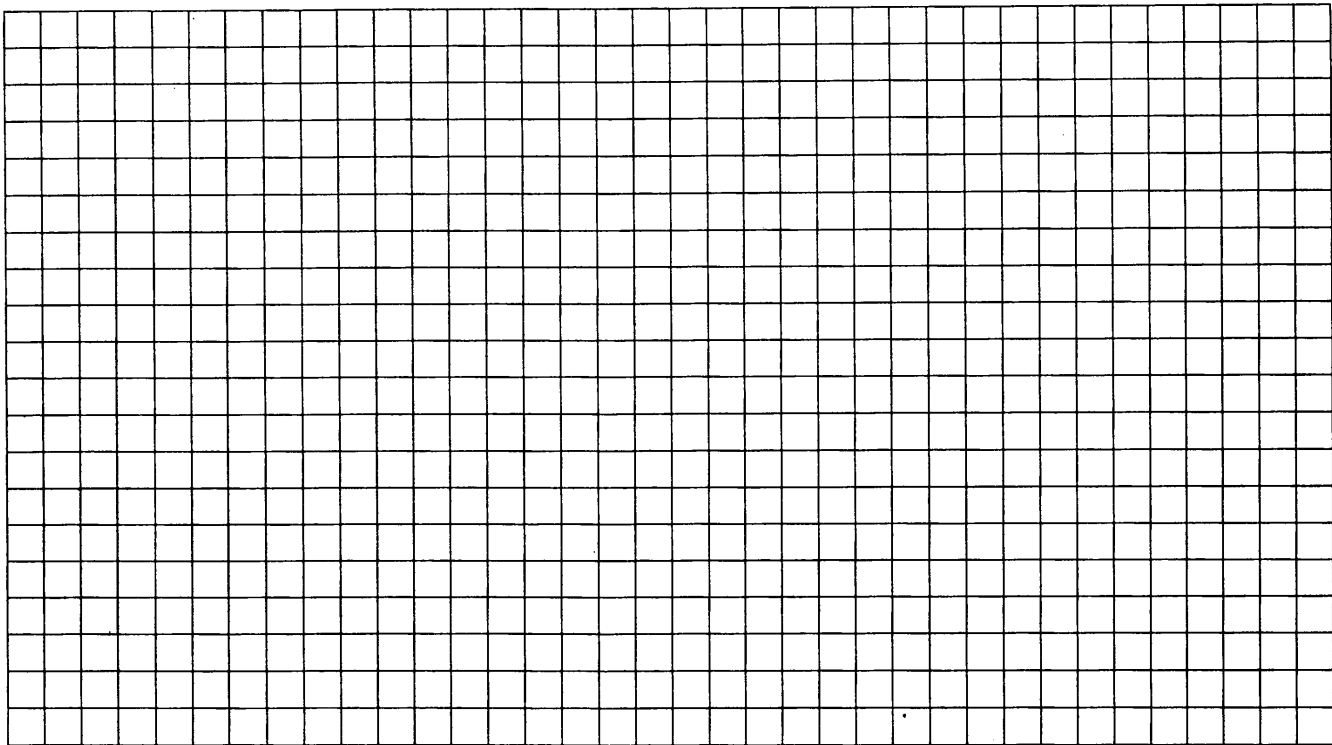
5. Решите в натуральных числах уравнение $3^x + 4^y = 5^z$.



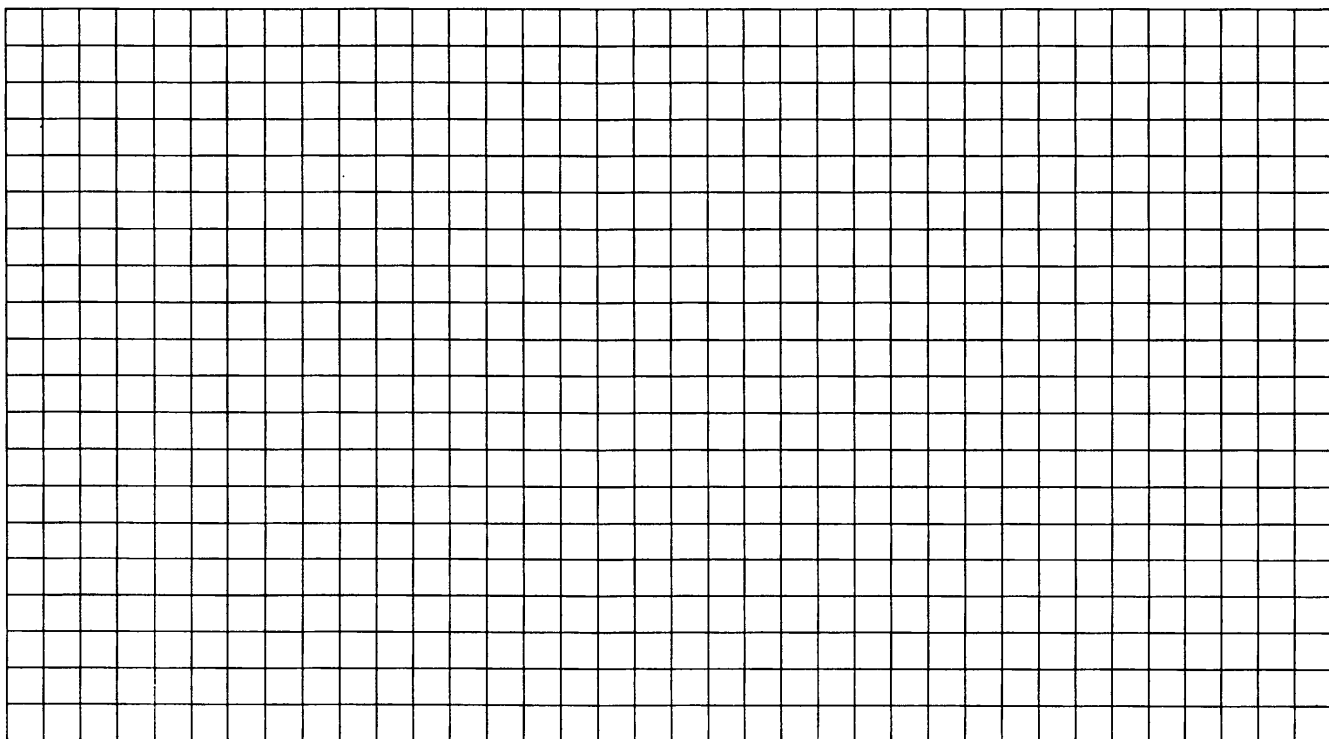
6. Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$.



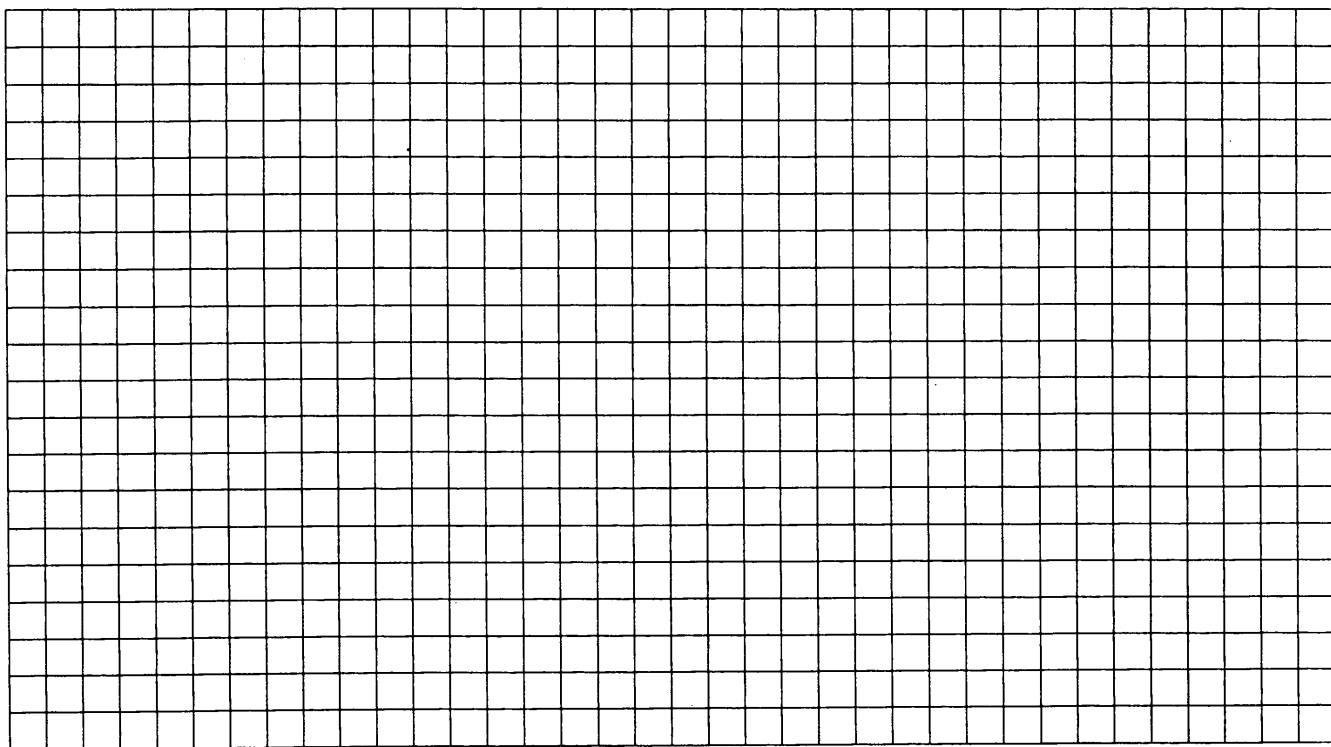
7. Решите в натуральных числах уравнение $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{10}{7}$.



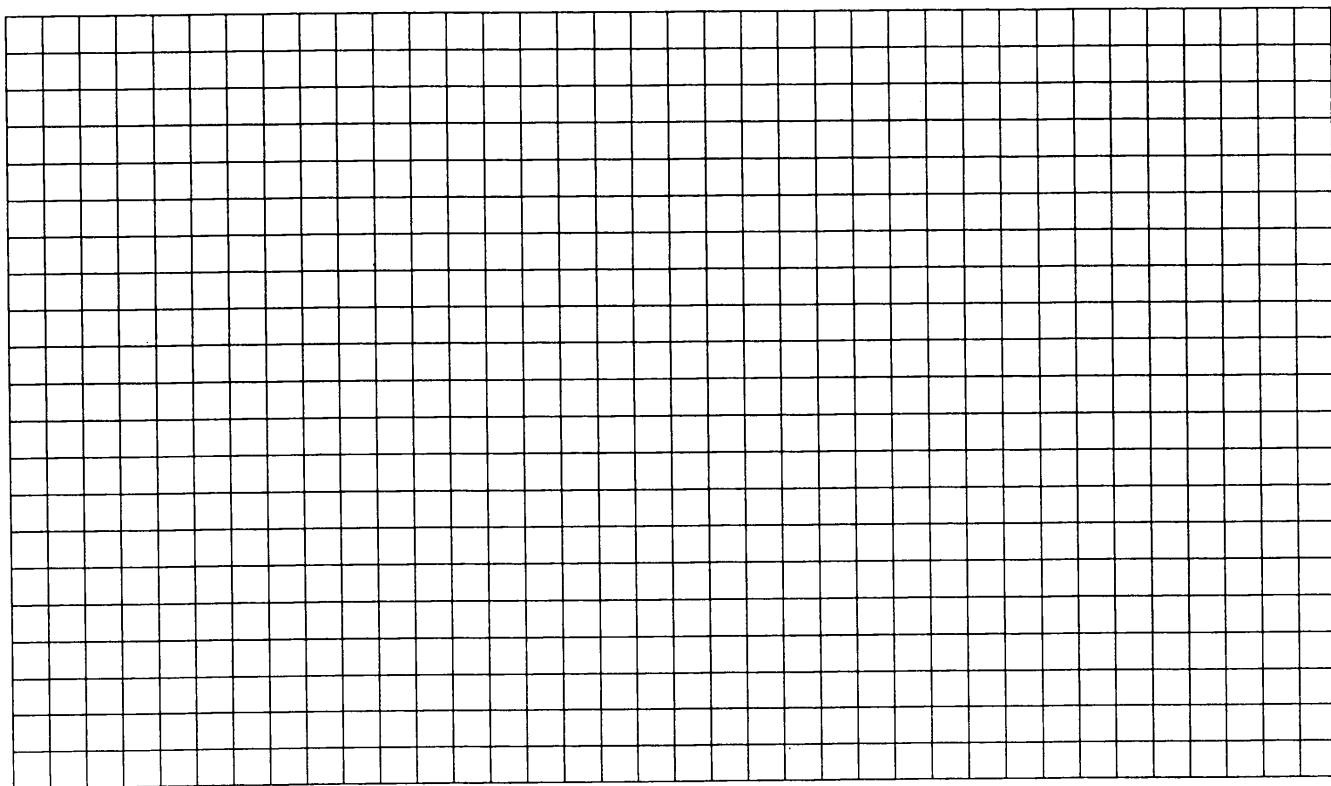
8. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех подряд расположенных чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?



9. Найдите наименьшее натуральное число n , для которого выполнено следующее условие: если число p простое и n делится на $(p - 1)$, то n делится на p .

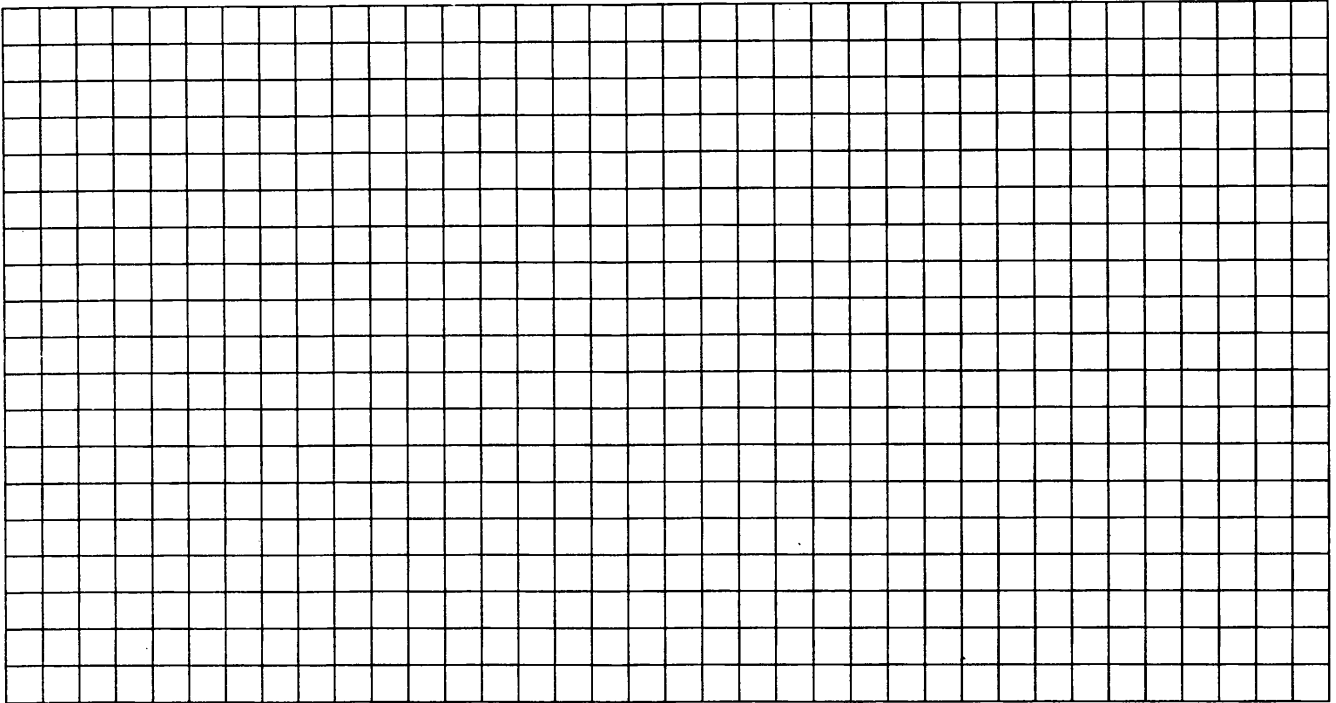


10. Найдите наибольшее четырехзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

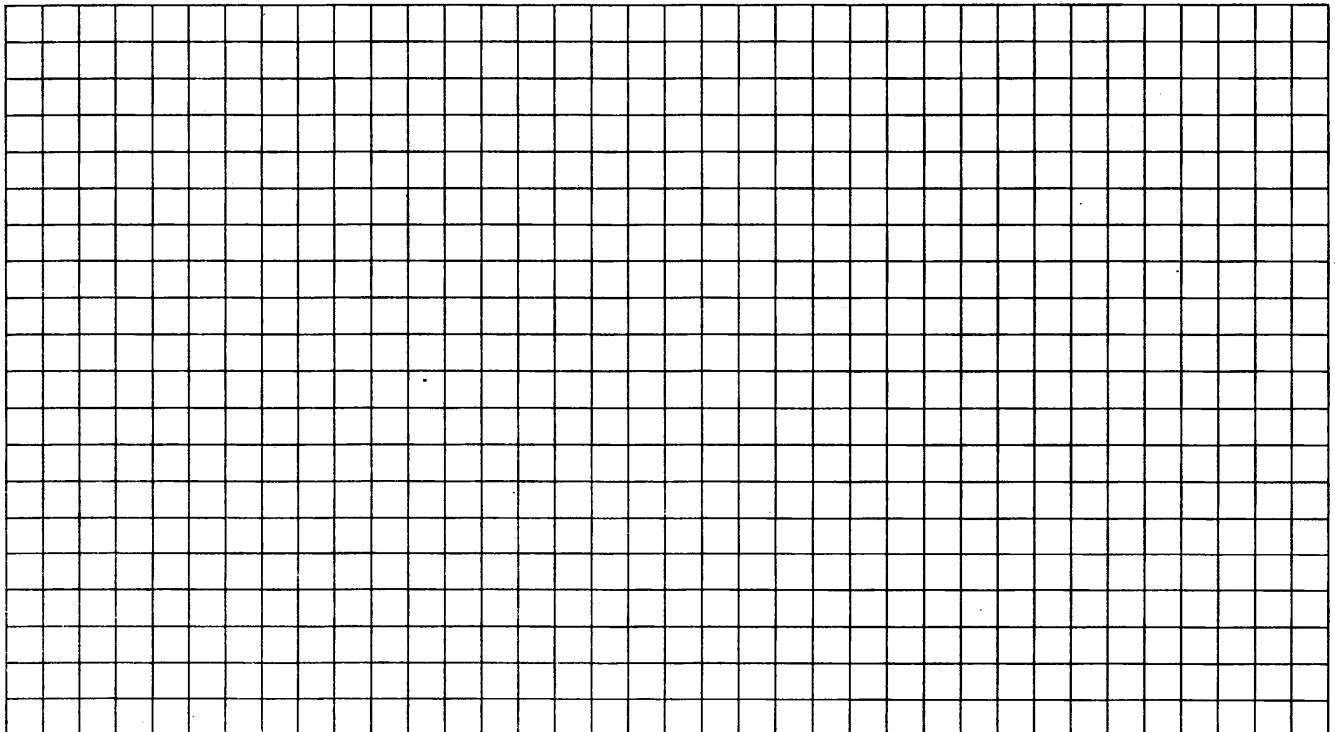


Зачетные задания

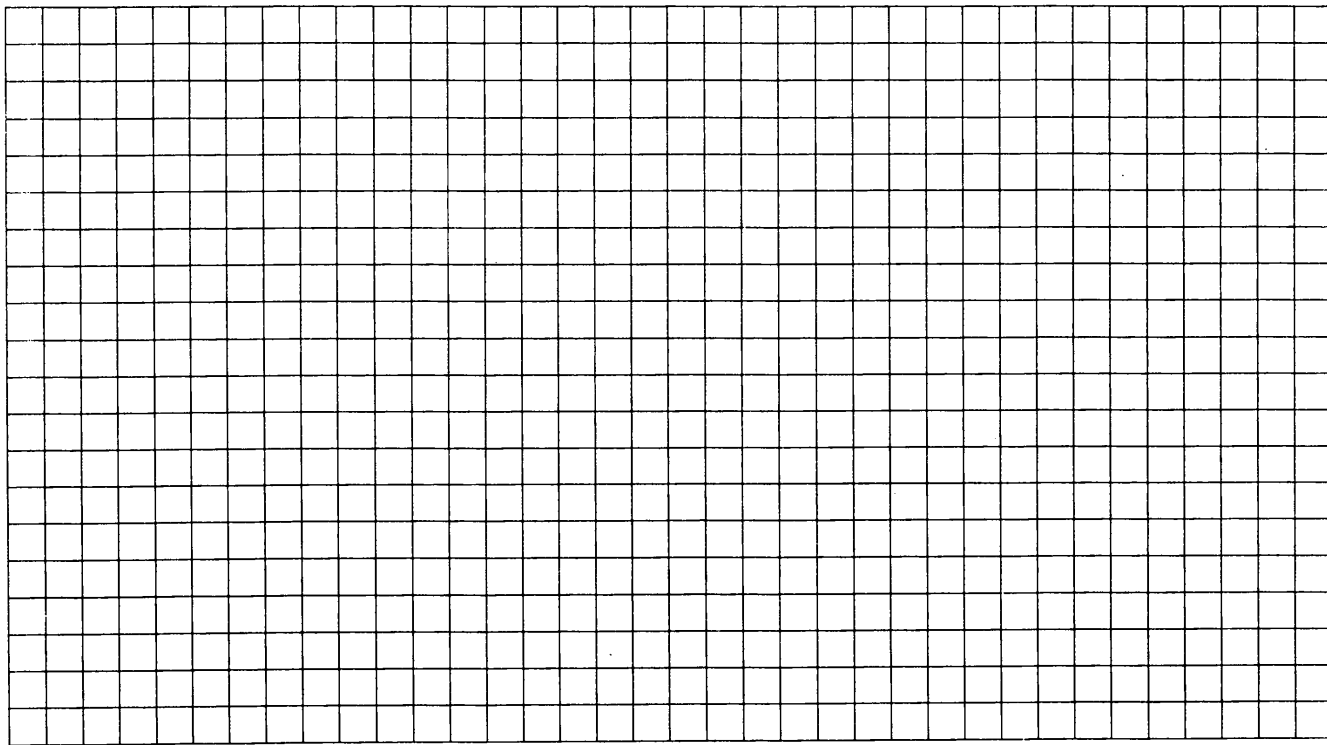
1. Пусть a , b и c — попарно взаимно простые натуральные числа. Найдите все возможные значения $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$, если известно что это число — целое.



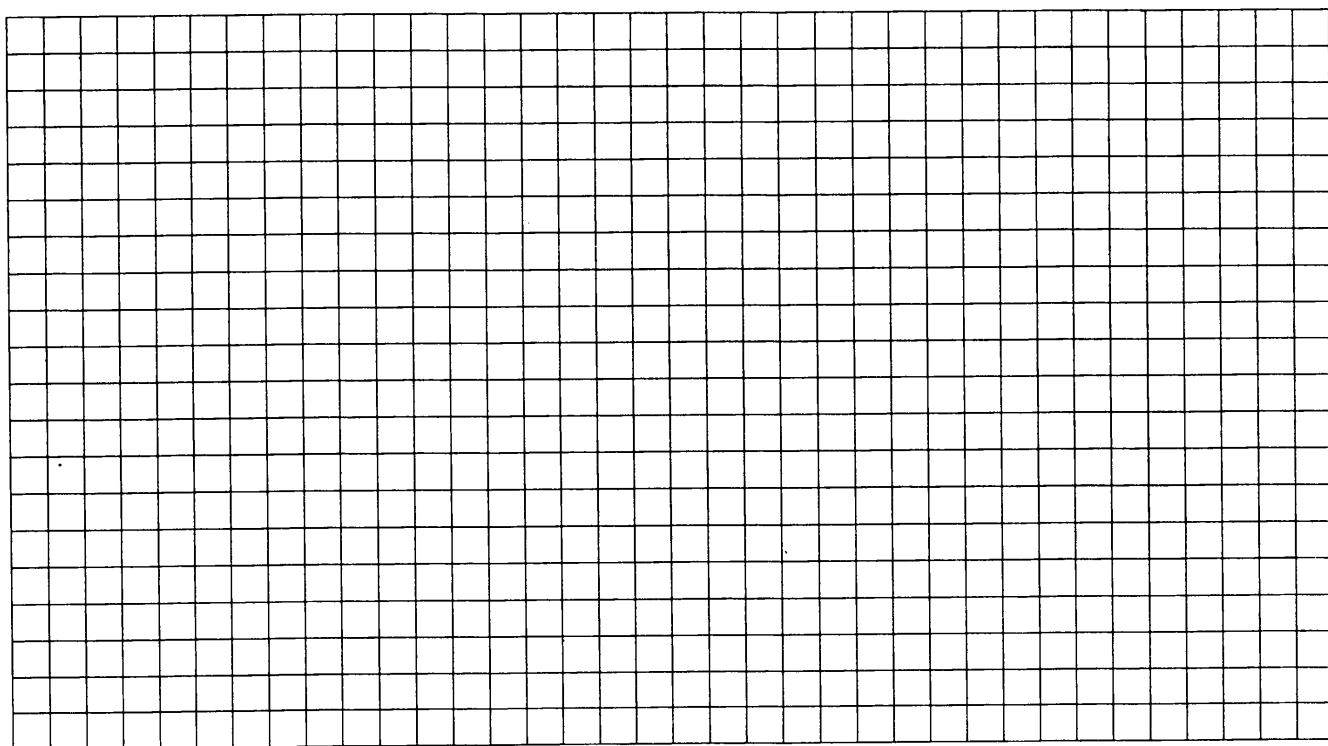
2. Найдите все натуральные числа, имеющие ровно шесть делителей, сумма которых равна 3500.



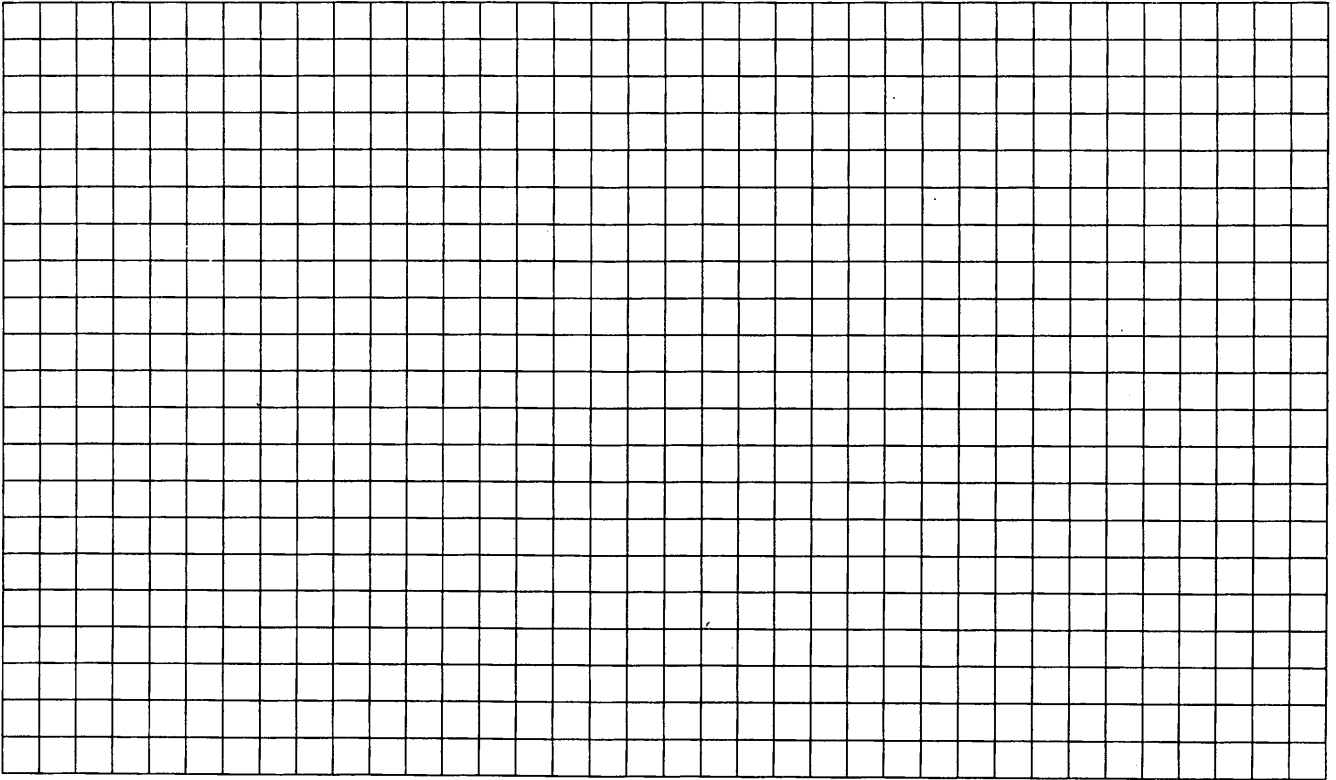
3. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором — 1?



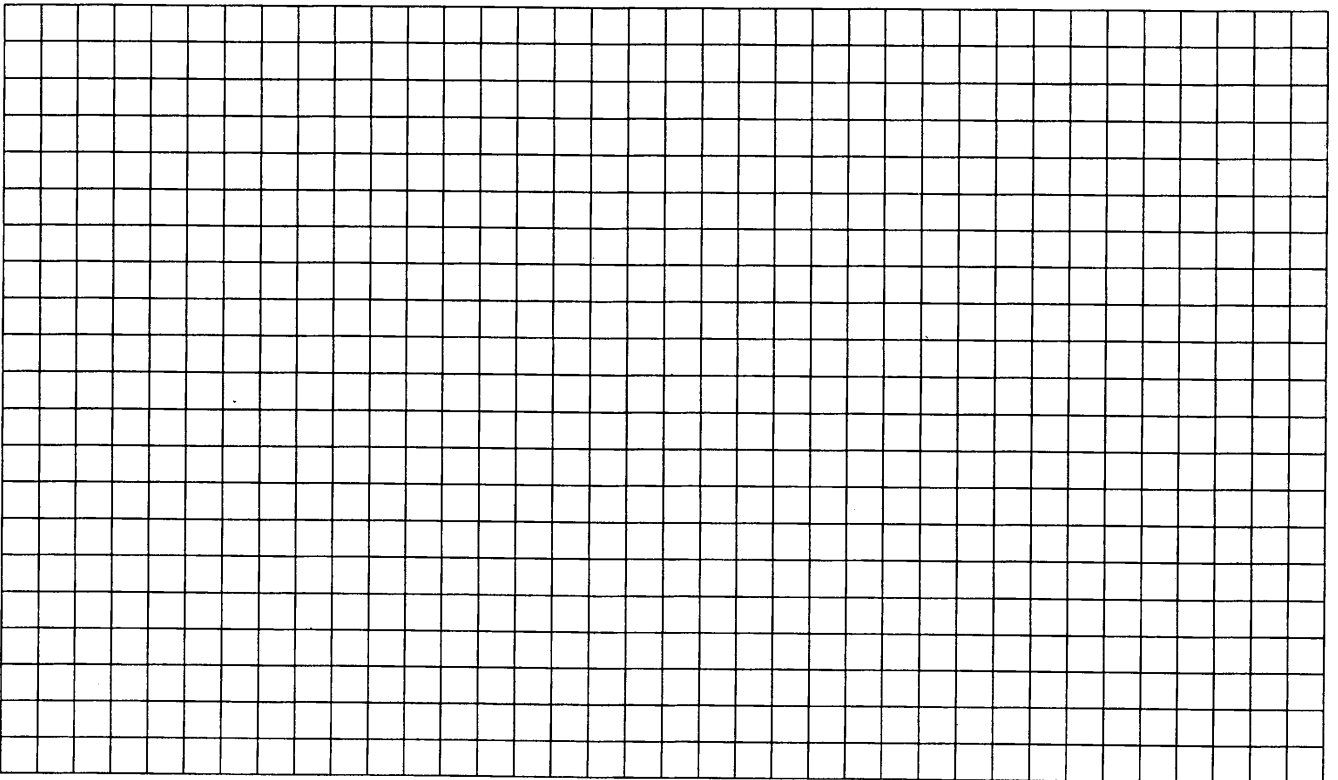
4. Найдите все такие пары простых чисел p и q , что $p^3 - q^5 = (p + q)^2$.



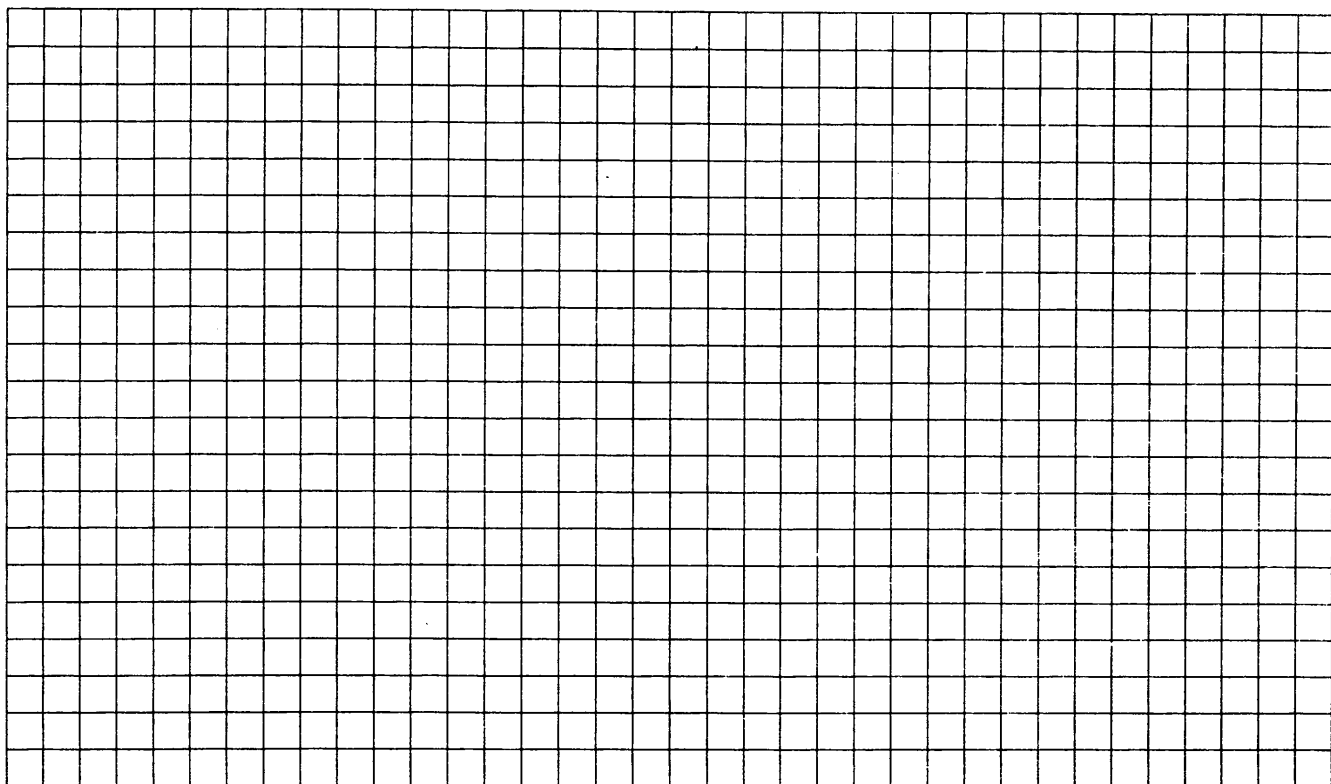
5. Натуральные числа m и n таковы, что $m > n$; m не делится на n и имеет от деления на n тот же остаток, что и $m + n$ от деления на $m - n$. Найдите отношение $m : n$.



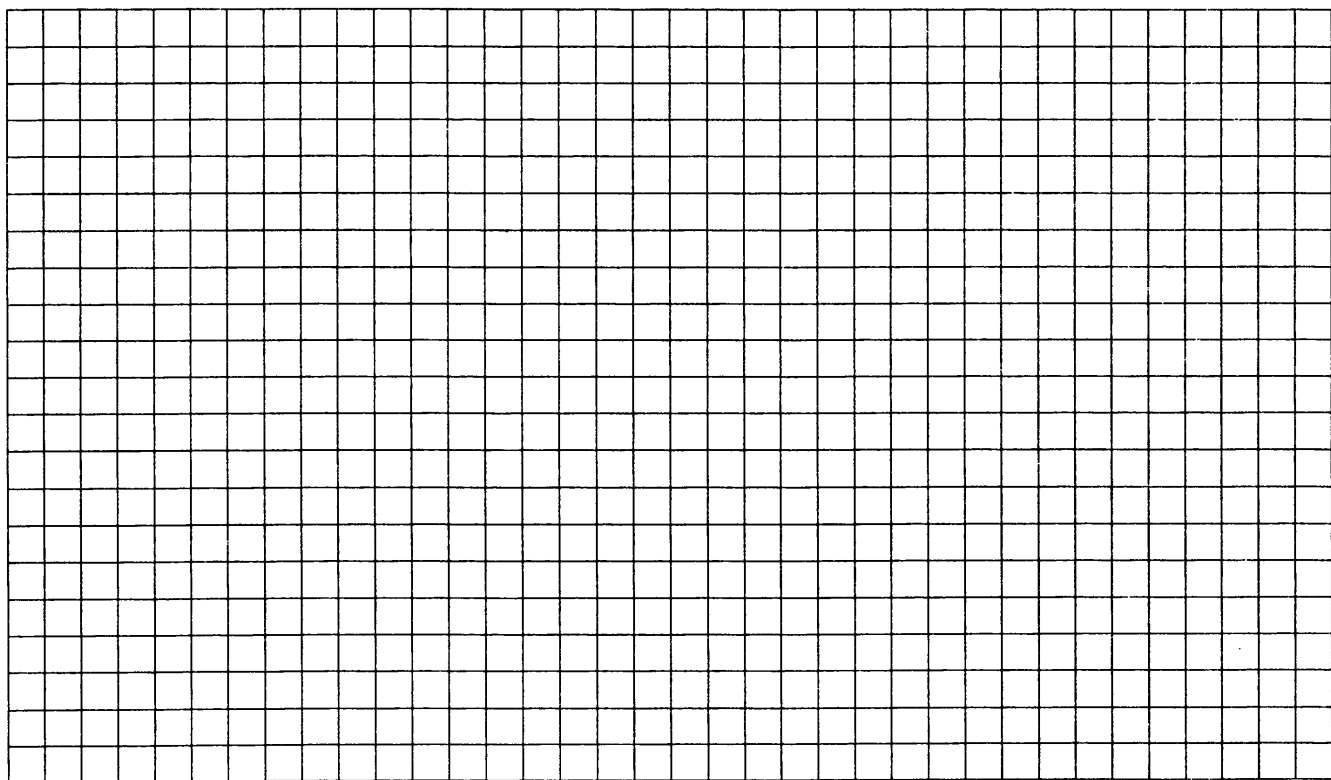
6. Существует ли такое натуральное n , что $n^2 + n + 1$ делится на 1955?



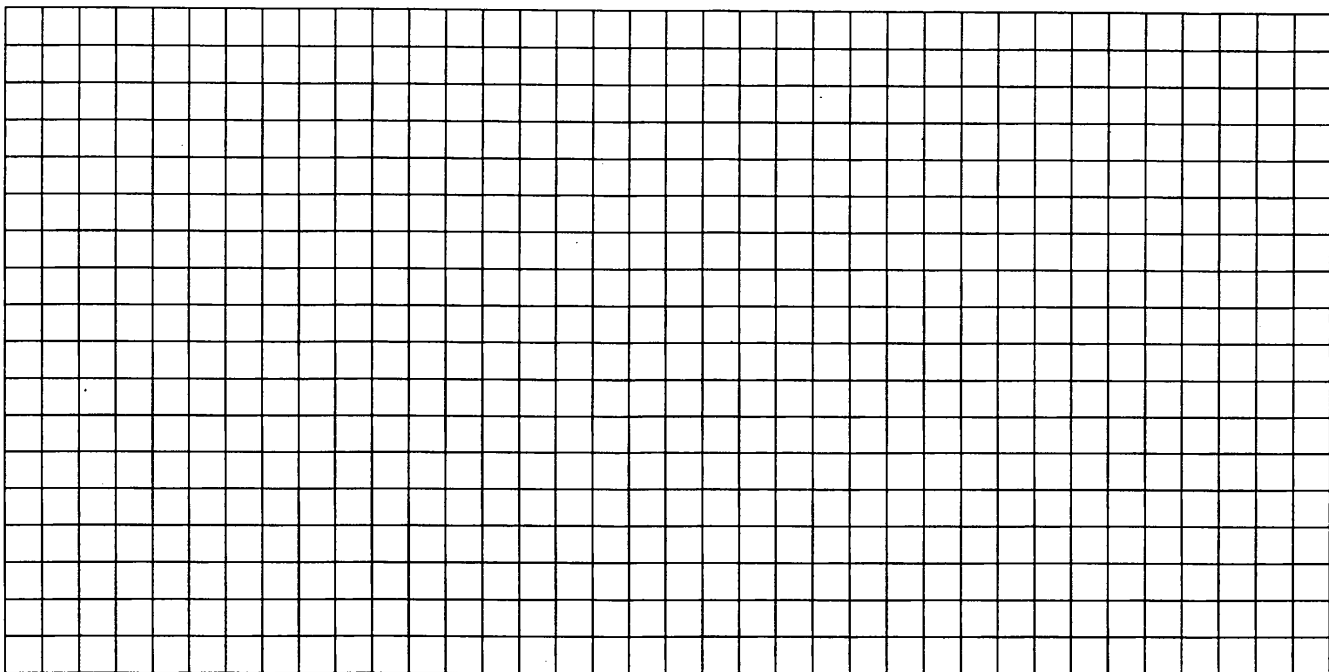
7. Решите уравнение $2x + 3y + 5z = 11$ в целых числах.



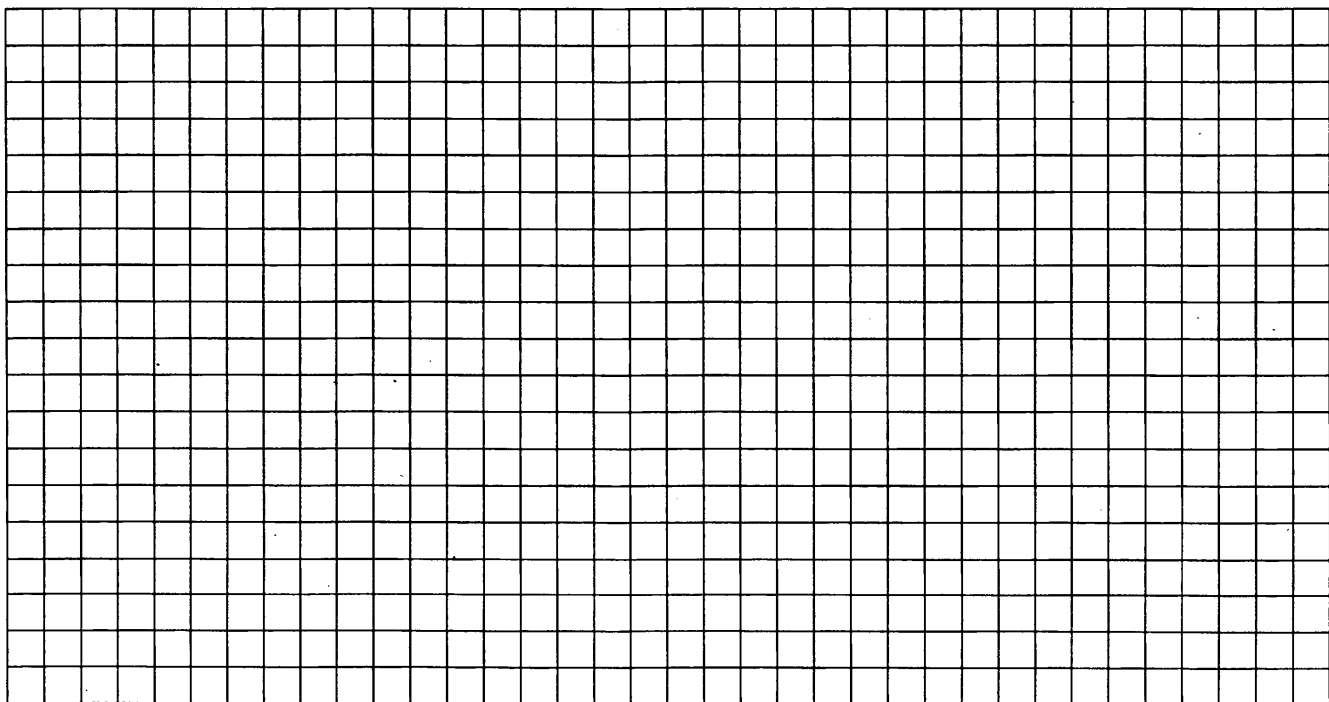
8. Решите в целых числах уравнение $x + y = x^2 - xy + y^2$.



9. Сумма модулей членов конечной арифметической прогрессии равна 250. Если все ее члены увеличить на 1 или все ее члены увеличить на 2, то в обоих случаях сумма модулей членов полученной прогрессии будет также равна 250. Какие значения при этих условиях может принимать величина n^2d , где d — разность прогрессии, а n — число ее членов?

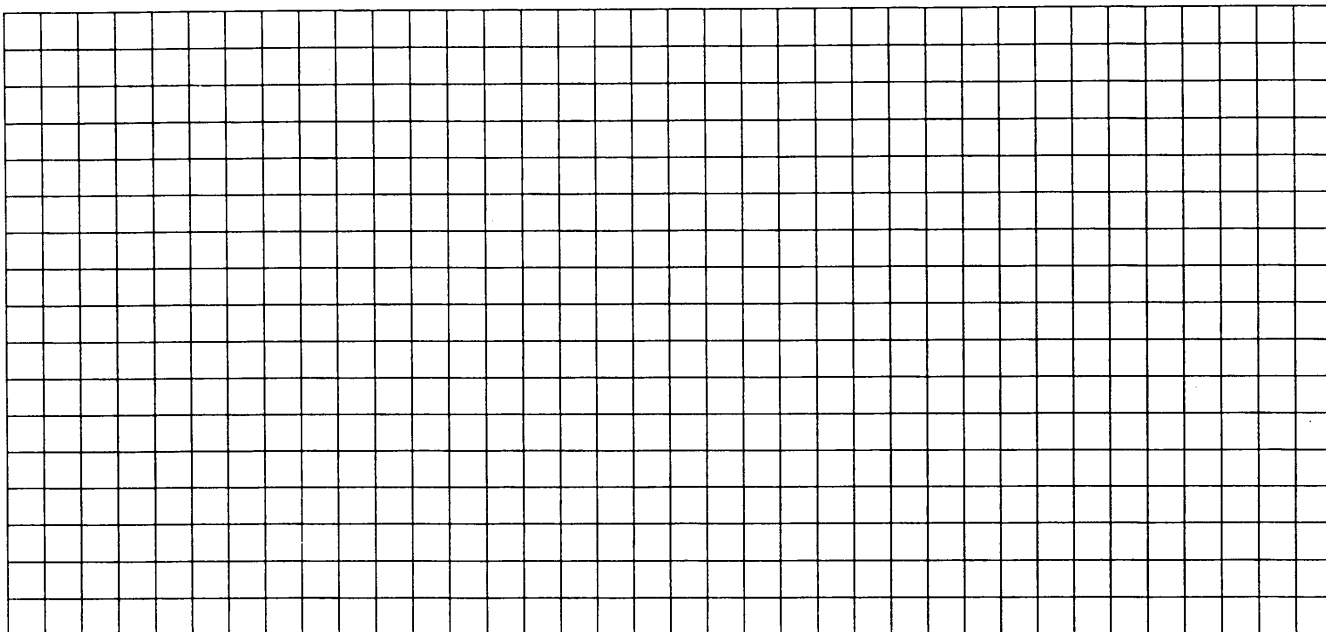


10. Каким может быть произведение нескольких различных простых чисел, если оно кратно каждому из них, уменьшенному на 1? Найдите все возможные значения этого произведения.

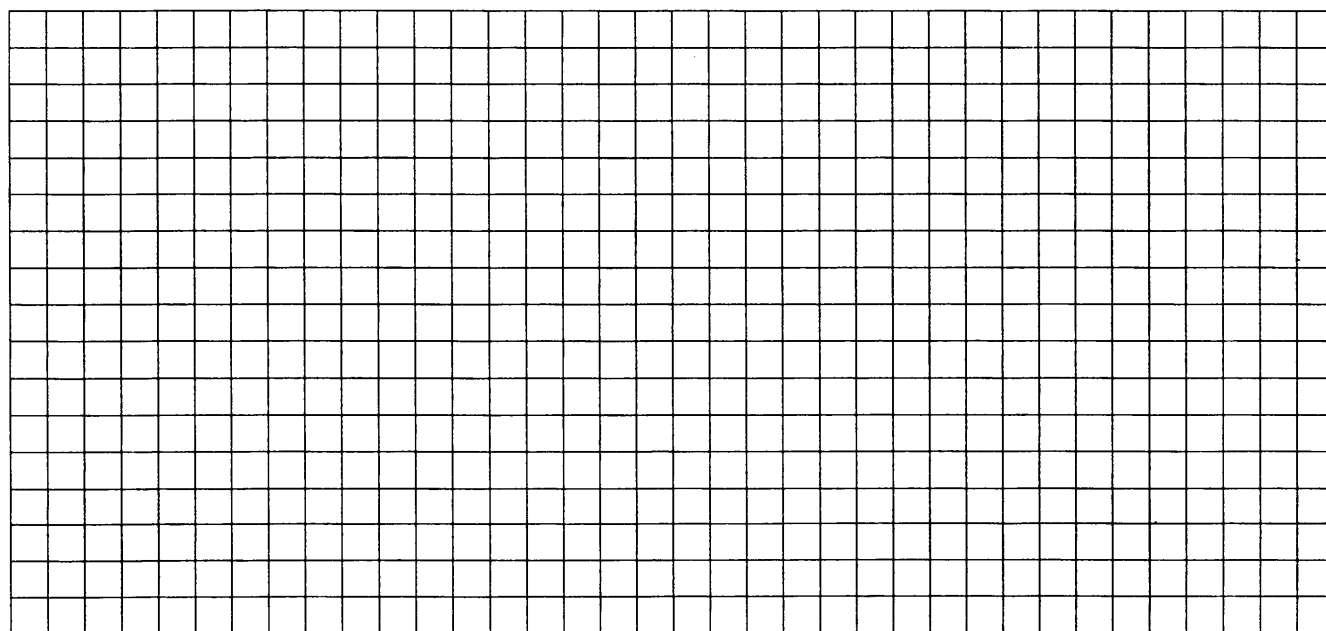
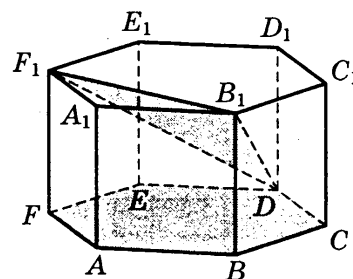


ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

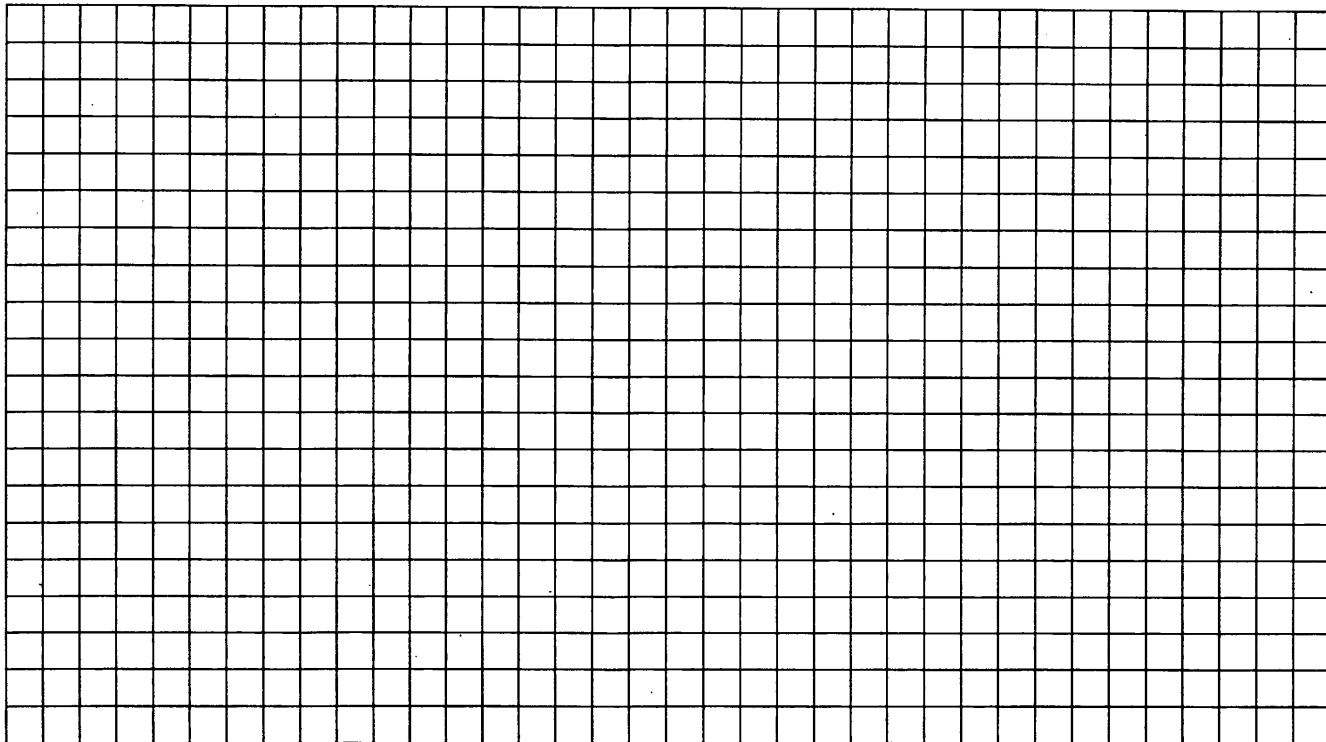
С1. Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$.



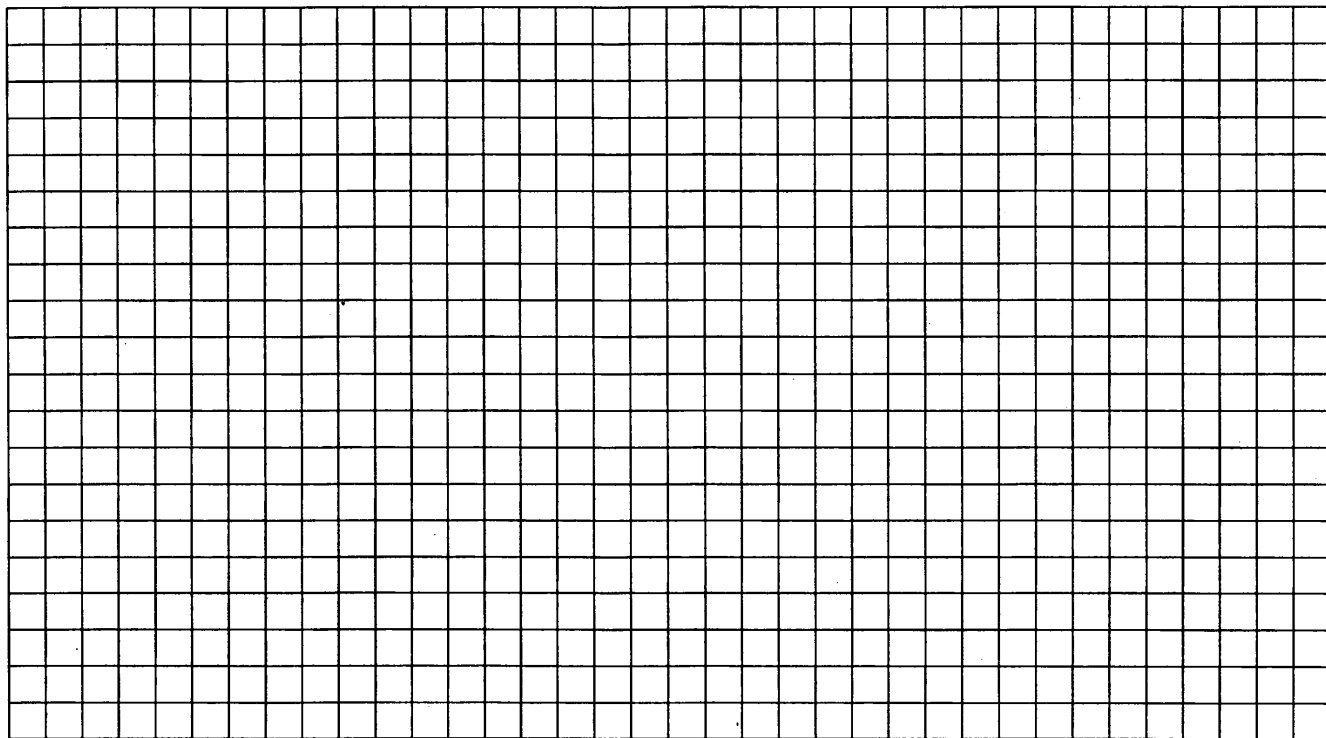
С2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1 .



- С3.** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x^2 + 6^x + 4 \leq 44 \cdot \log_5(x + 3), \\ 4x + 6^x \geq 44 \cdot \log_5(x + 3). \end{cases}$$

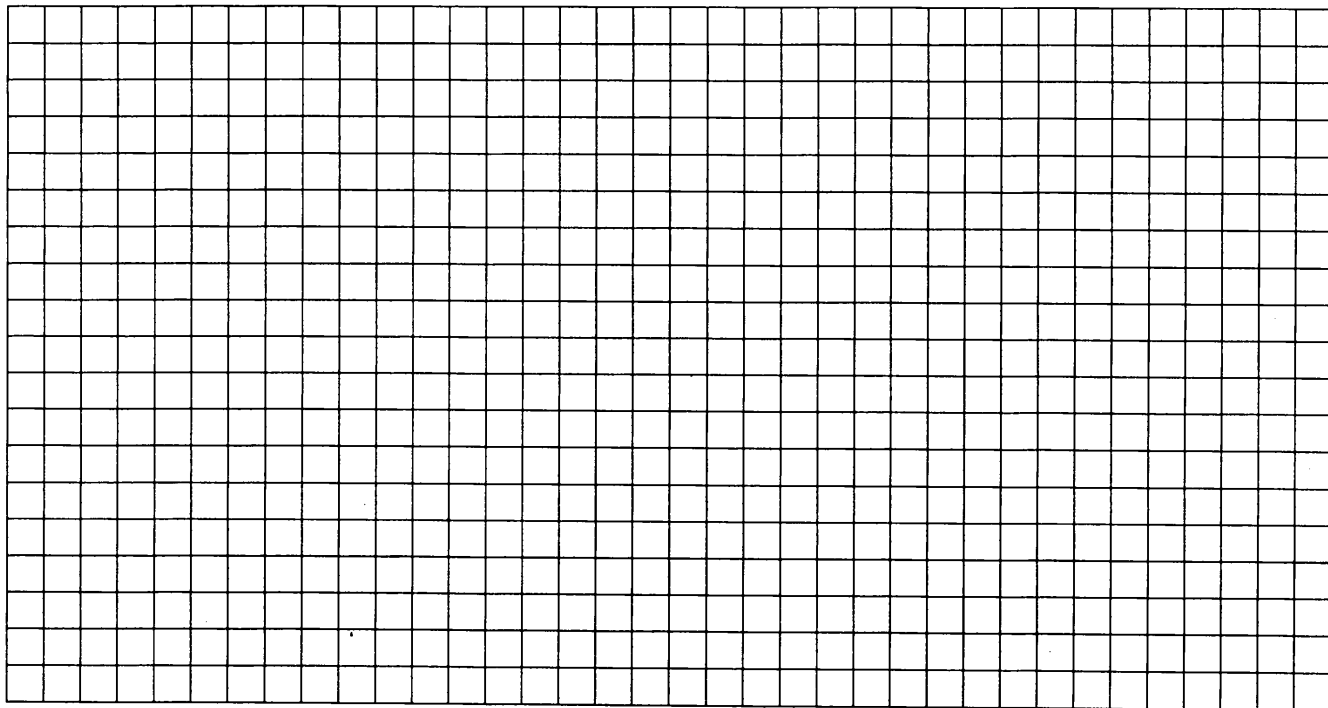


- С4.** На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки K , L и M , причем $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LC = 1 : 2$, $CM : MA = 3 : 1$. В каком отношении отрезок KL делит отрезок BM ?

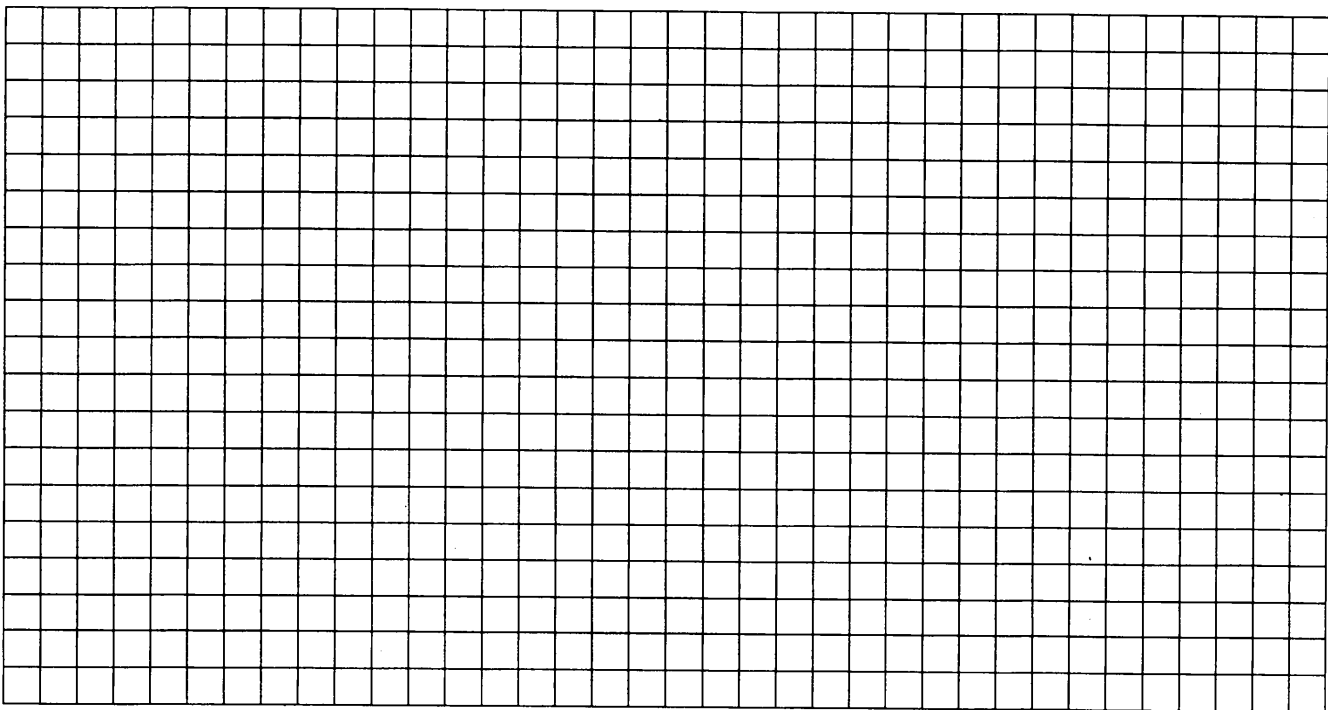


- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение $(x; y)$ система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - (2a + 1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a + 1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$

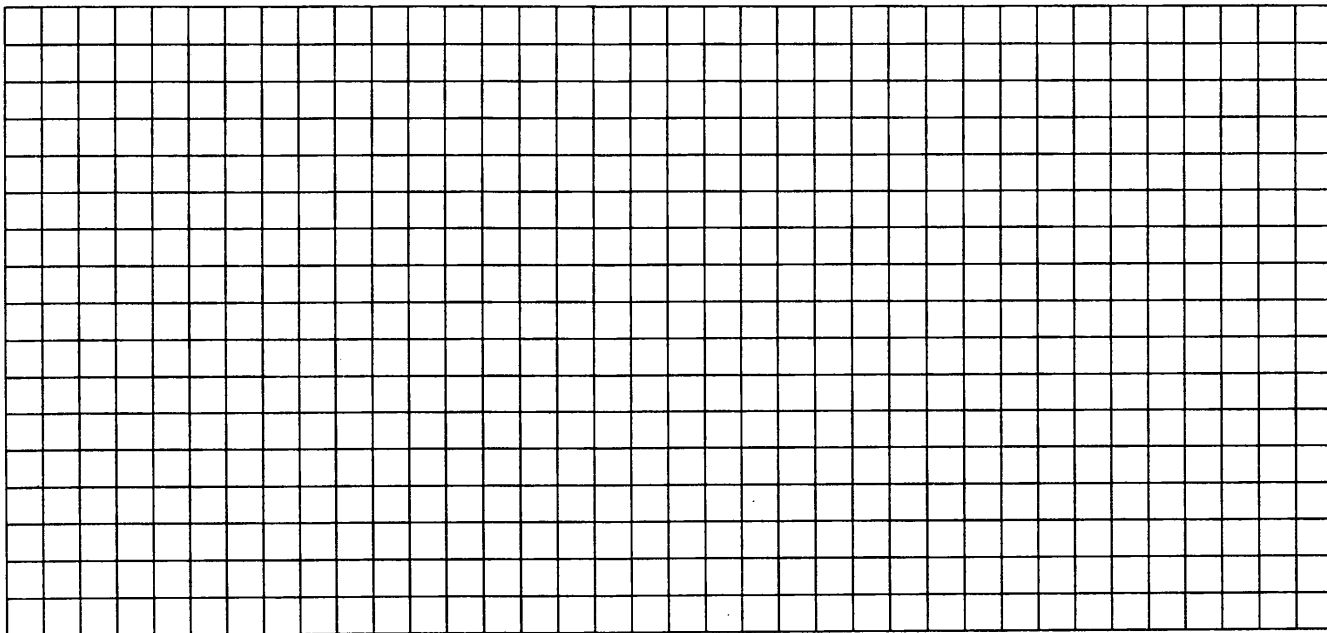


- С6.** Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n , при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

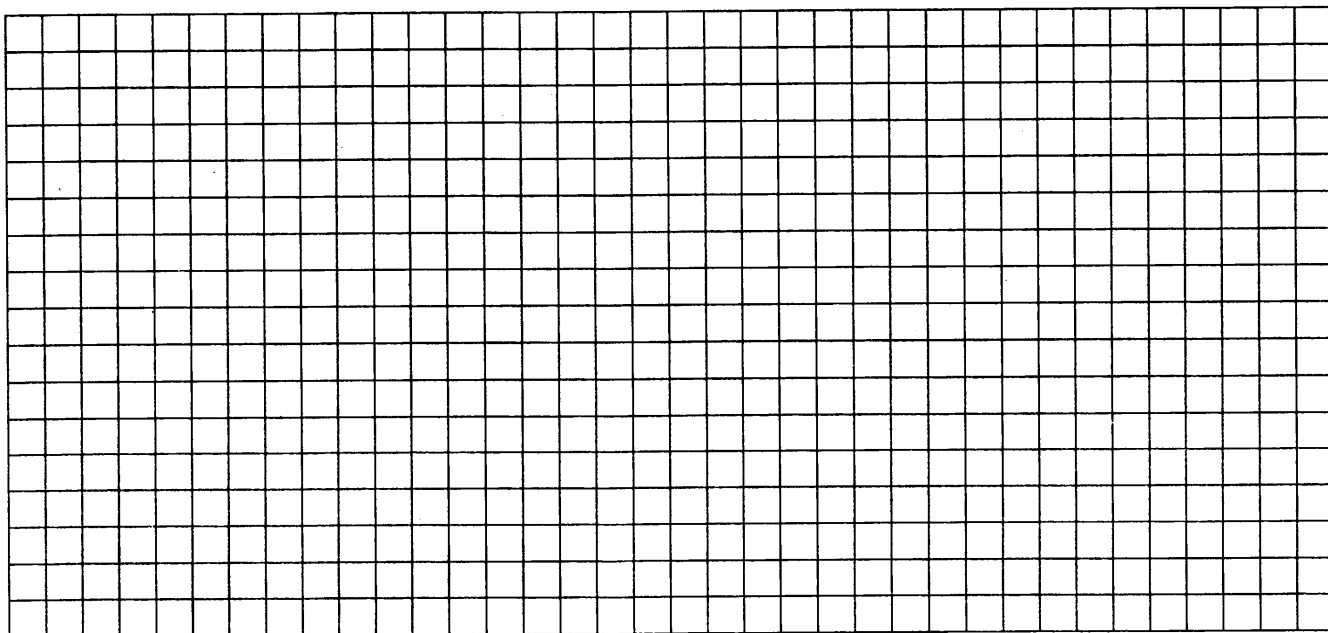
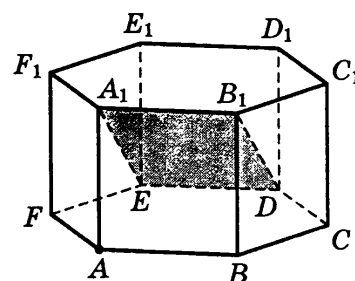


ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

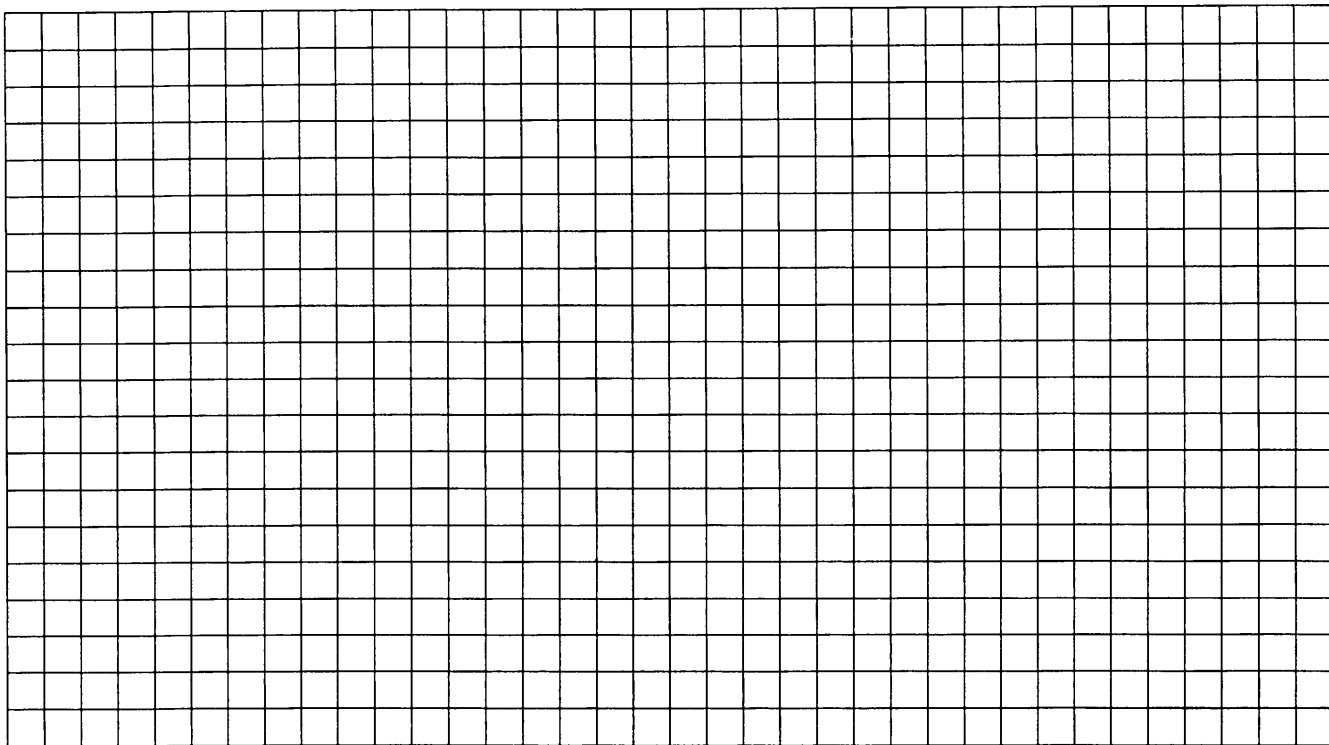
- С1.** Решите уравнение $6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.



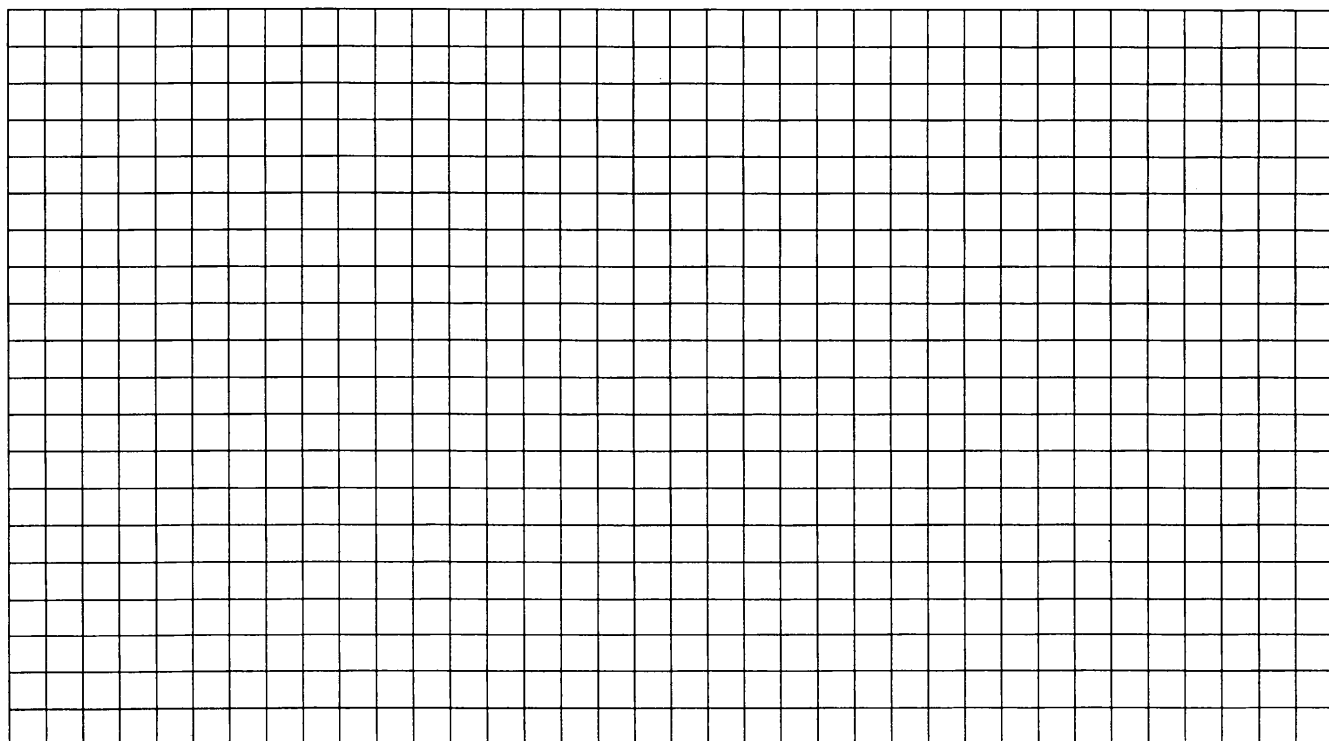
- С2.** В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости DEA_1 .



С3. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.



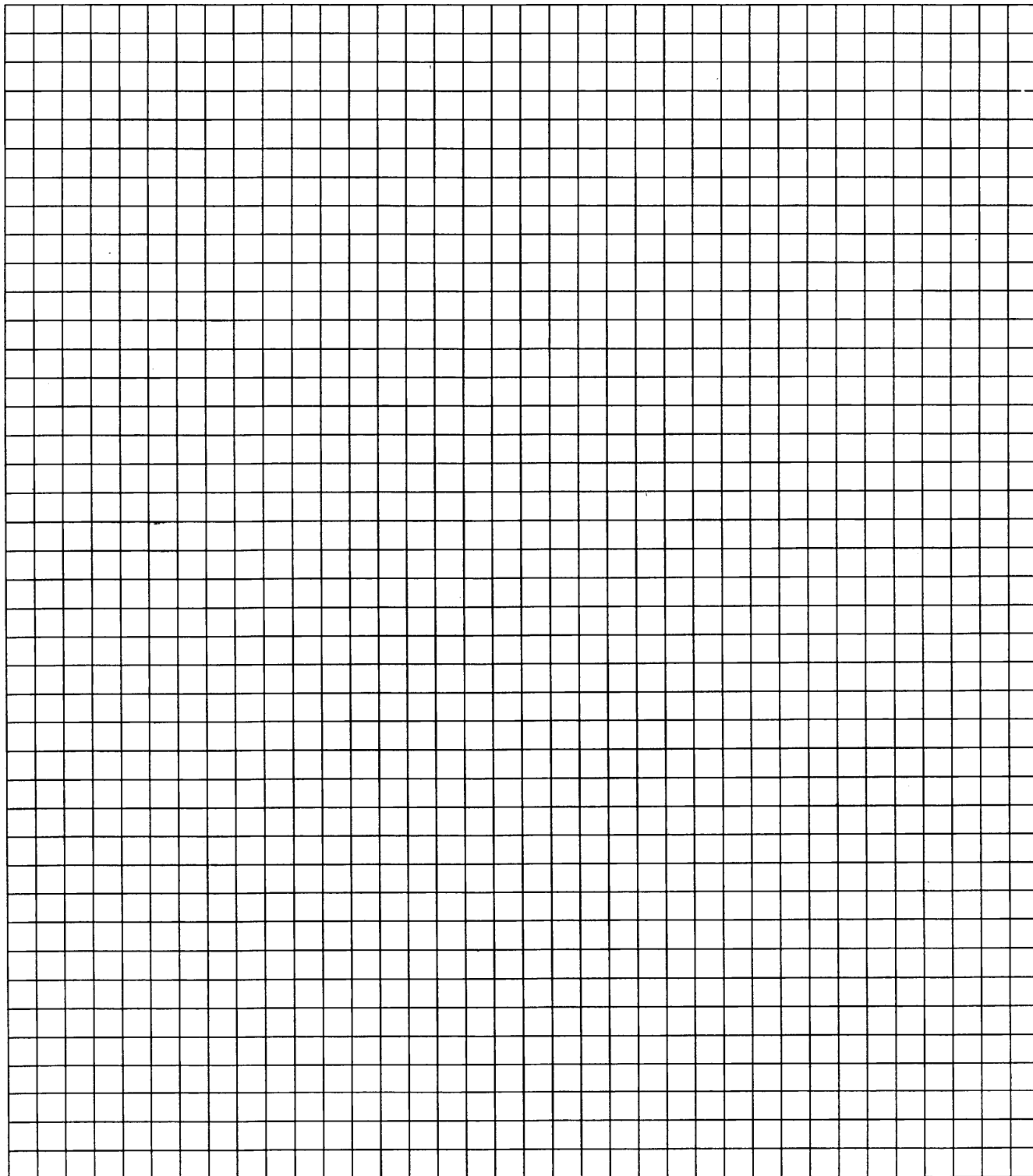
С4. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает в точке D продолжение стороны AB за точку A , причем $AD = \frac{2}{3} AB$. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 1$.



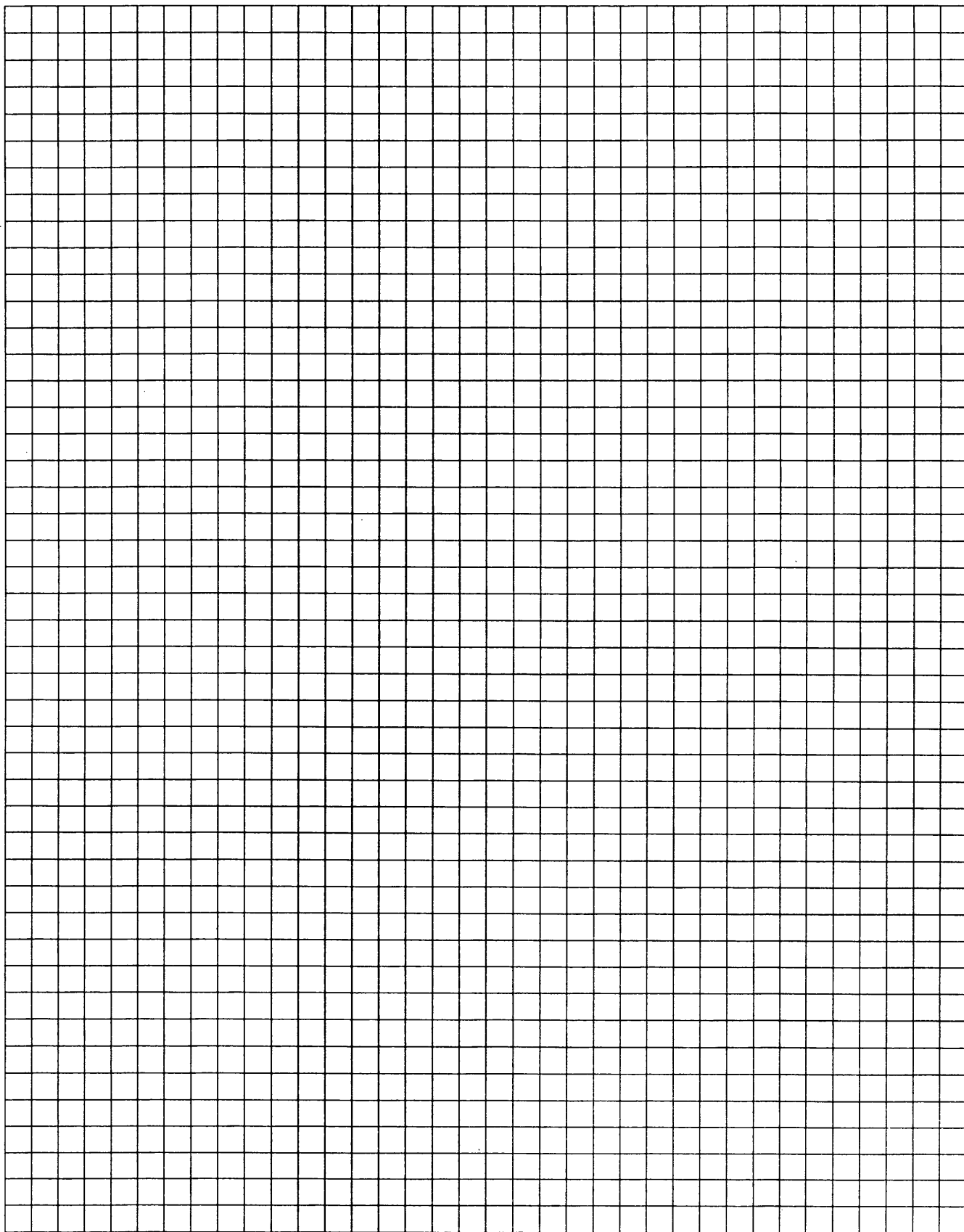
С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{|x-1|} + \sqrt{7|y|} = 1, \\ x^2 + 49y^2 + 4a + 1 = 2x \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.



С6. Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на $27 - K$. Найдите a .



**ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ
ЕГЭ-2012
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Ответом к заданиям части 1 (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

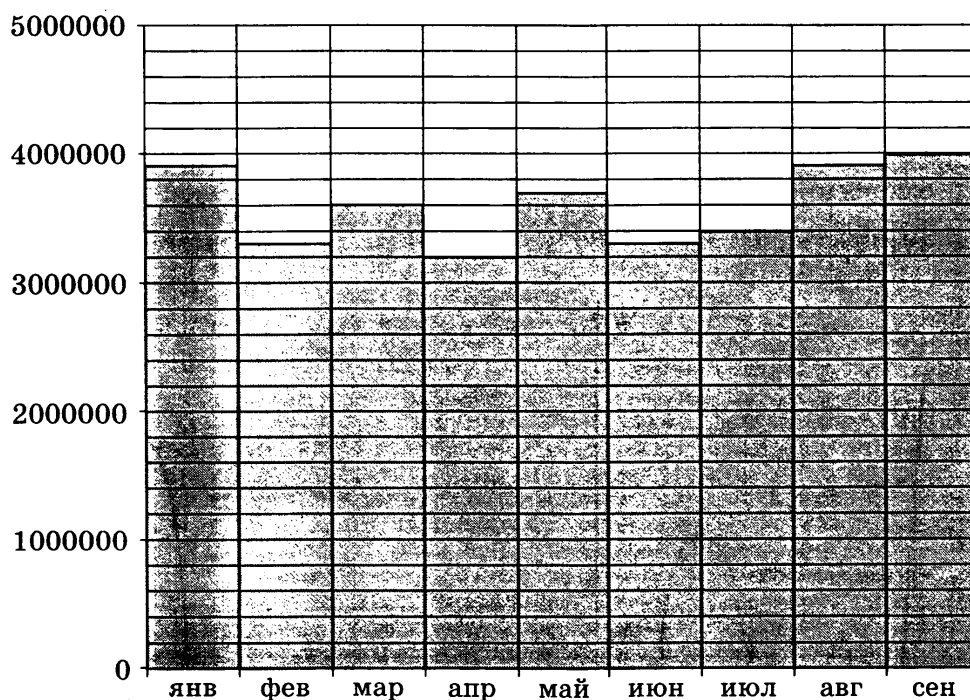
Часть 1

В1. Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

■ 11.B1

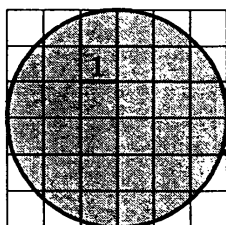
В2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.

■ 11.B2



В3. Найдите площадь S круга. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

■ 11.B3



11.B4 ■

11.B5 ■

11.B6 ■

11.B7 ■

11.B8 ■

- B4.** При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
- доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;
 - доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;
 - доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

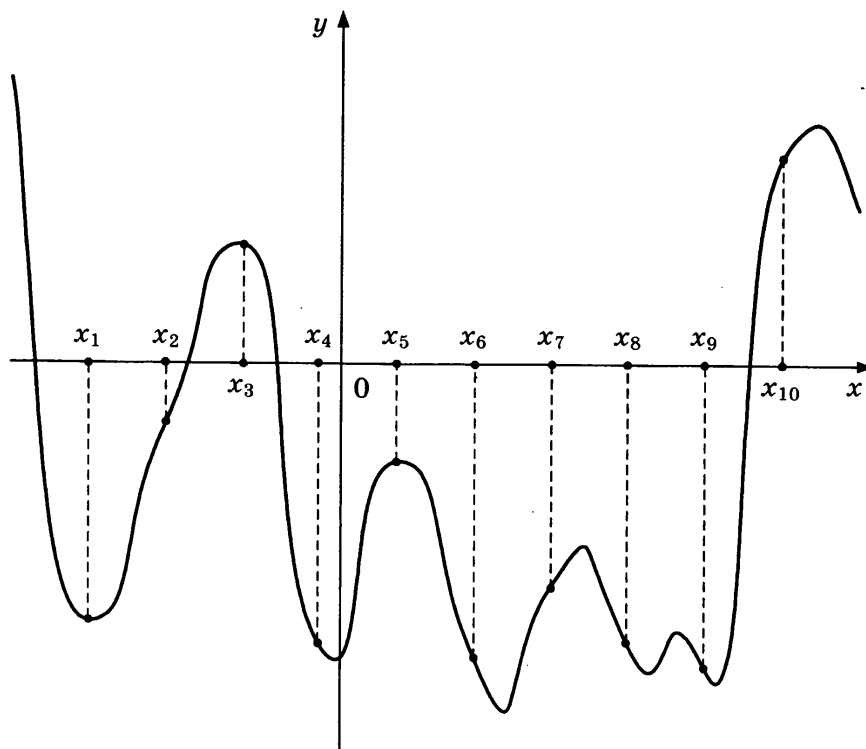
Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

- B5.** Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 7$.

- B6.** В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56° . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

- B7.** Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$.

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



B9. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна $\sqrt{73}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

■ 11.B9

B10. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

■ 11.B10

B11. Объем цилиндра равен 24 см^3 . Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

■ 11.B11

B12. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

■ 11.B12

B13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

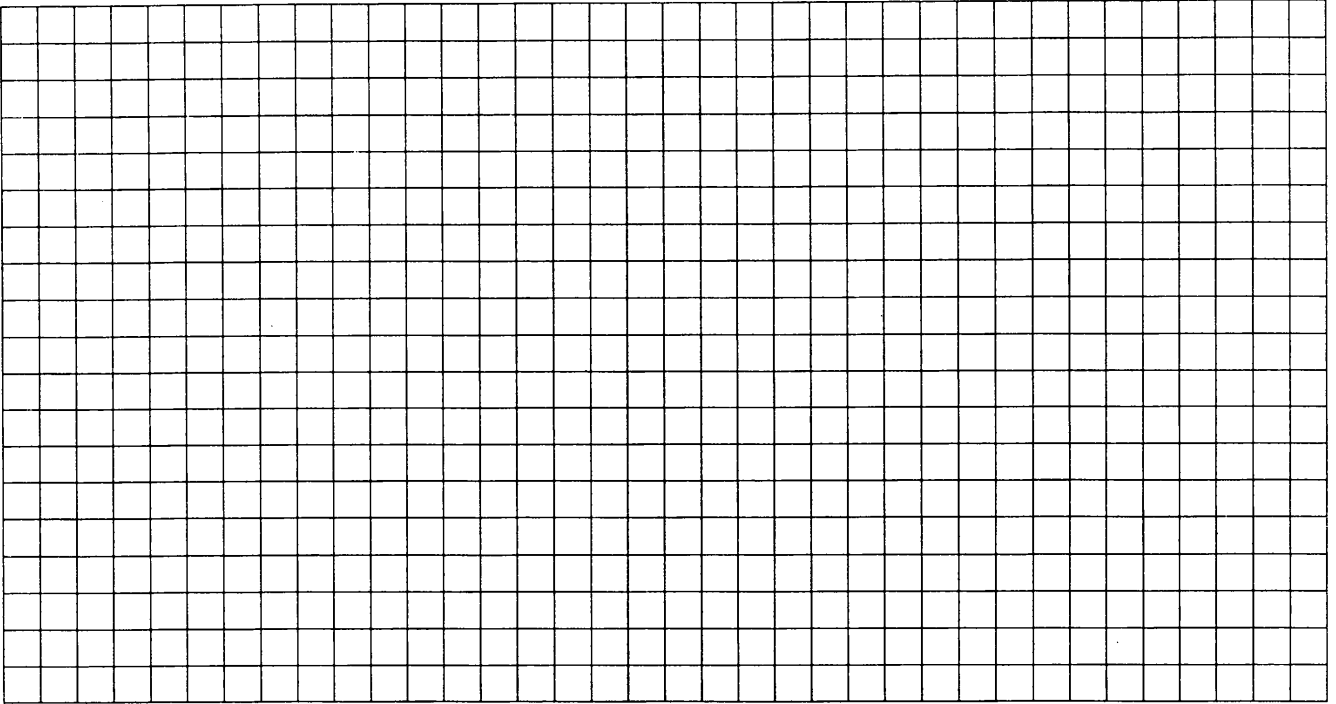
■ 11.B13

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 11 \tan x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

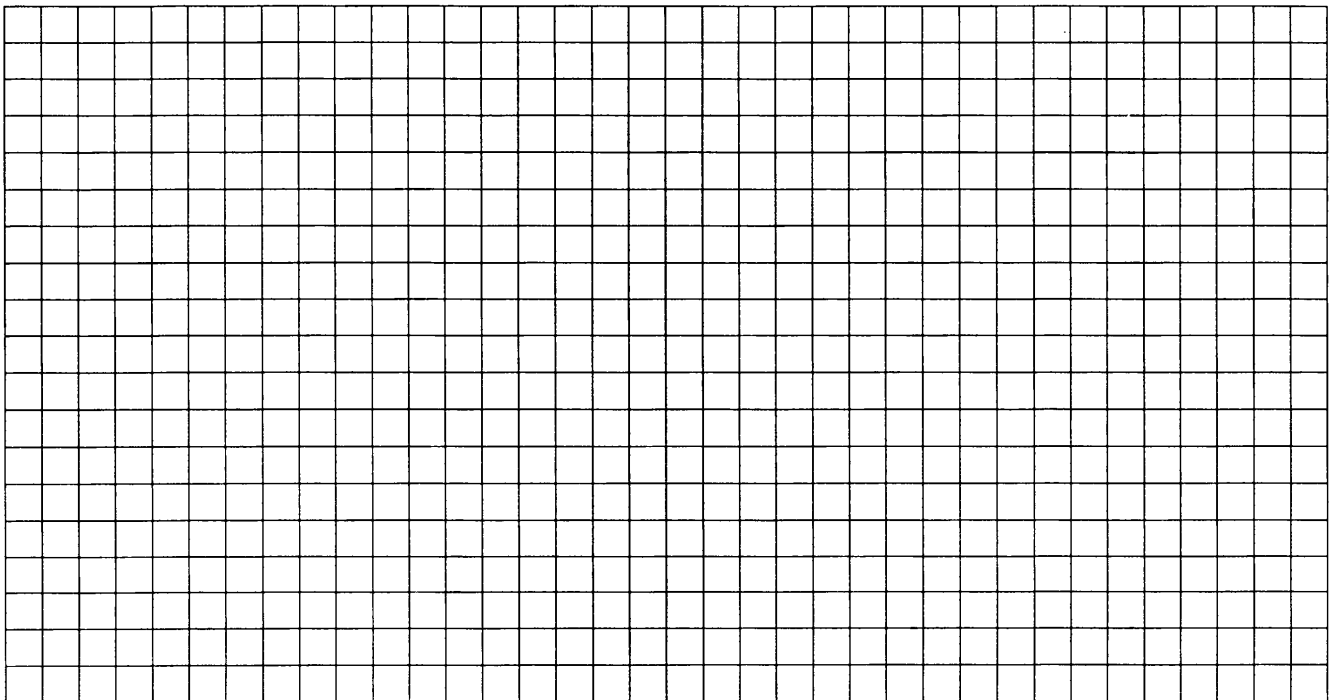
■ 11.B14

Часть 2

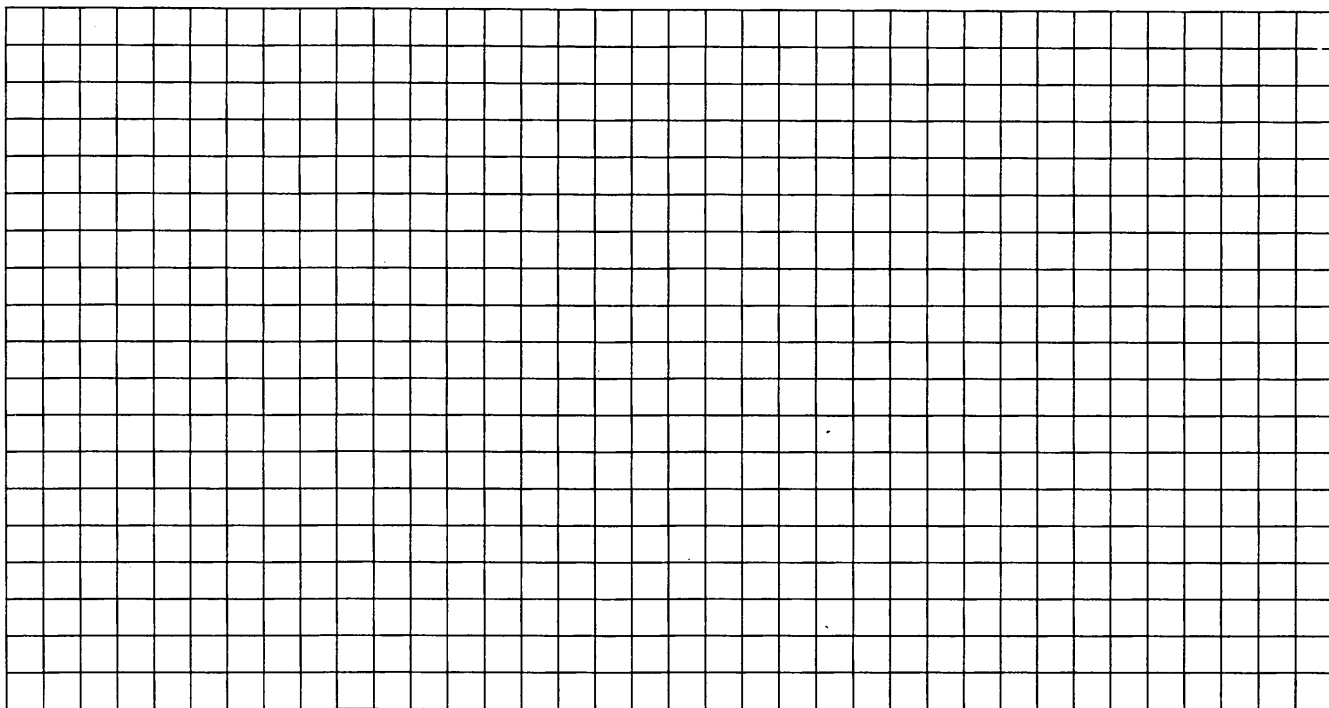
- С1.** Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.



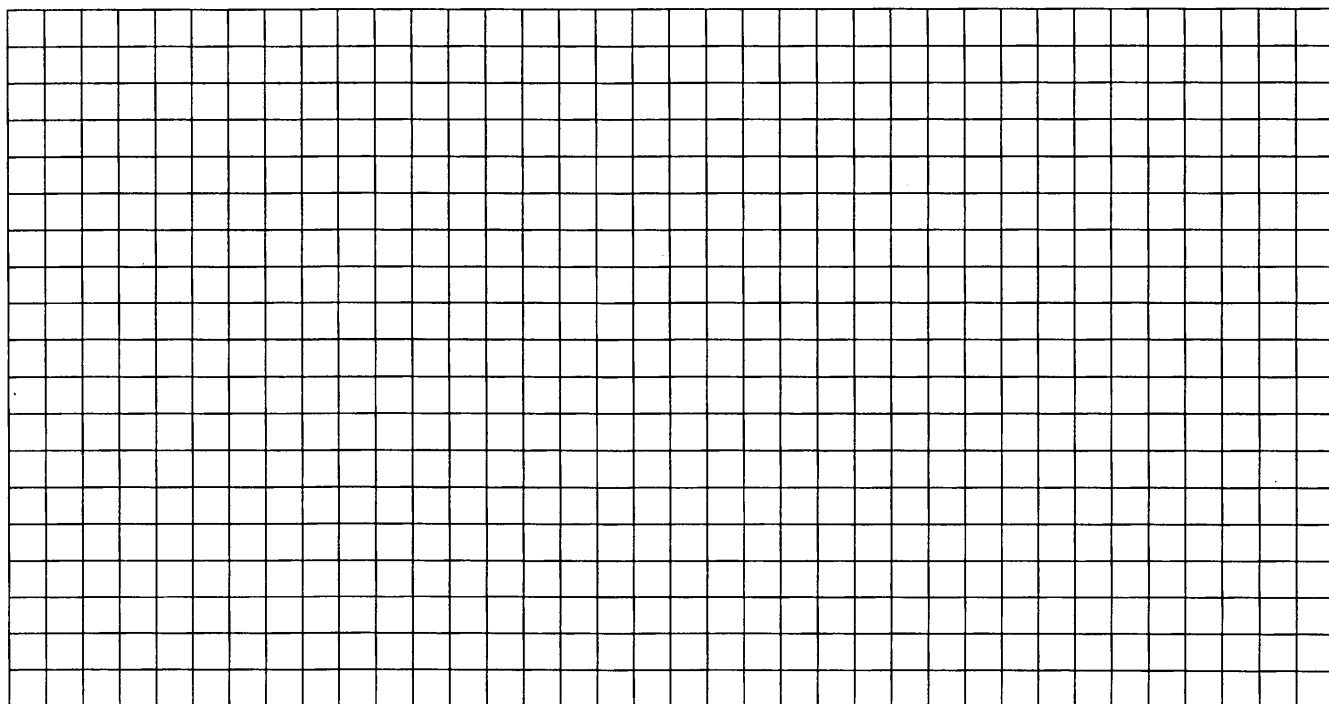
- С2.** Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AD , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.



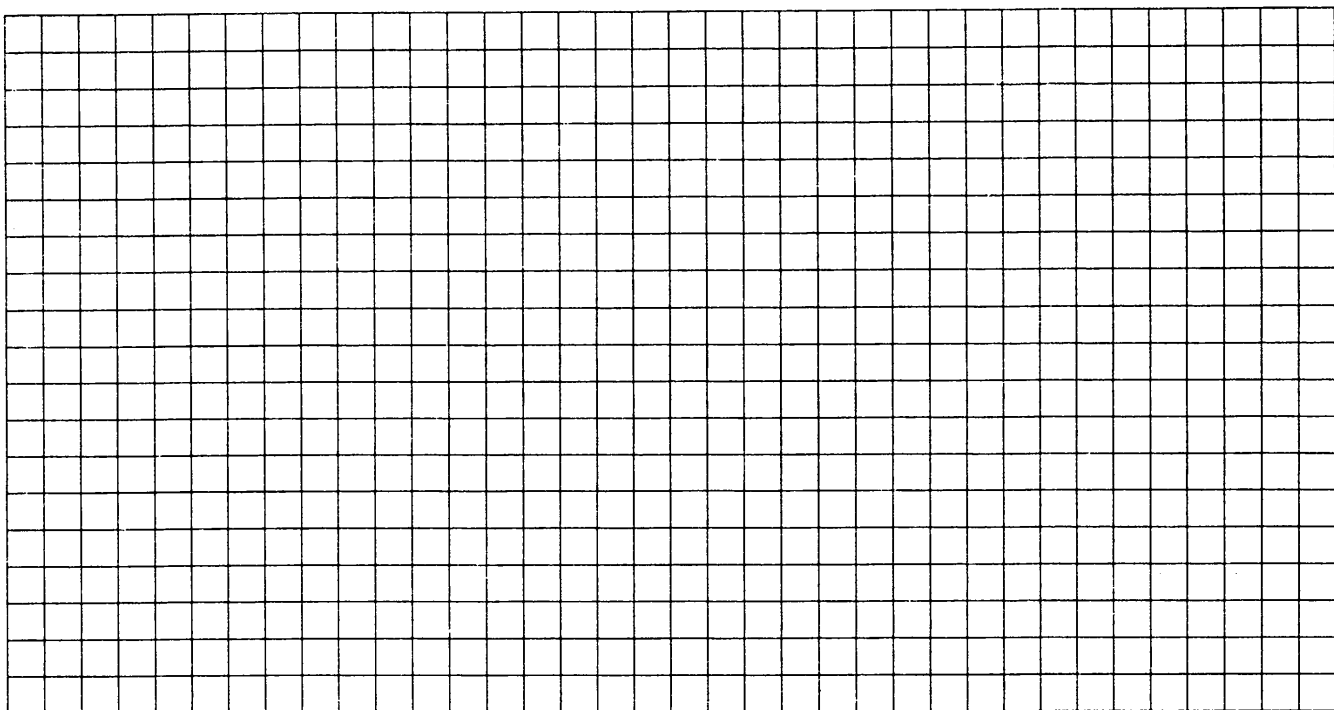
- С3.** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2(x^2) + \log_2(x^2) \leq 6. \end{cases}$$



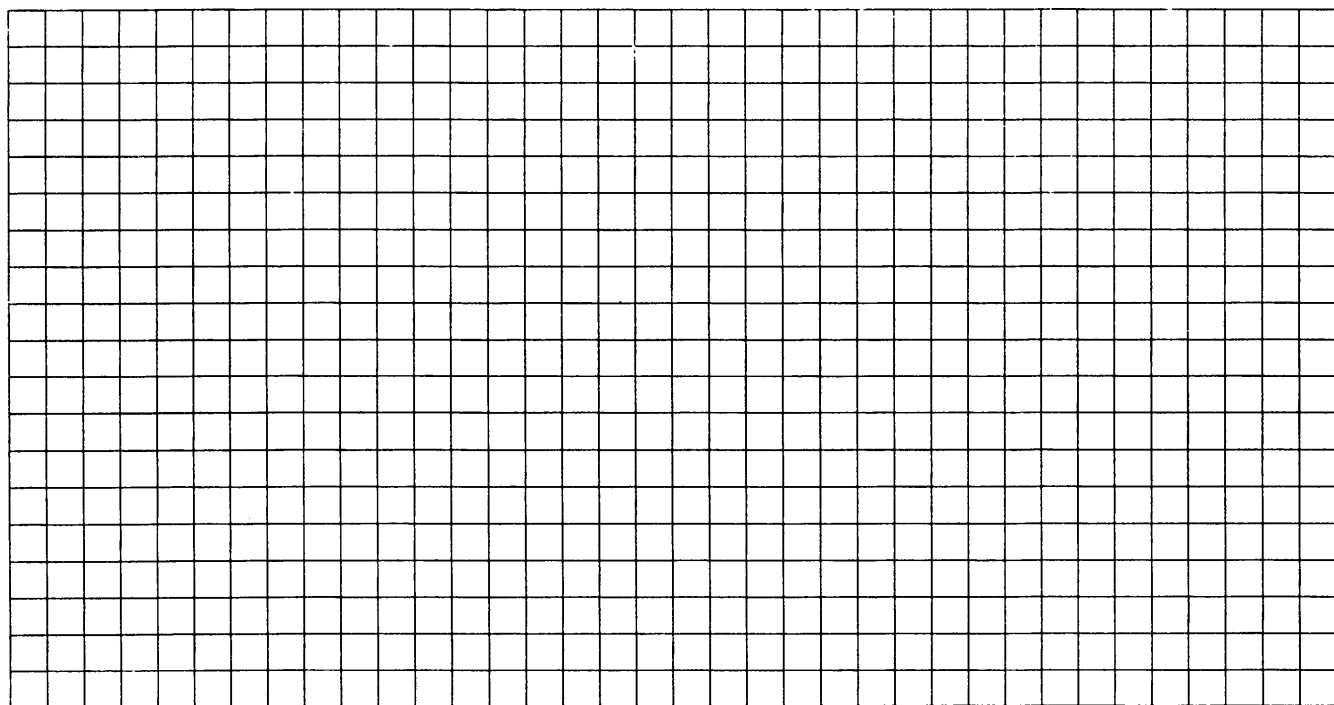
- С4.** Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B . Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A , а большую — в точке C . Известно, что $AC = 3\sqrt{2}$. Найдите BC .



- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.



- С6.** Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

Часть 1

В1. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

■ 12.B1

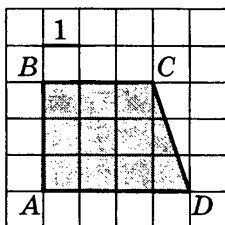
В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.

■ 12.B2



В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

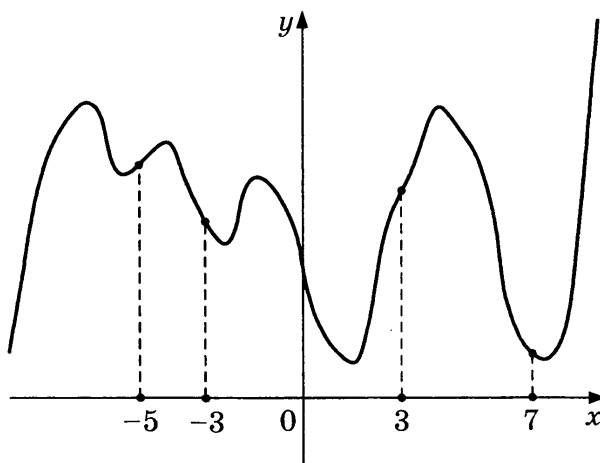
■ 12.B3



В4. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

■ 12.B4

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	

12.B5 ■**B5.** Решите уравнение $\log_{25}(2 - 3x) = 0,5$.**12.B6 ■****B6.** Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 7, а расстояние от точки B до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .**12.B7 ■****B7.** Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.**12.B8 ■****B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-5, -3, 3, 7$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.**12.B9 ■****B9.** Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $10\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 7. Найдите тангенс угла между боковым ребром и основанием пирамиды.**12.B10 ■****B10.** В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.**12.B11 ■****B11.** Объем данной правильной треугольной призмы равен 80 см^3 . Найдите объем правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы. Ответ дайте в см^3 .

B12. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 2700$ кг — их общая масса, D (в метрах) — диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения g равным 10 м/с², а π равным 3 , определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па.

■ 12.B12

B13. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

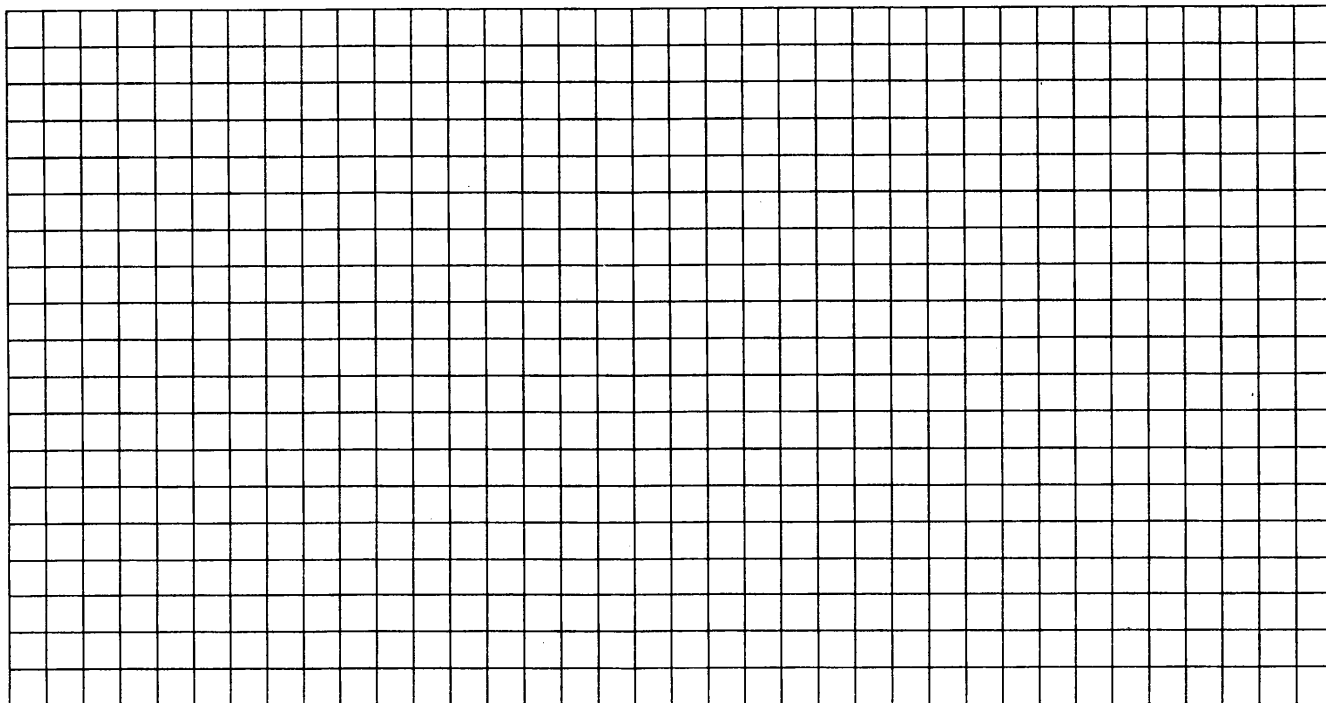
■ 12.B13

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

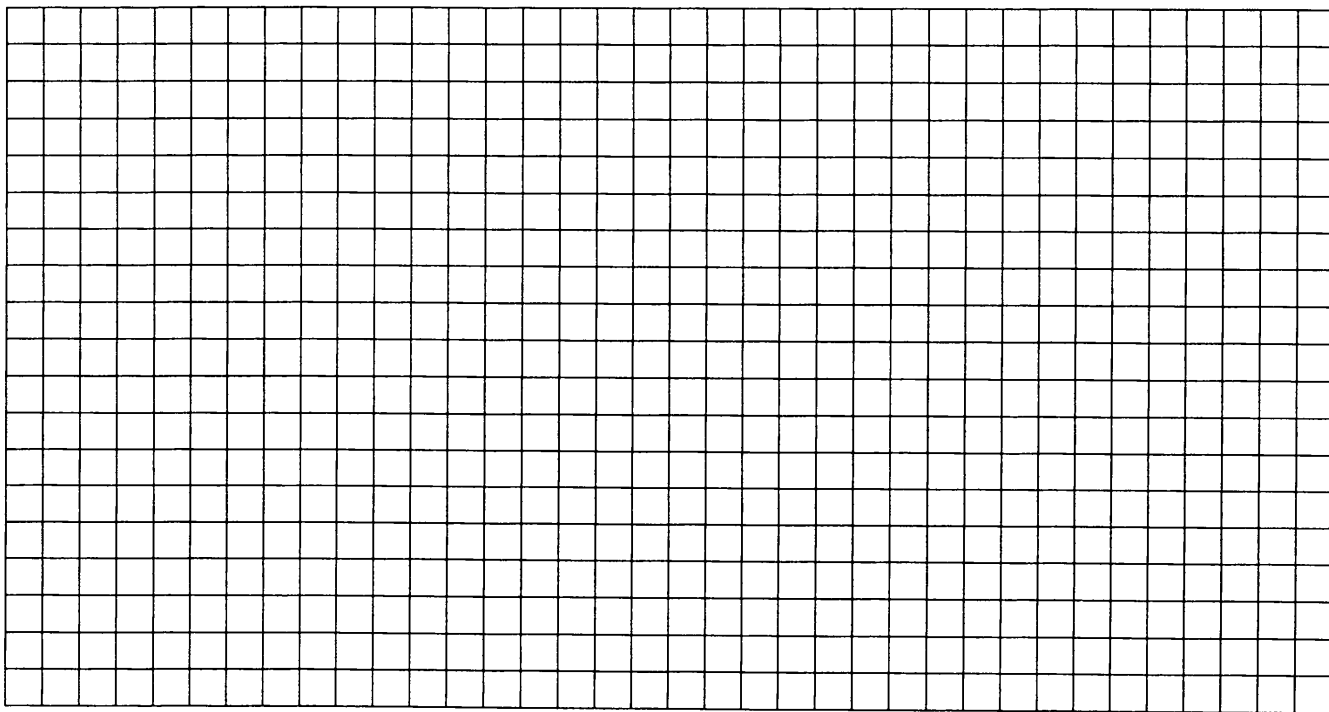
■ 12.B14

Часть 2

C1. Решите уравнение $\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x + 4 \operatorname{ctg} x}{5 \cos^2 x - 4 \cos x} = 0$.

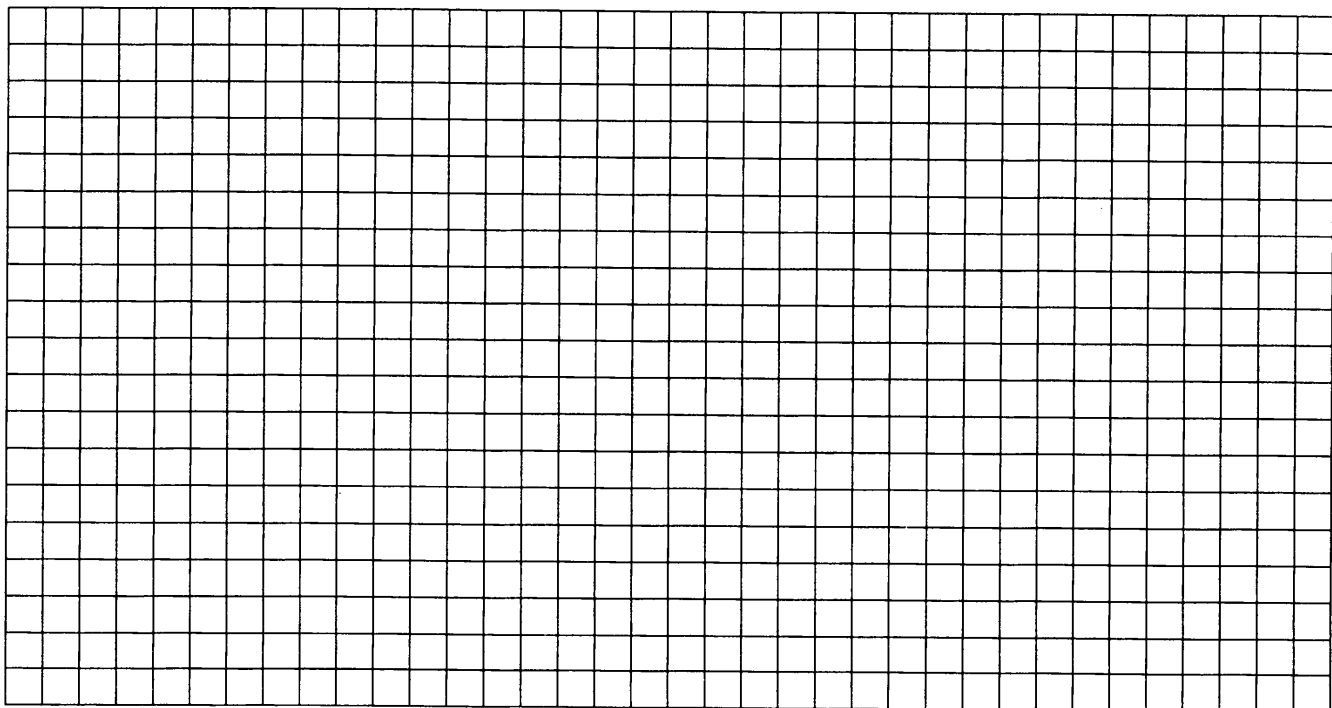


- С2.** В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10$, $BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC .

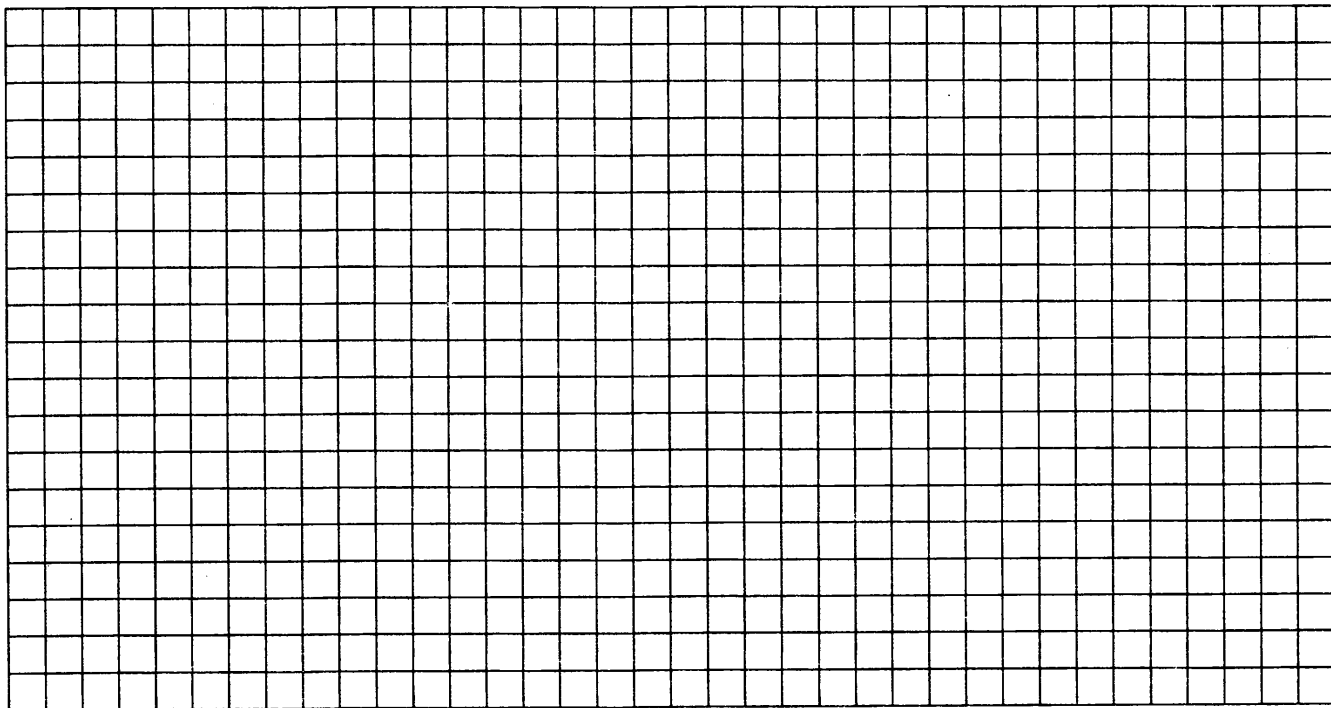


- С3.** Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \log_9(x + 4,5) - 1 \geq 3^{4x^2 - 9}, \\ 3 - 4 \log_9(x + 4,5) \geq 3^{9 - 4x^2}. \end{cases}$$

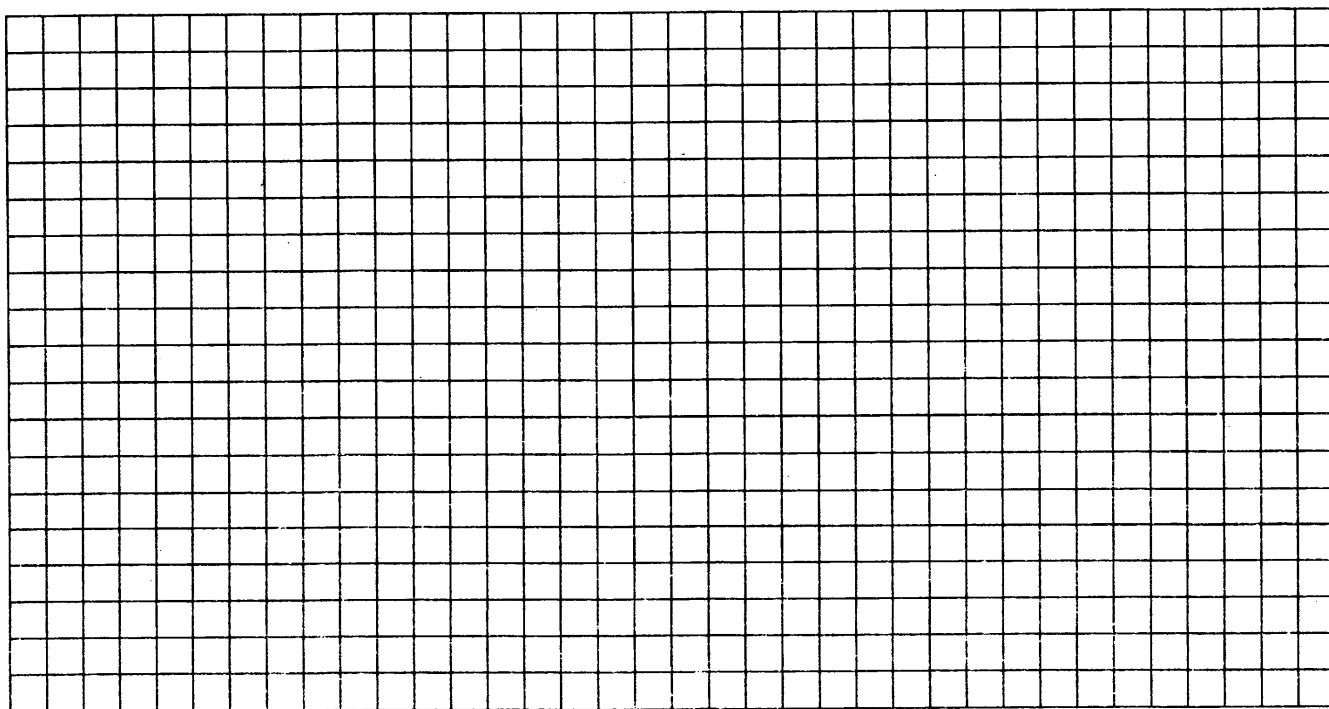


- С4.** Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R > r$) соответственно касаются в точке A . Через точку B , лежащую на окружности S_1 , проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M . Найдите BM , если известно, что $AB = a$.

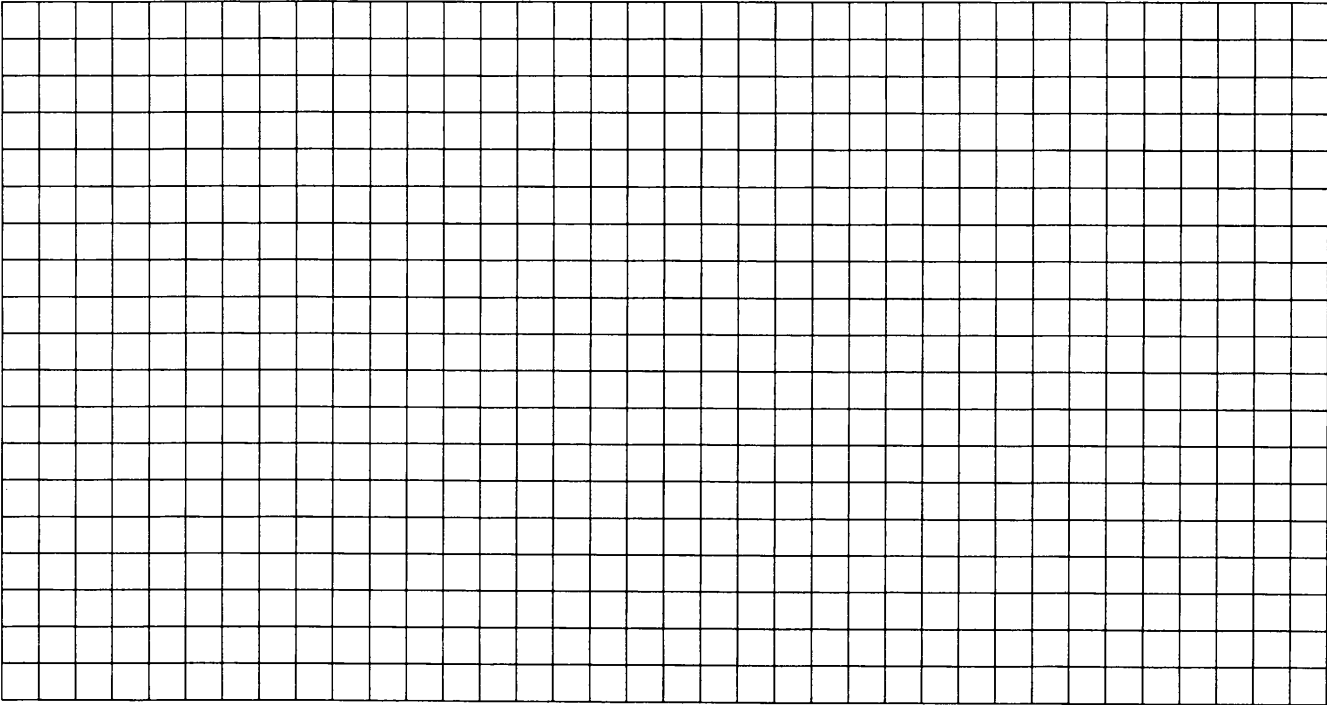


- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$



С6. Найдите все такие натуральные n , что при вычеркивании первой цифры у числа 4^n снова получается число, являющееся натуральной степенью числа 4.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

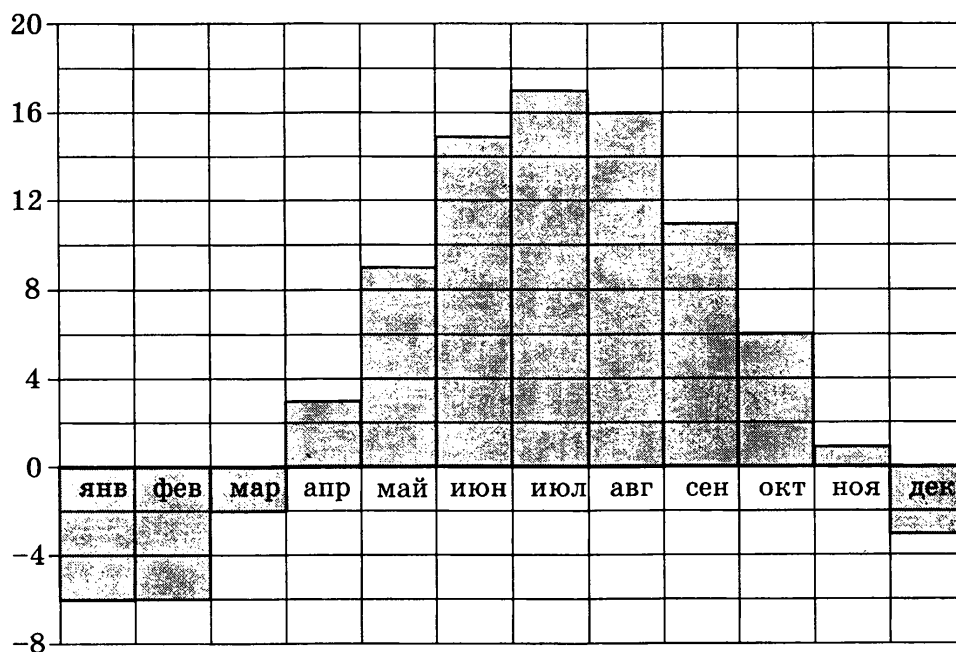
Часть 1

В1. Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек. Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?

■ 13.В1

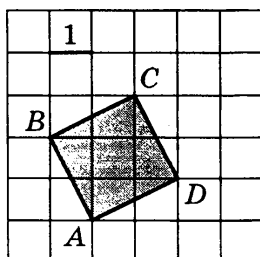
В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была отрицательная.

■ 13.В2



В3. Найдите площадь квадрата $ABCD$.

■ 13.В3



13.B4 ■

- B4.** Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трех перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

13.B5 ■

- B5.** Решите уравнение $2^{5-x} = 0,25$.

13.B6 ■

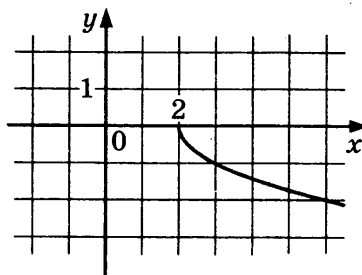
- B6.** Отрезок AB является хордой окружности с центром O . Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A , если угол AOB равен 56° . Ответ дайте в градусах.

13.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$.

13.B8 ■

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f(3)$.



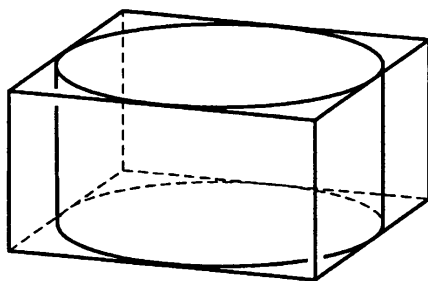
13.B9 ■

- B9.** Высота PH боковой грани PCD правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна $4\sqrt{3}$ и равна стороне CD основания пирамиды. Найдите расстояние между прямыми AB и PH .

13.B10 ■

- B10.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

- В11.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



- В12.** Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

- В13.** Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

- В14.** Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13\operatorname{tg} x - 18$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

■ **13.В11**

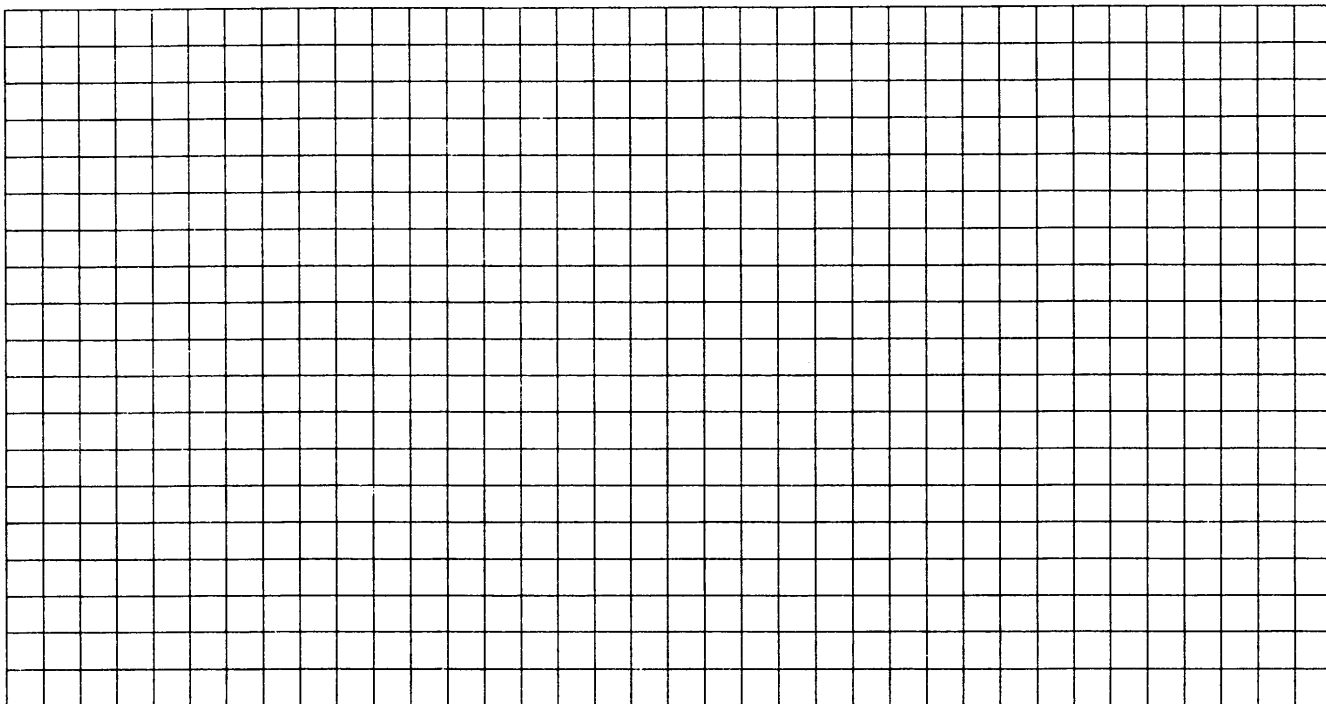
■ **13.В12**

■ **13.В13**

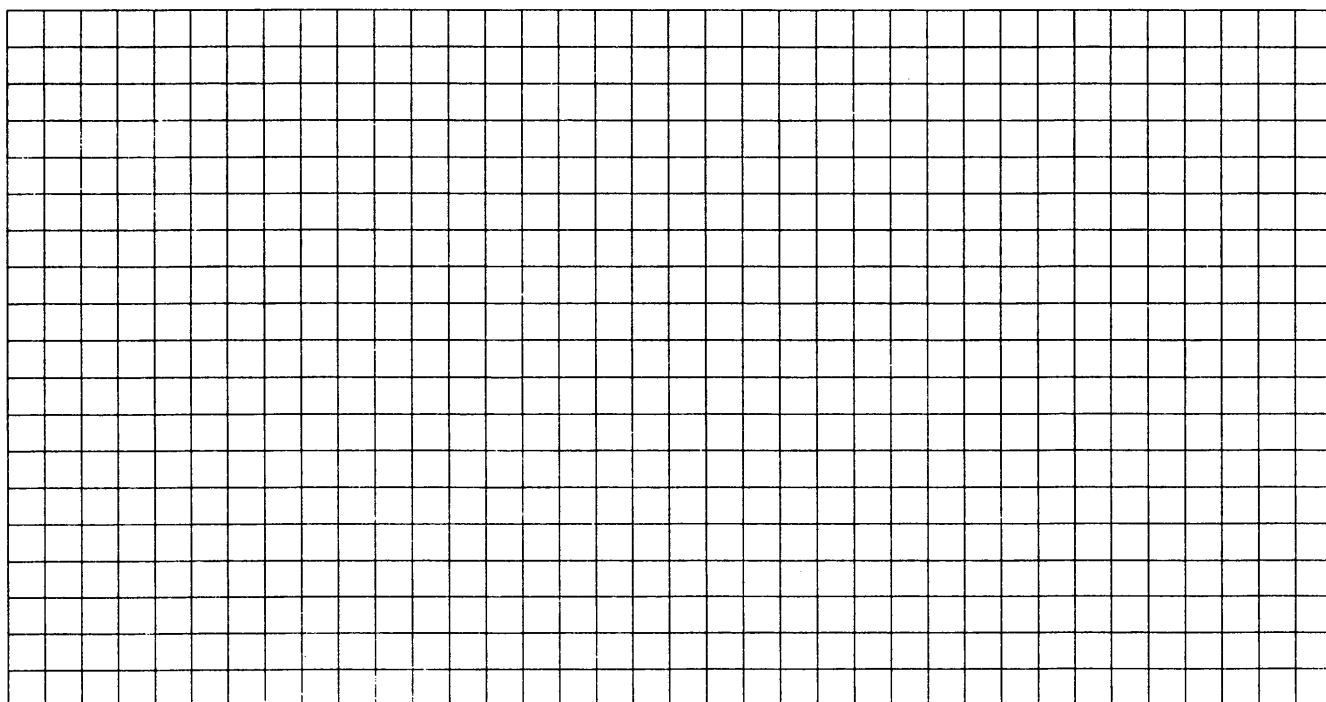
■ **13.В14**

Часть 2

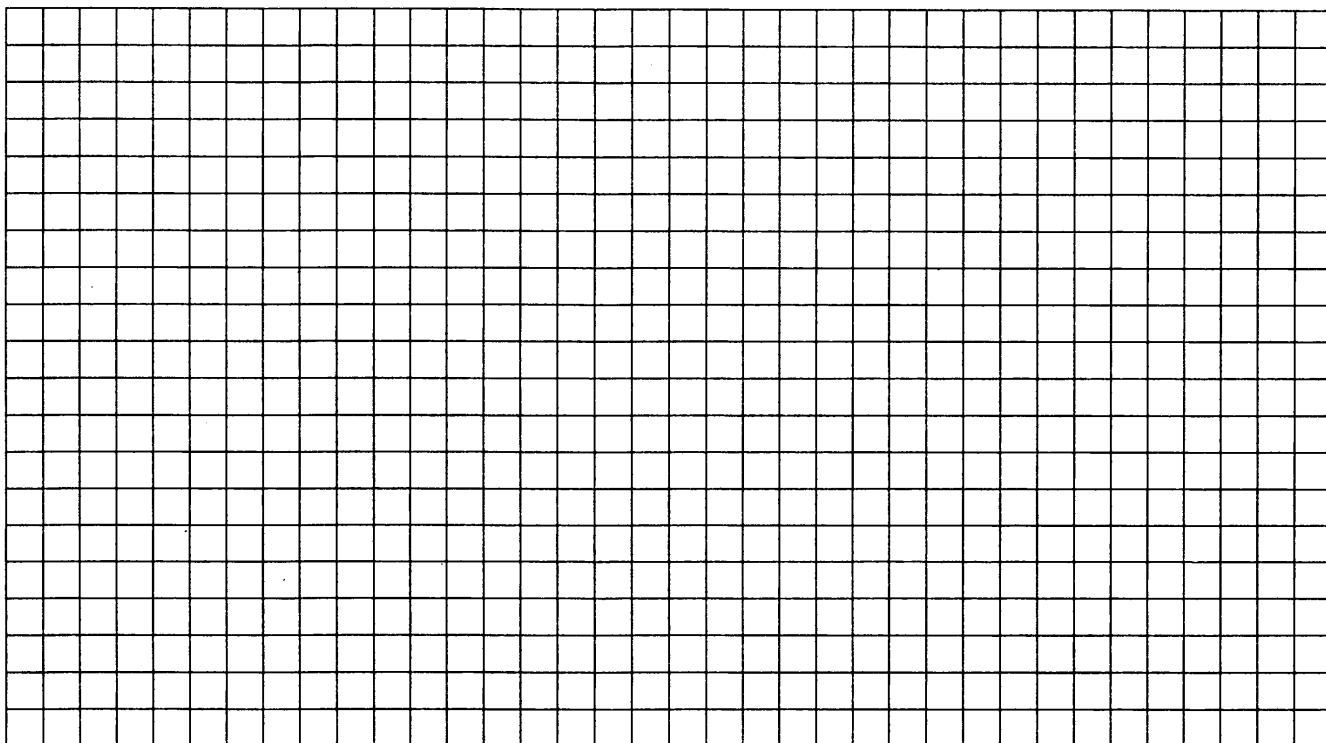
- С1.** Решите уравнение $7 \sin^2 x + 8 \cos x - 8 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.



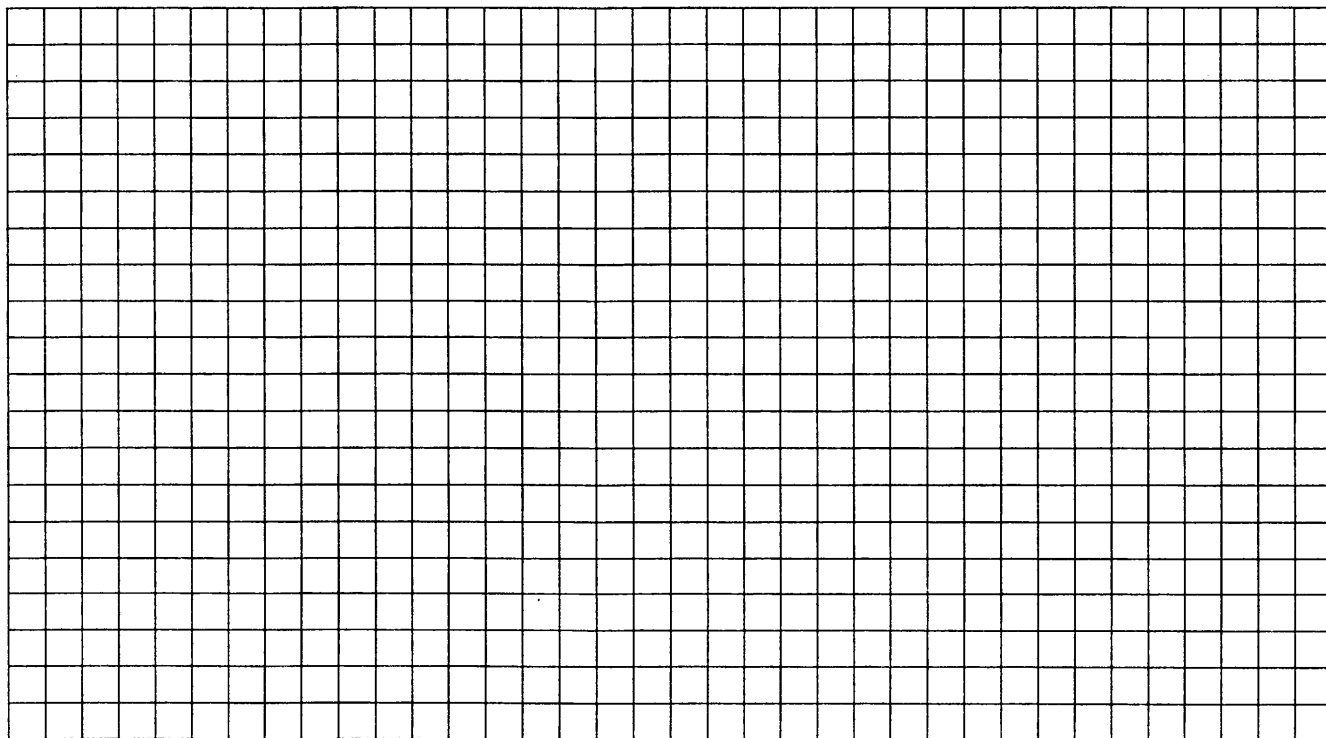
- С2.** Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1 . Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .



С3. Решите неравенство $\log_{x+2}^2(x-18)^2 + 32 \leq 16 \log_{x+2}(36 + 16x - x^2)$.

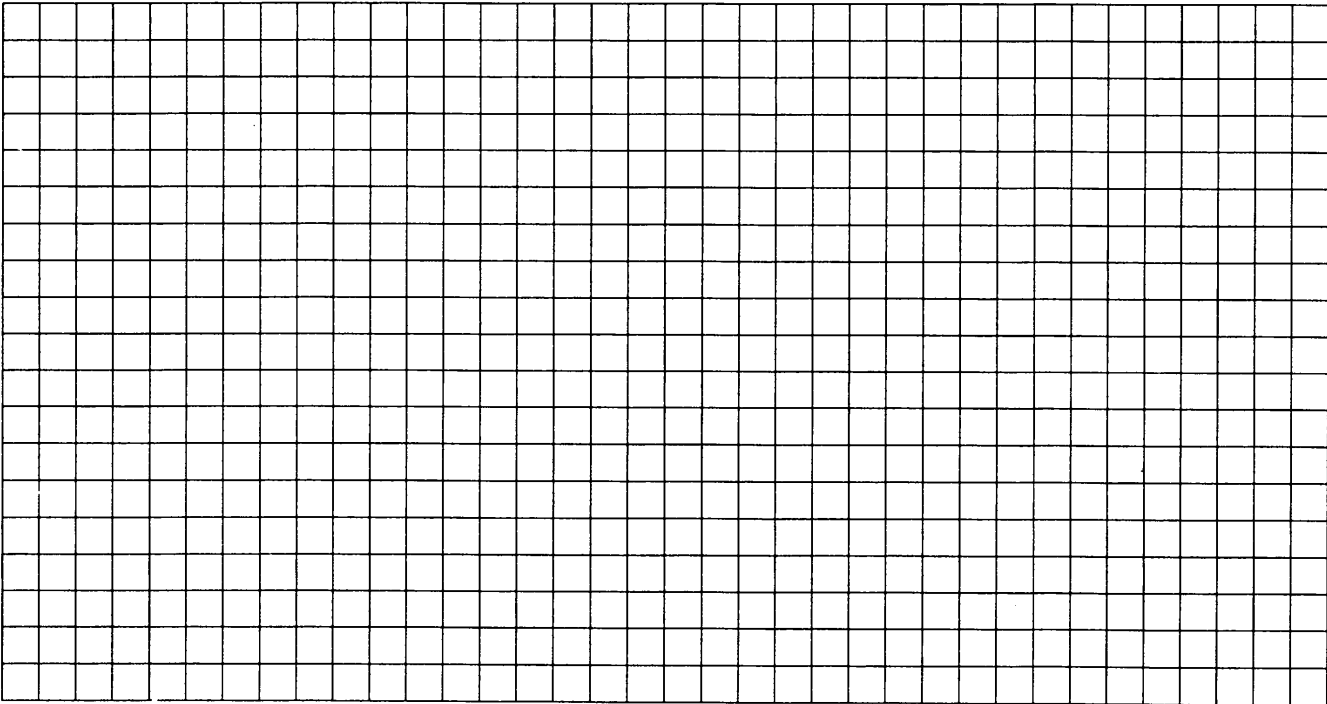


С4. Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A . Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K . Известно, что $\angle OAK = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

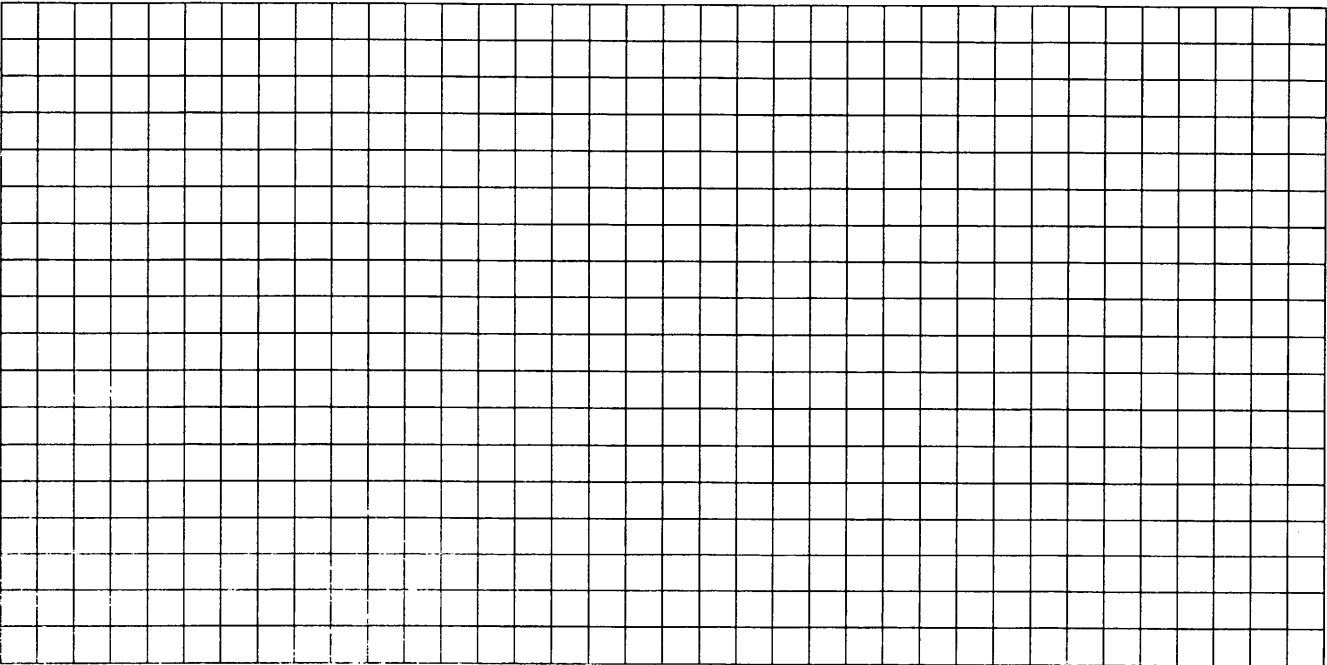


С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) = z, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)((1 - a) \ln(1 - xy) + 1) = 0. \end{cases}$$



С6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них *не была* простой?



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

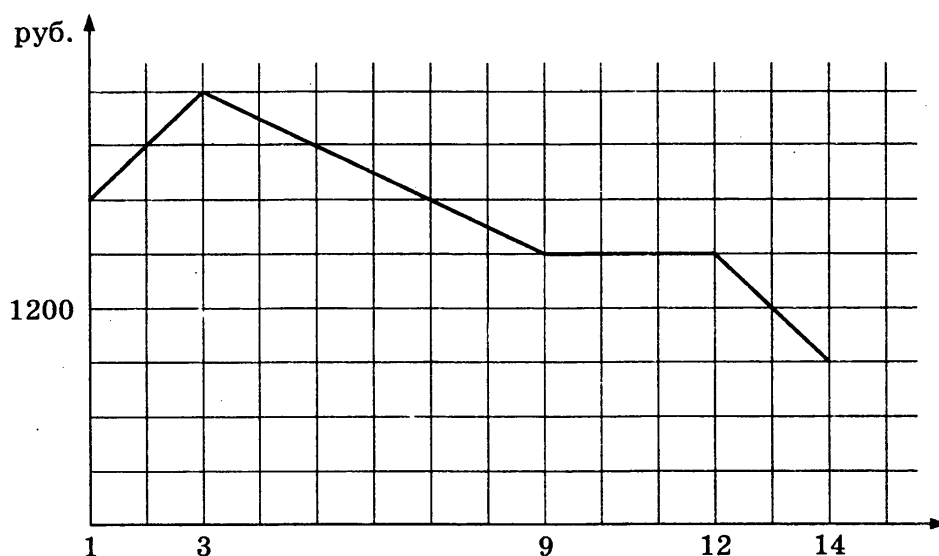
Часть 1

В1. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортилось 20% перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15% помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

■ 14.B1

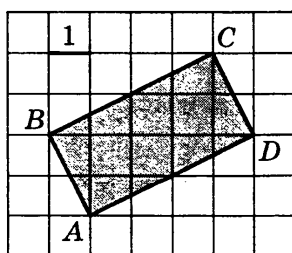
В2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

■ 14.B2



В3. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

■ 14.B3



14.B4 ■

- B4.** При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:

доставка заказа не более чем из трех дисков — 6 \$;

доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;

доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

14.B5 ■

- B5.** Решите уравнение $\sqrt{x+9} = 5$.

14.B6 ■

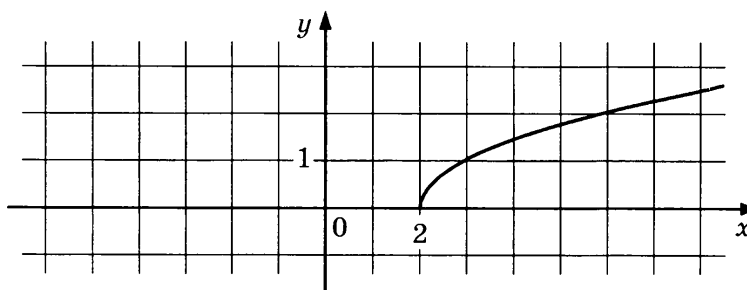
- B6.** Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.

14.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.

14.B8 ■

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.

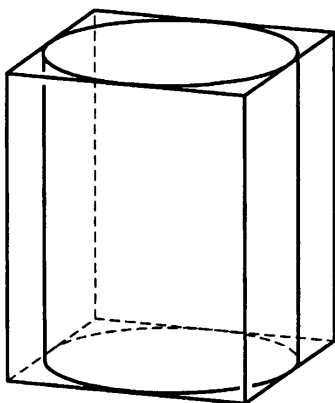
**14.B9 ■**

- B9.** Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

14.B10 ■

- B10.** Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

- B11.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



- B12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

- B13.** Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

- B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{20-x}$ на отрезке $[19; 21]$.

■ 14.B11

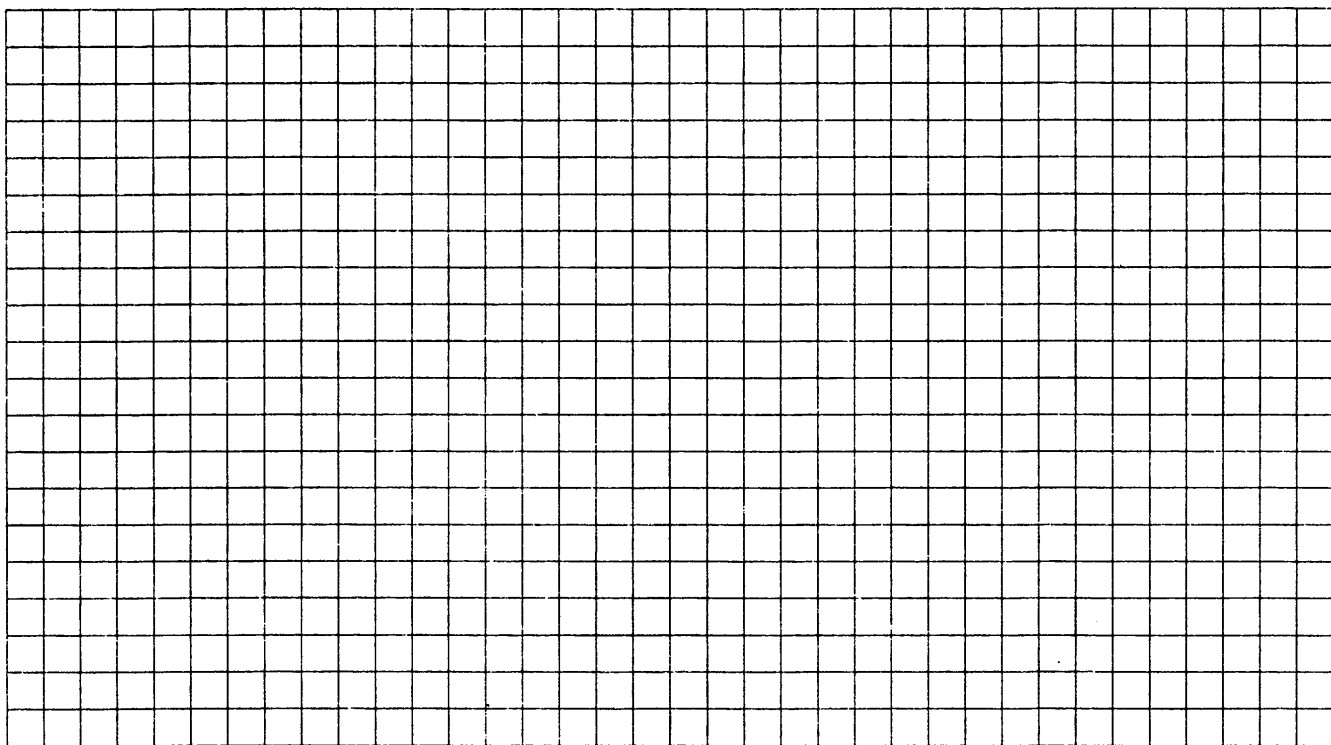
■ 14.B12

■ 14.B13

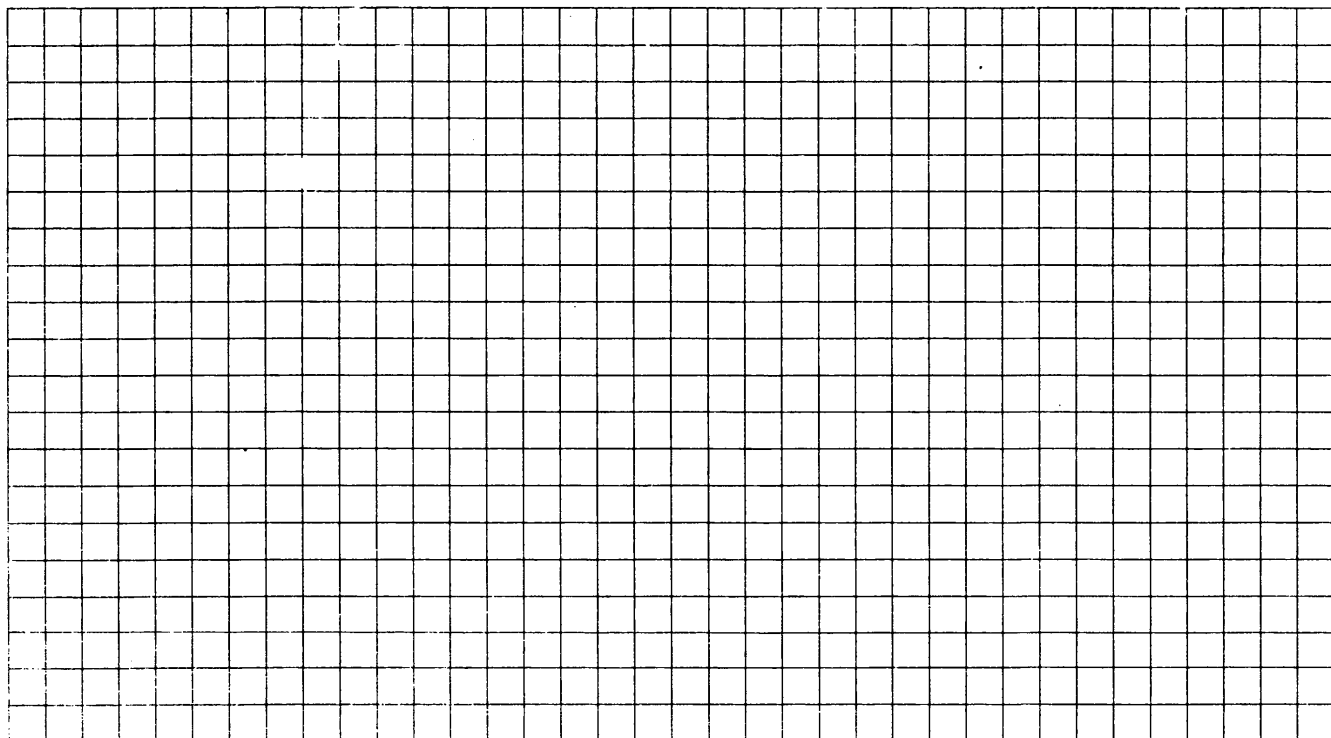
■ 14.B14

Часть 2

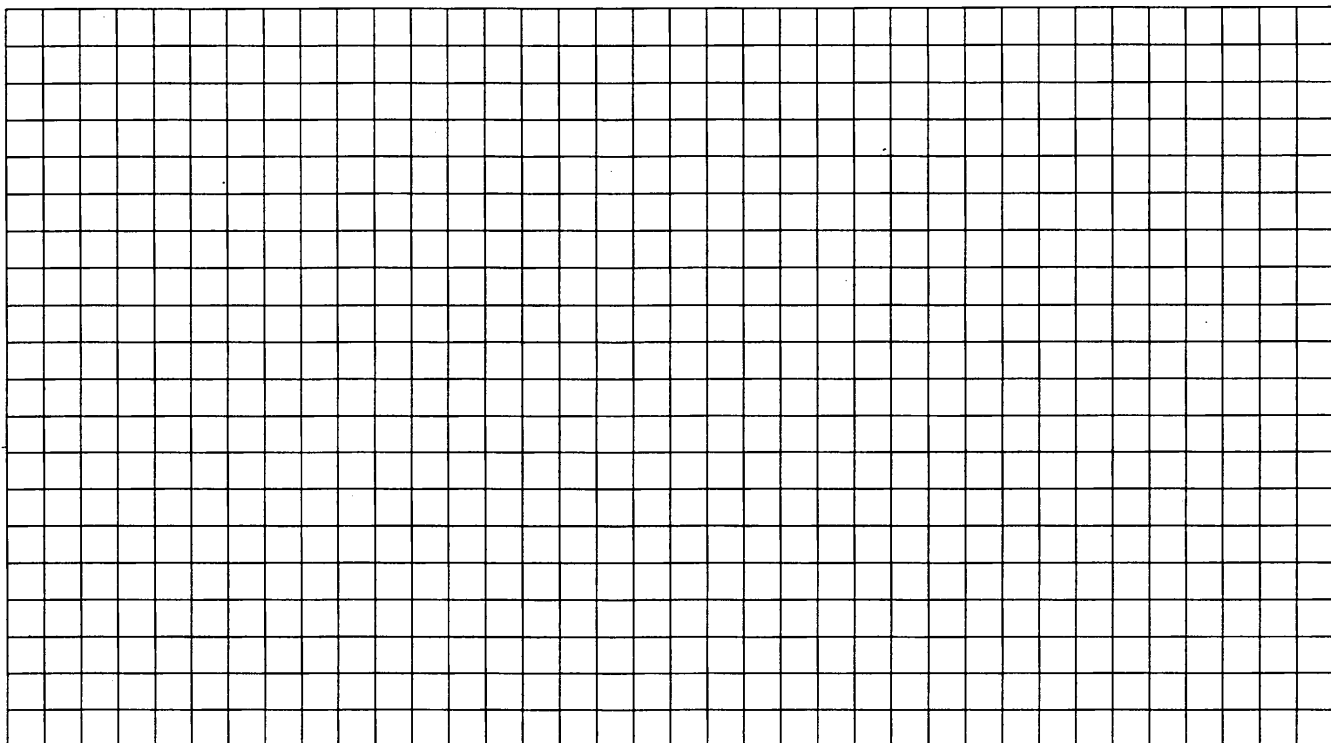
С1. Решите уравнение $\frac{\log_5(-2\cos x)}{\sqrt{5}\operatorname{tg} x} = 0$.



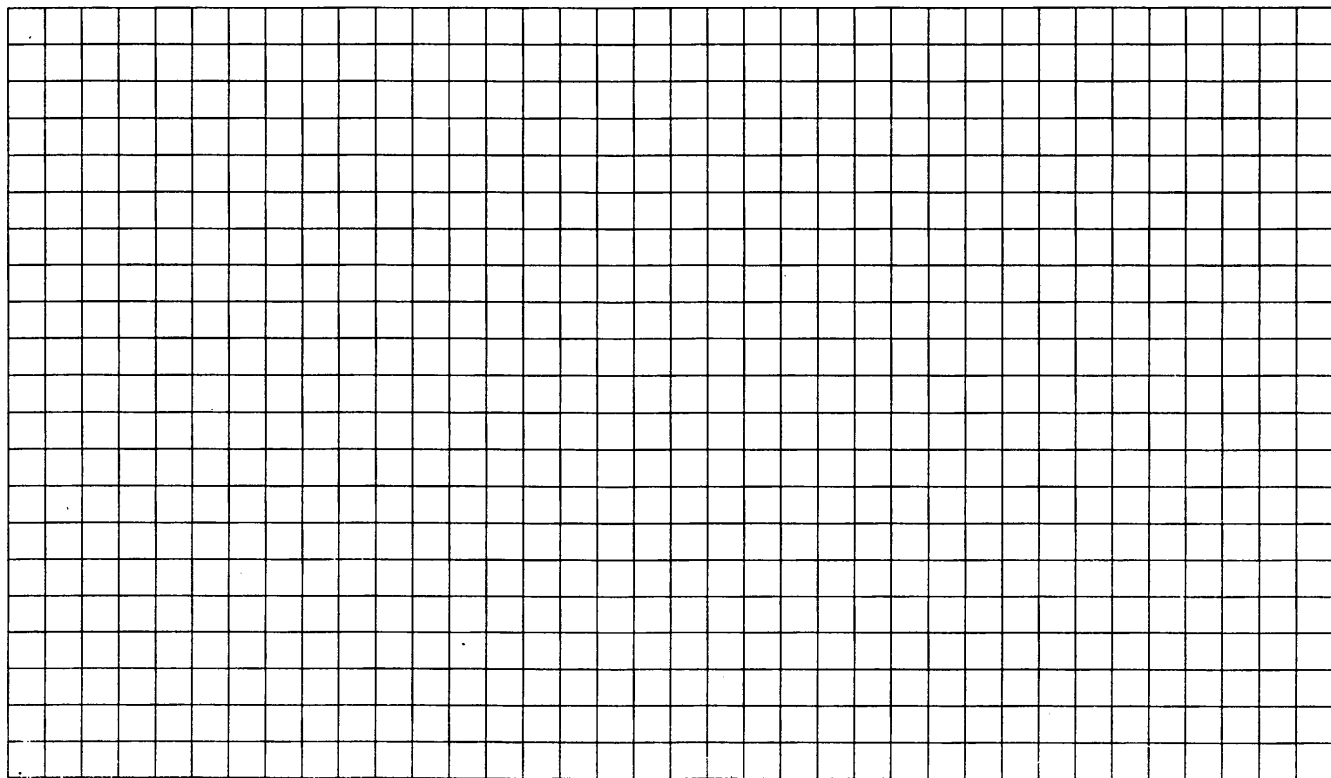
С2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между плоскостями $AB_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.



С3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

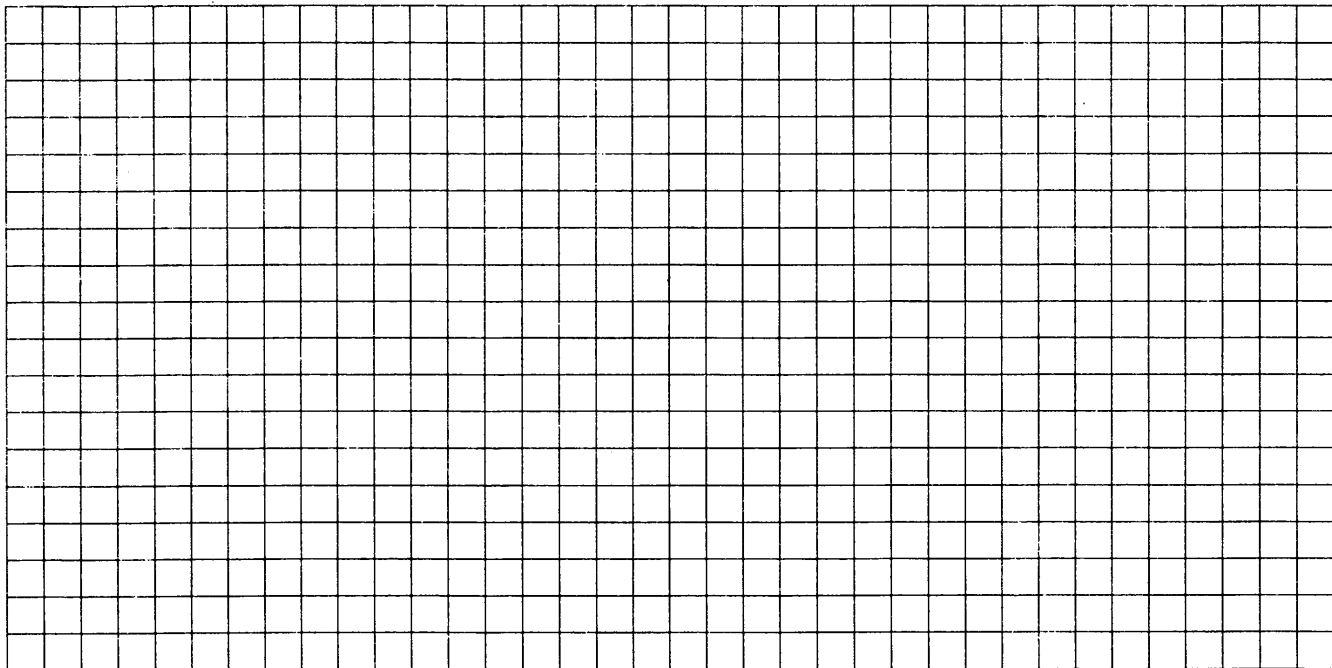


С4. Дана окружность радиуса 2 с центром O . Хорда AB пересекает радиус OC в точке D , причем $\angle CDA = 120^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC , если $OD = \sqrt{3}$.



- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

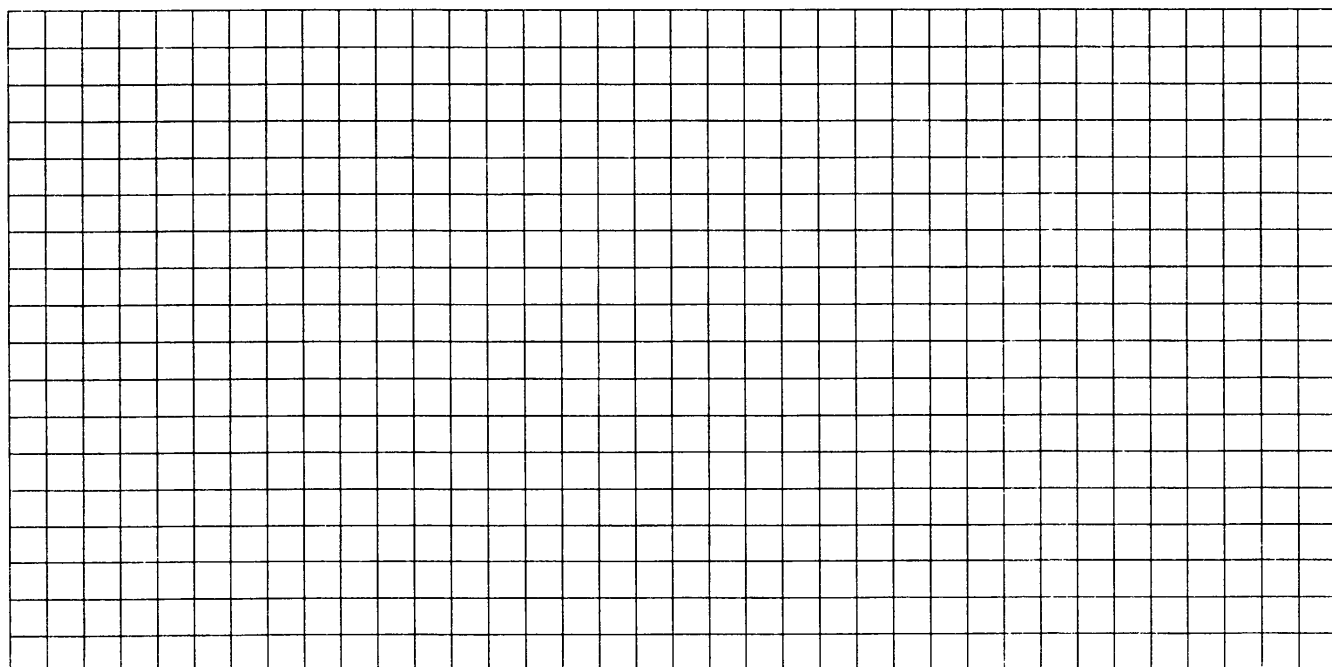
$$\begin{cases} (x - 2a - 5)^2 + (y - 3a + 5)^2 = 16, \\ (x - a - 2)^2 + (y - 2a + 1)^2 = 81. \end{cases}$$



- С6.** Найдите все такие целые a и b , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

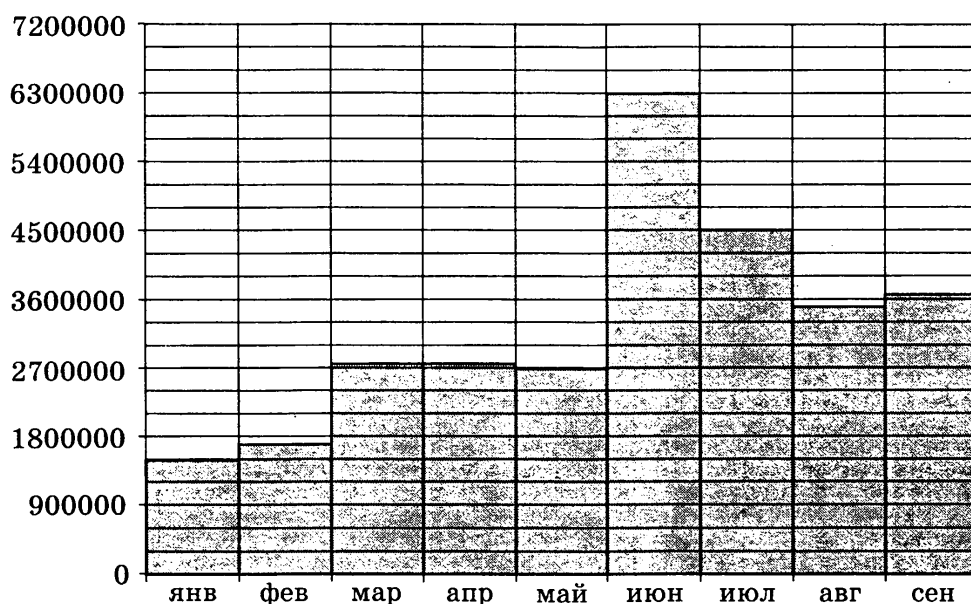
Часть 1

В1. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

■ 15.В1

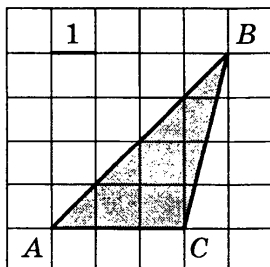
В2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом ФУТБОЛ было меньше 3600000.

■ 15.В2



В3. Найдите площадь треугольника ABC .

■ 15.В3



15.B4 ■

15.B5 ■

15.B6 ■

15.B7 ■

15.B8 ■

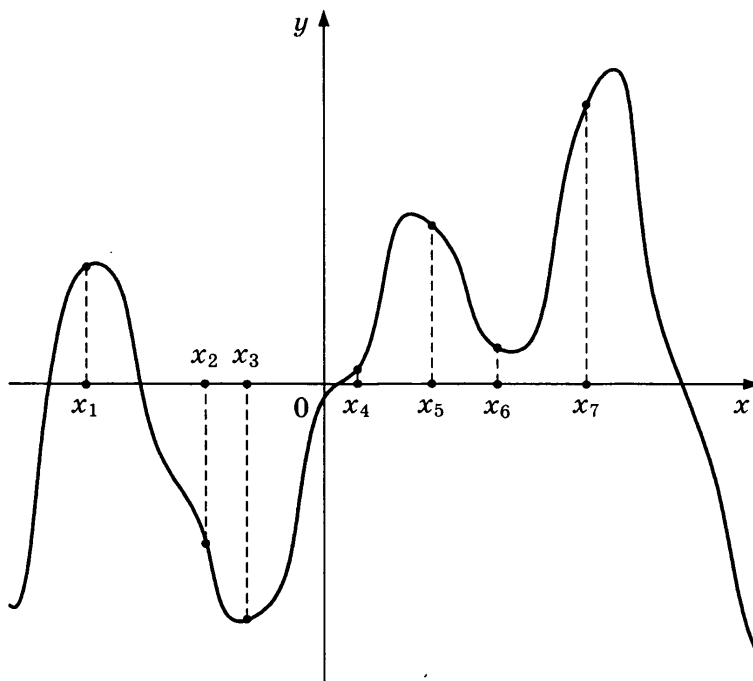
B4. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

B5. Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

B6. Найдите число сторон правильного многоугольника, каждый из углов которого равен 140° .

B7. Найдите значение выражения $\log_3 13 - \log_3 117$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

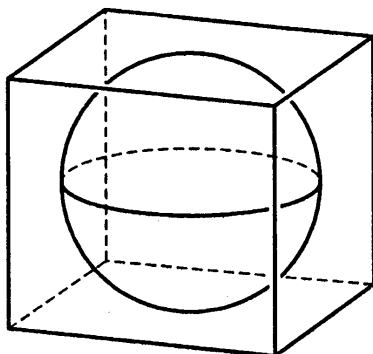
**15.B9 ■**

B9. Тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания правильной четырехугольной пирамиды равен $3\sqrt{2}$. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

15.B10 ■

B10. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

- В11.** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



- В12.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

- В13.** Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишите.

- В14.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$$

на отрезке $[6; 8]$.

■ 15.B11

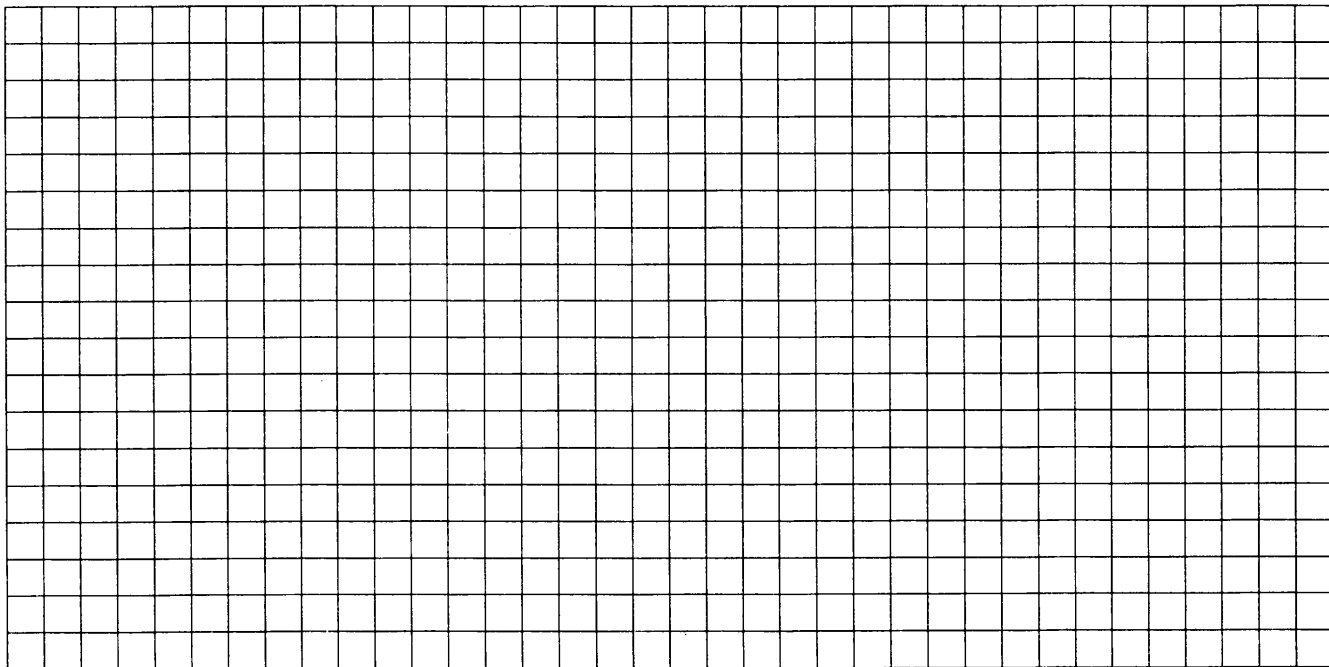
■ 15.B12

■ 15.B13

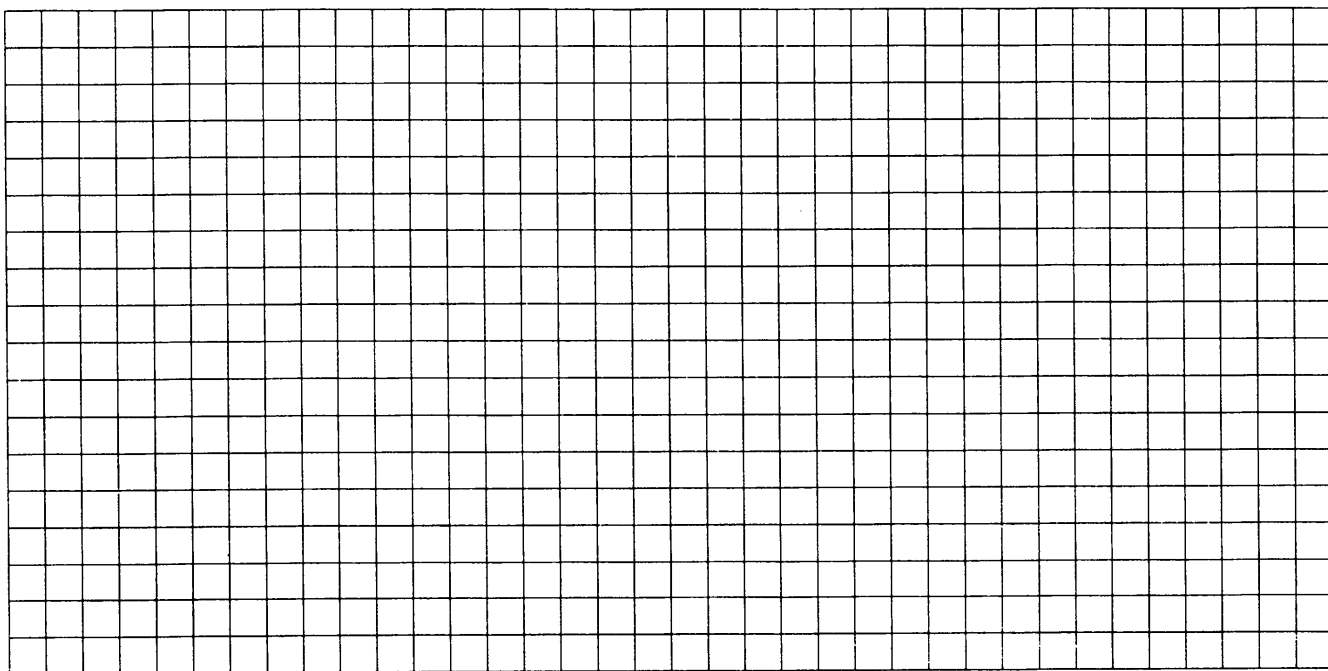
■ 15.B14

Часть 2

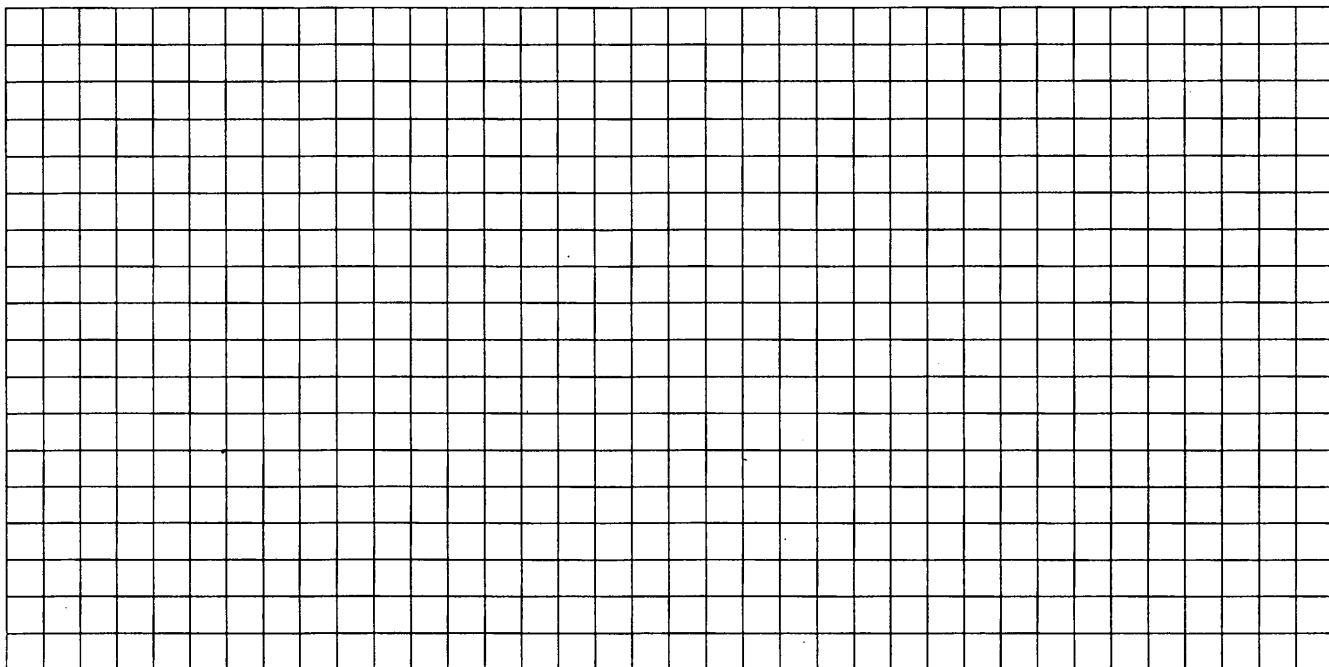
- С1.** Решите уравнение $5 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.



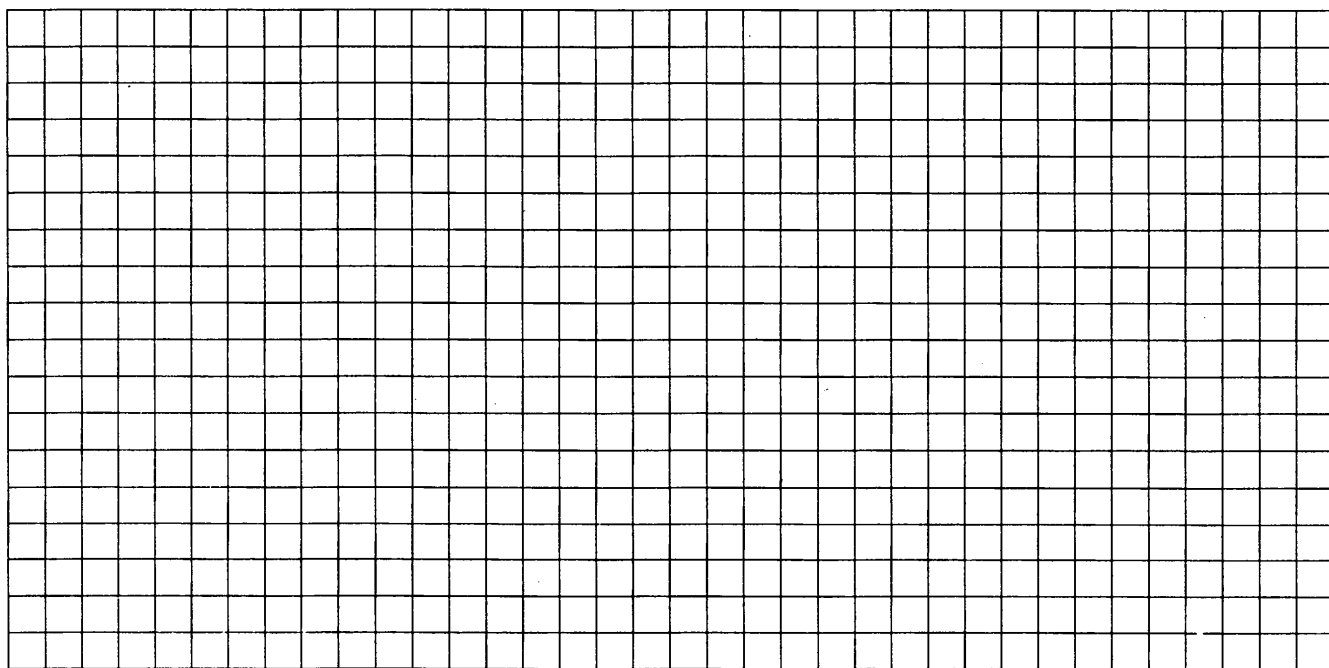
- С2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K — середина ребра $C_1 D_1$.



С3. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_7(x^2 - 9) \leq 1, \\ \frac{2x^2 + x - 28}{6^{x-6} + 5^{x-5} - 4} \leq 0. \end{cases}$$

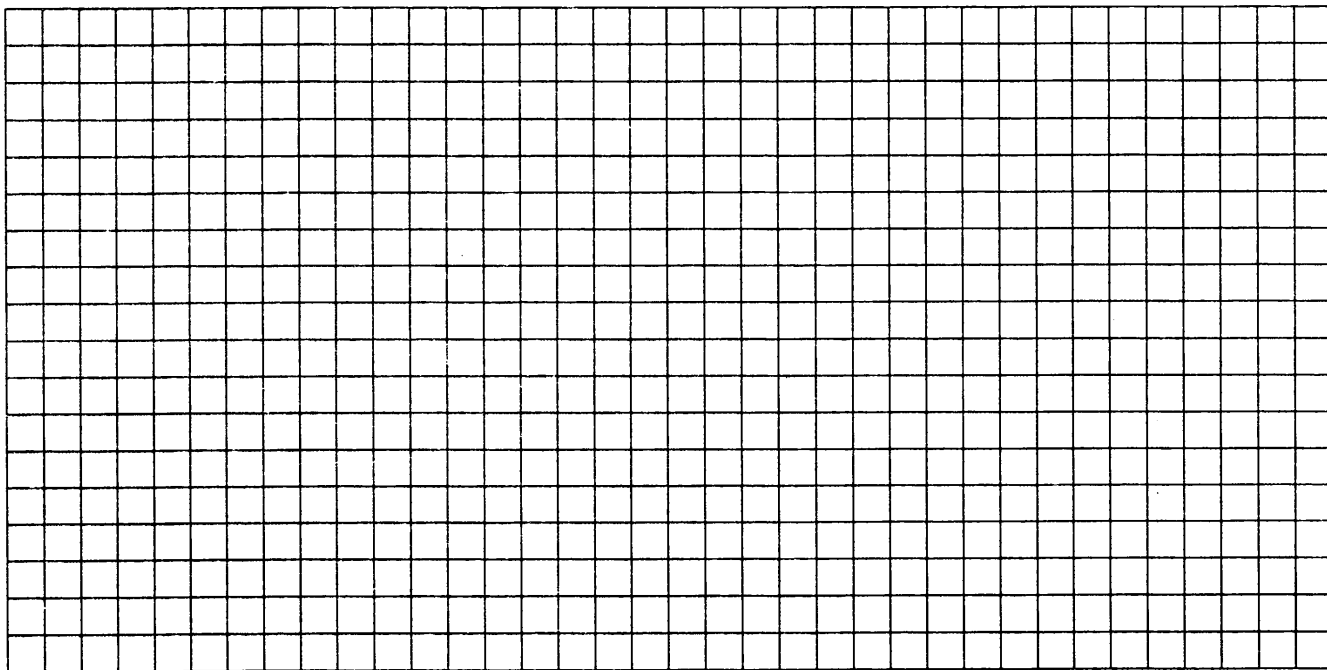


С4. Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C . Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB , причем точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB . Окружность S_1 касается меньших дуг AB и OC этих окружностей, а также прямой OA , а окружность S_2 касается окружности с центром B , прямой OA и окружности S_1 . Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2 .

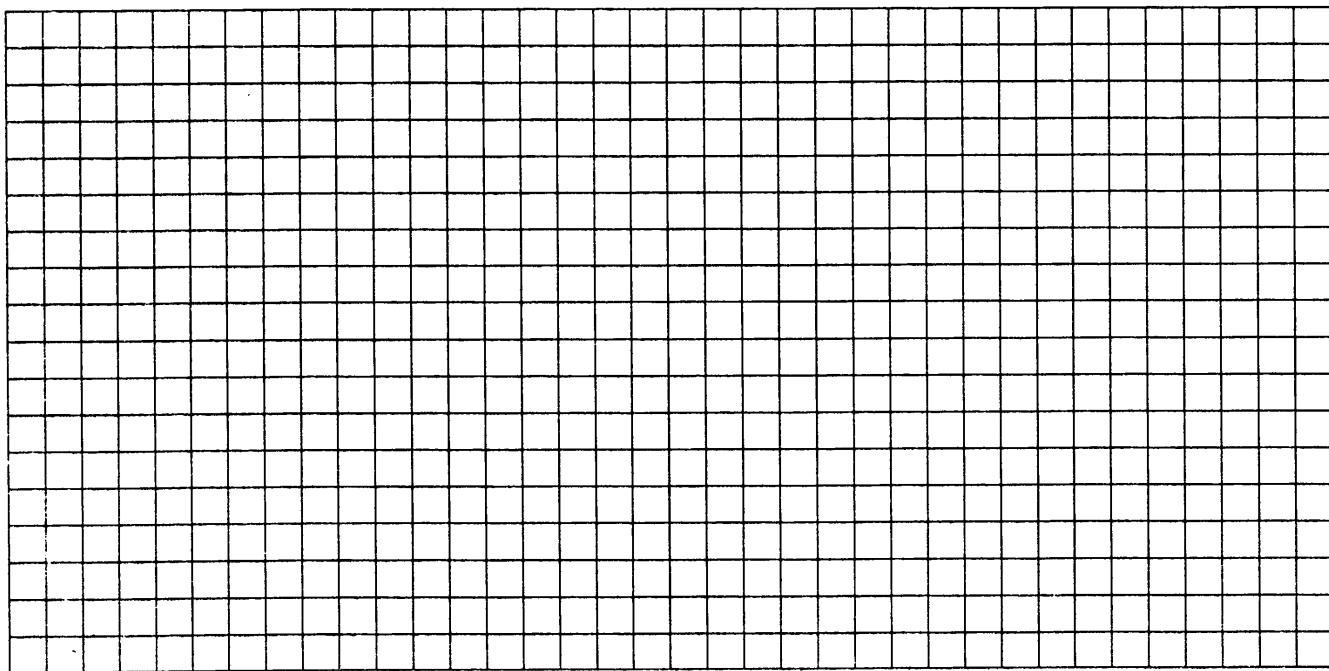


- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно три решения система уравнений

$$\begin{cases} y + a = |x| + 5, \\ x^2 + (y - 2a + 5)^2 = 4. \end{cases}$$



- С6.** Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

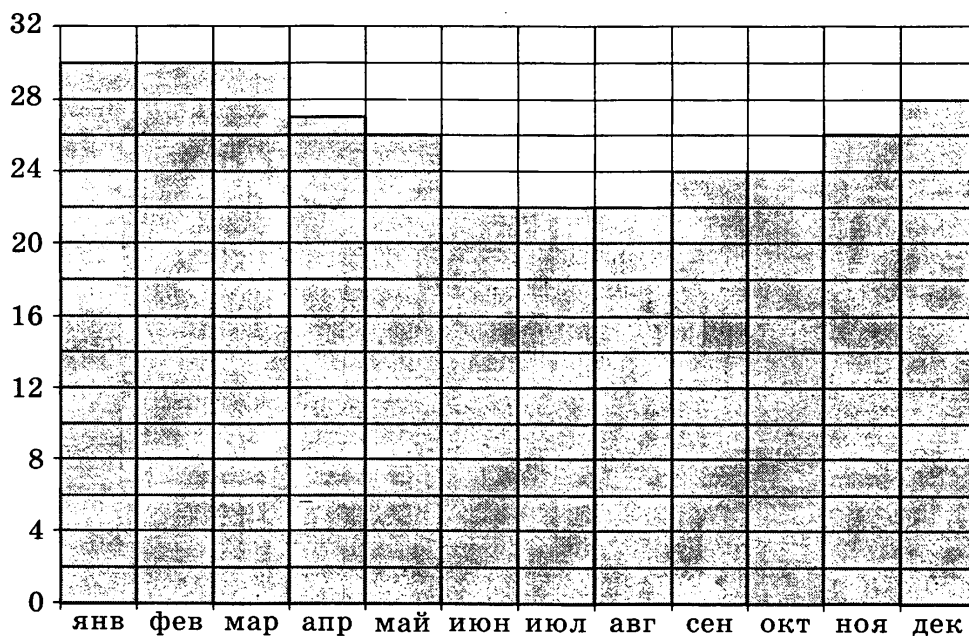
Часть 1

В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?

■ 16.В1

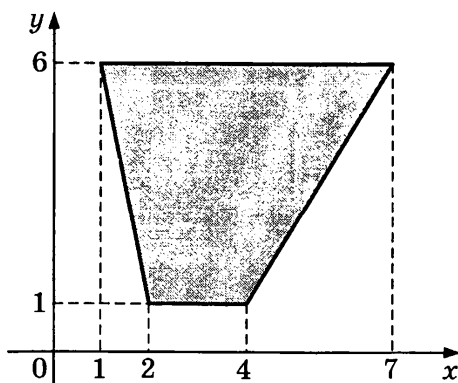
В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ 16.В2



В3. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).

■ 16.В3



16.B4 ■

- B4.** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

16.B5 ■

- B5.** Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

16.B6 ■

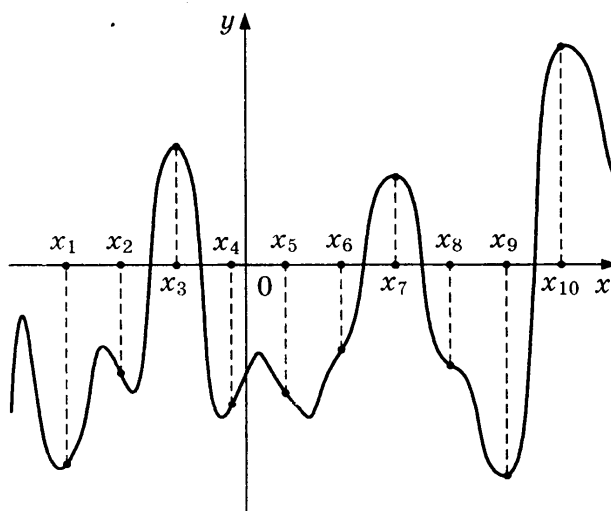
- B6.** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

16.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

16.B8 ■

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



В9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

■ 16.В9

В10. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

■ 16.В10

В11. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 6, боковые ребра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

■ 16.В11

В12. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_v = 88^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T ($^\circ\text{C}$), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_v - T_n}{T - T_n}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

■ 16.В12

В13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

■ 16.В13

В14. Найдите наибольшее значение функции

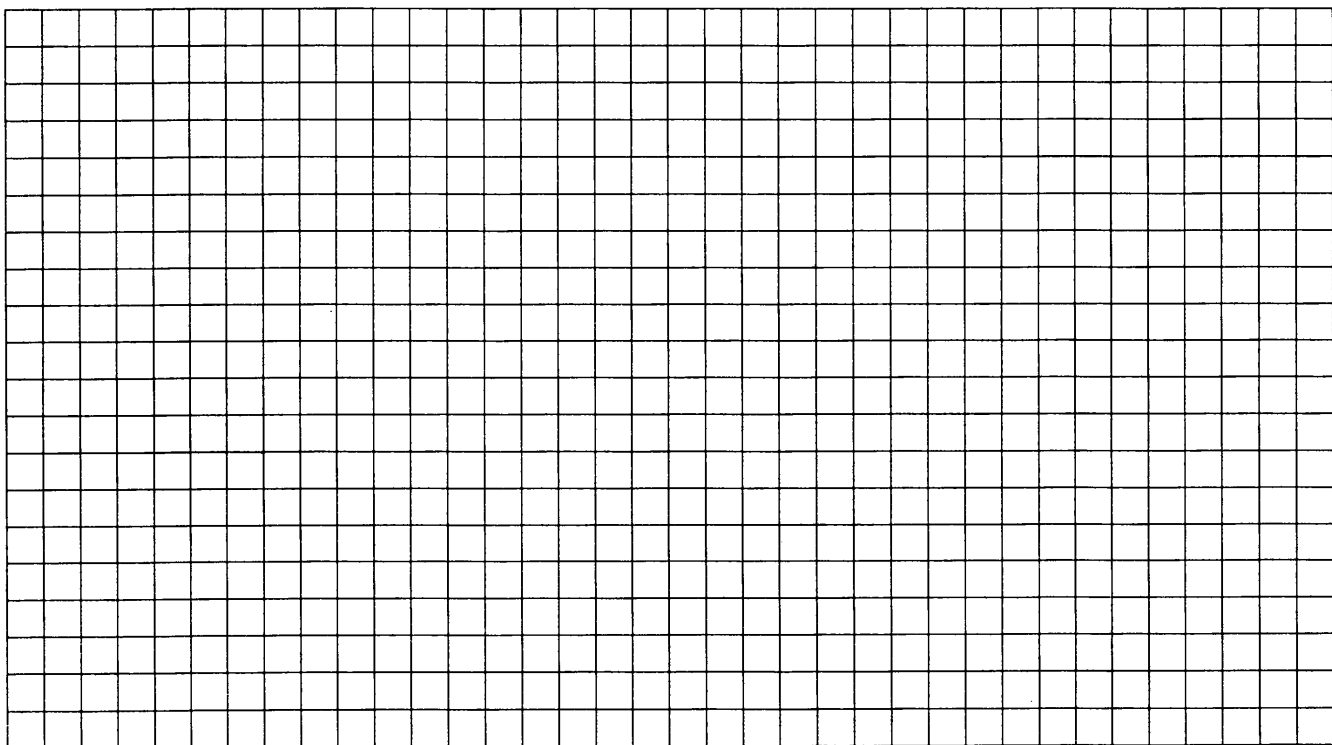
$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$$

на отрезке $[8; 21]$.

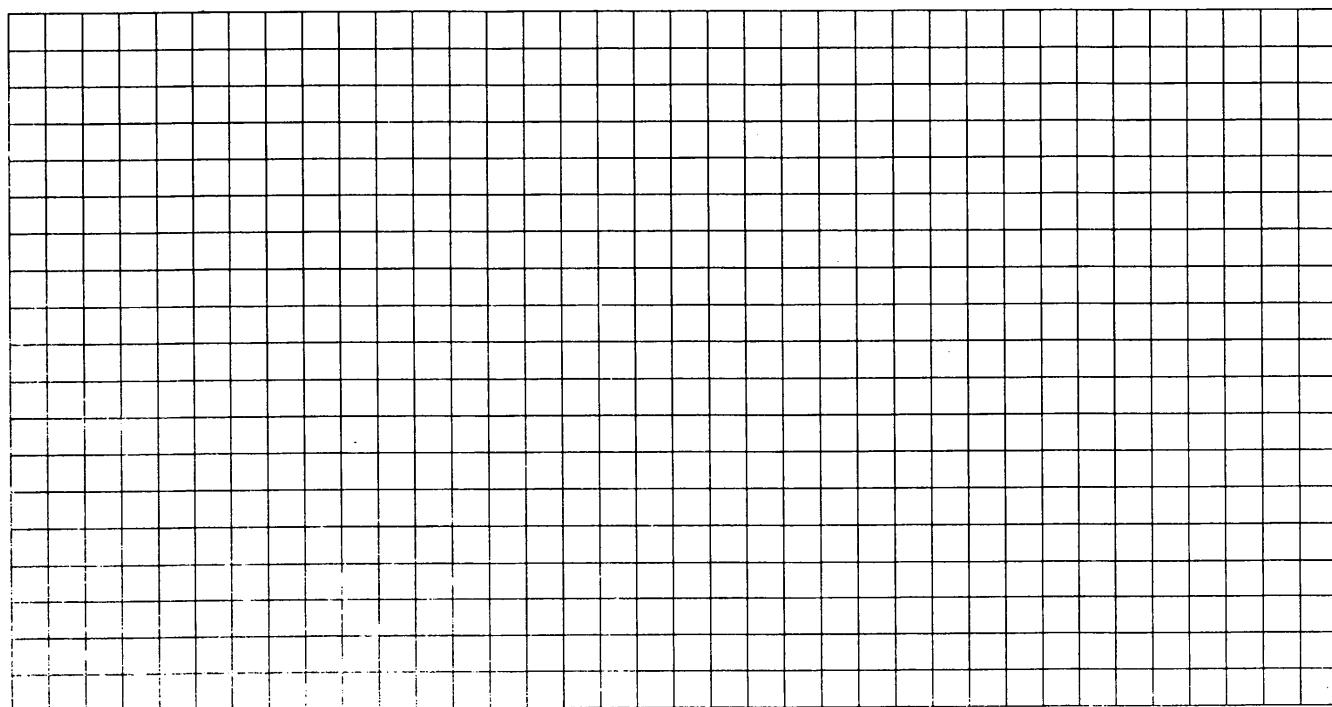
■ 16.В14

Часть 2

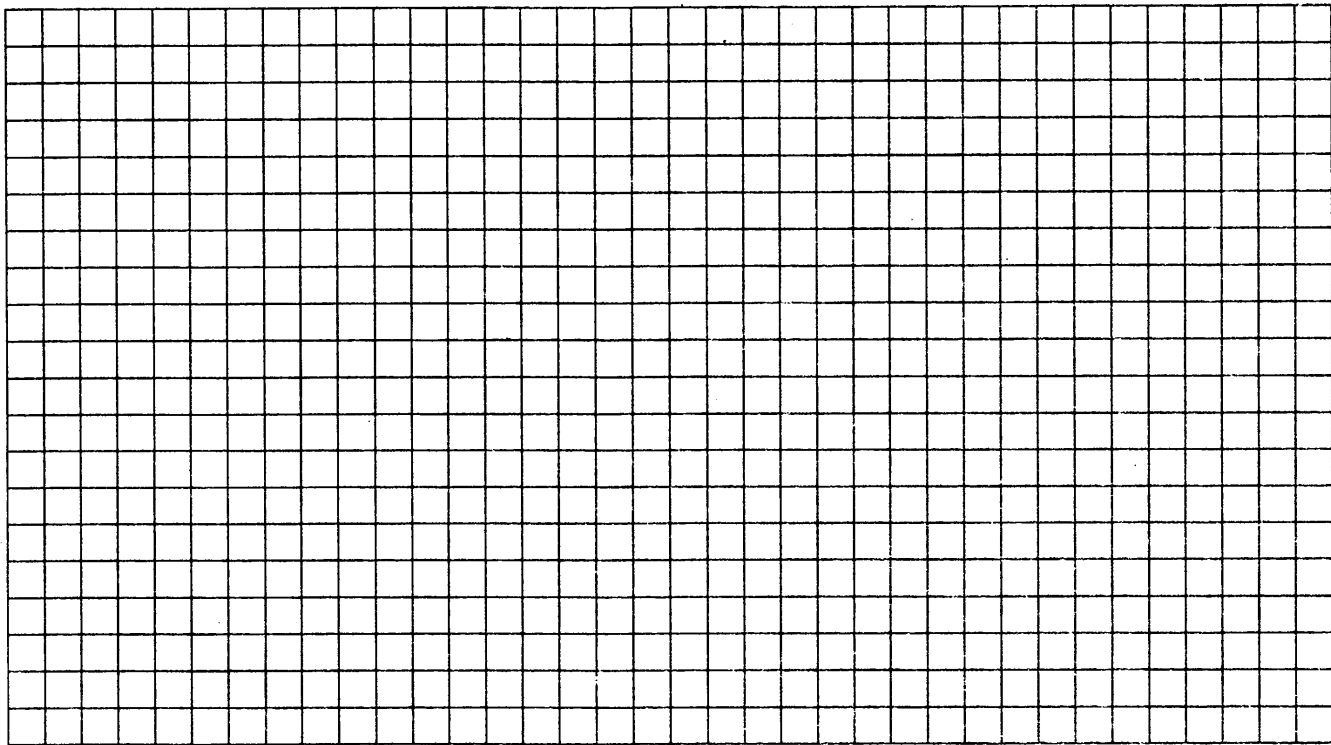
- С1.** Решите уравнение $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.



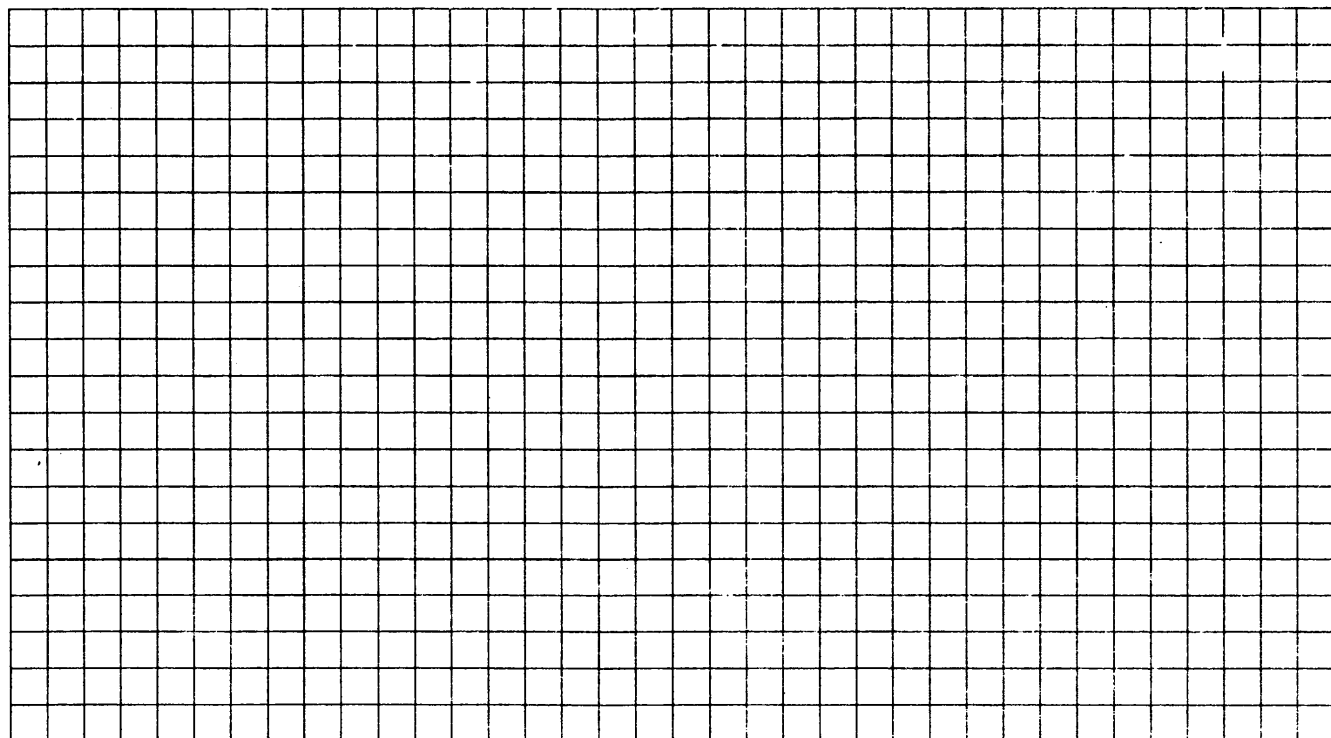
- С2.** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1 .



- С3.** Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_7^2(x^2 + 4x - 20) \leq x - 3, \\ \log_7^2(x^2 + 2x - 14) \leq 3 - x. \end{cases}$$

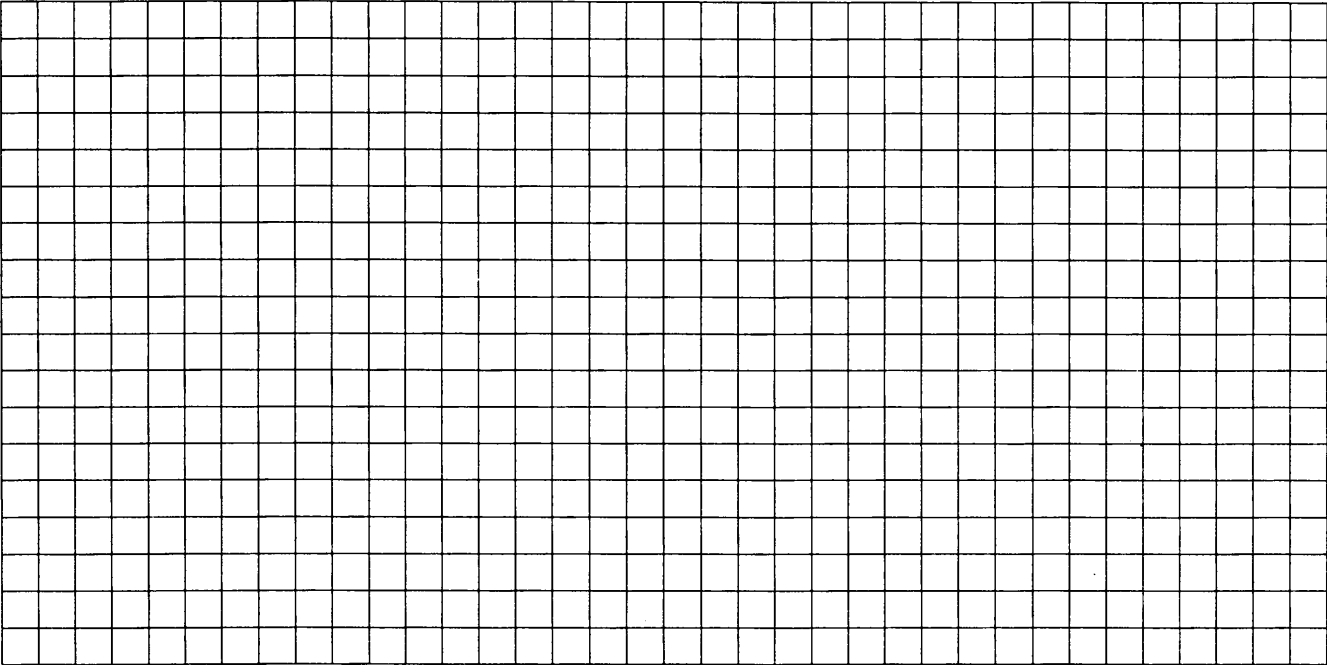


- С4.** Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60° . На двух его сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.

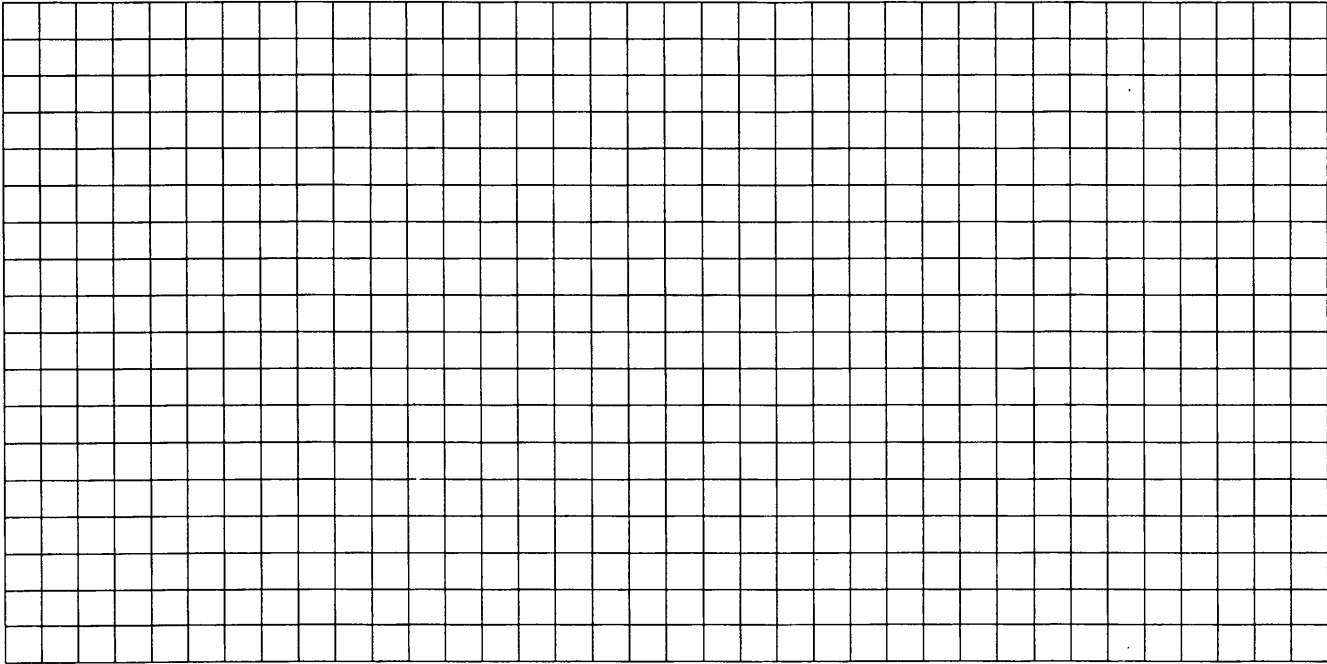


С5. Найдите все пары значений параметров a, b , при каждой из которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} xyz + z = a, \\ xyz^2 + z = b, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4. \end{cases}$$



С6. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел 2^{50} и 5^{50} . Сколько всего цифр выписали?



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

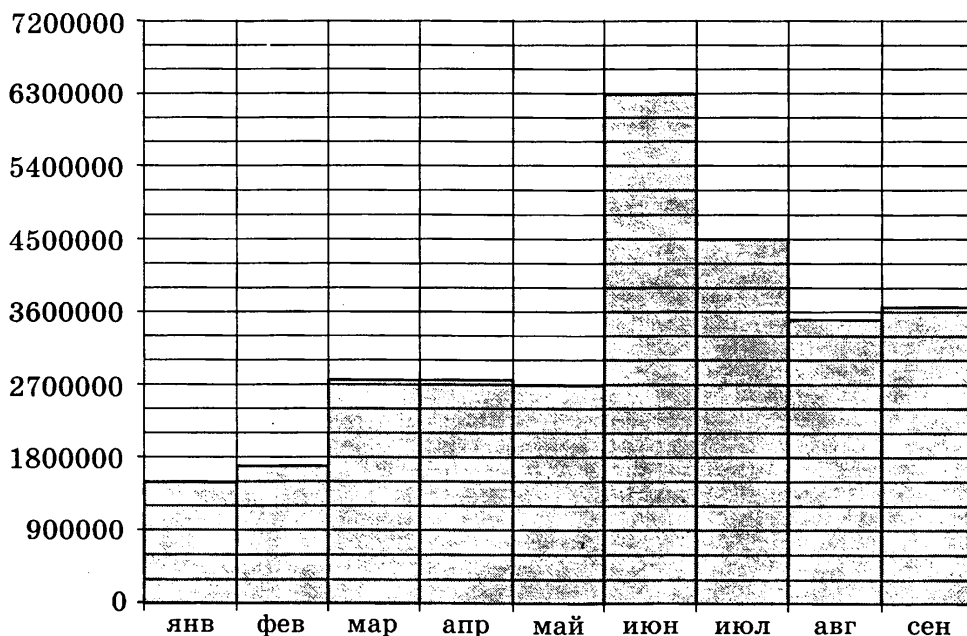
Часть 1

В1. Цена на электрический чайник была повышена на 13% и составила 2373 рубля. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

■ 17.B1

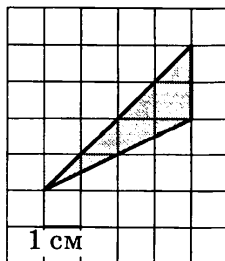
В2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наименьшее месячное число запросов со словом ФУТБОЛ в указанный период.

■ 17.B2



В3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

■ 17.B3



17.B4 ■

- B4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 45 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
A	400	70
B	440	65
C	480	60

17.B5 ■

- B5.** Решите уравнение $\text{tg} \frac{\pi(4x+7)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

17.B6 ■

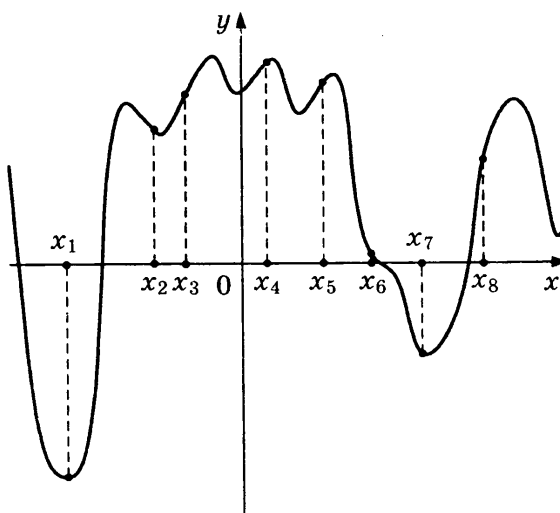
- B6.** Вершина A выпуклого четырехугольника $ABCD$ является центром окружности, проходящей через точки B, C и D . Найдите угол BAD , если углы ABC и ADC равны соответственно 56° и 78° . Ответ дайте в градусах.

17.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{8} + \sqrt{6})^2}{7 + \sqrt{48}}$.

17.B8 ■

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции $f(x)$?



В9. Высота основания правильной треугольной пирамиды в 1,8 раза больше высоты боковой грани, проведенной к ребру основания. Найдите синус угла между боковой гранью и основанием пирамиды.

■17.B9

В10. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков сумма очков будет делиться на 4.

■17.B10

В11. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 15. Найдите площадь поверхности шара.

■17.B11

В12. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период его полураспада $T = 2$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

■17.B12

В13. Смешав 84-процентный и 96-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 84-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 89-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 84-процентного раствора использовали для получения смеси?

■17.B13

В14. Найдите наименьшее значение функции

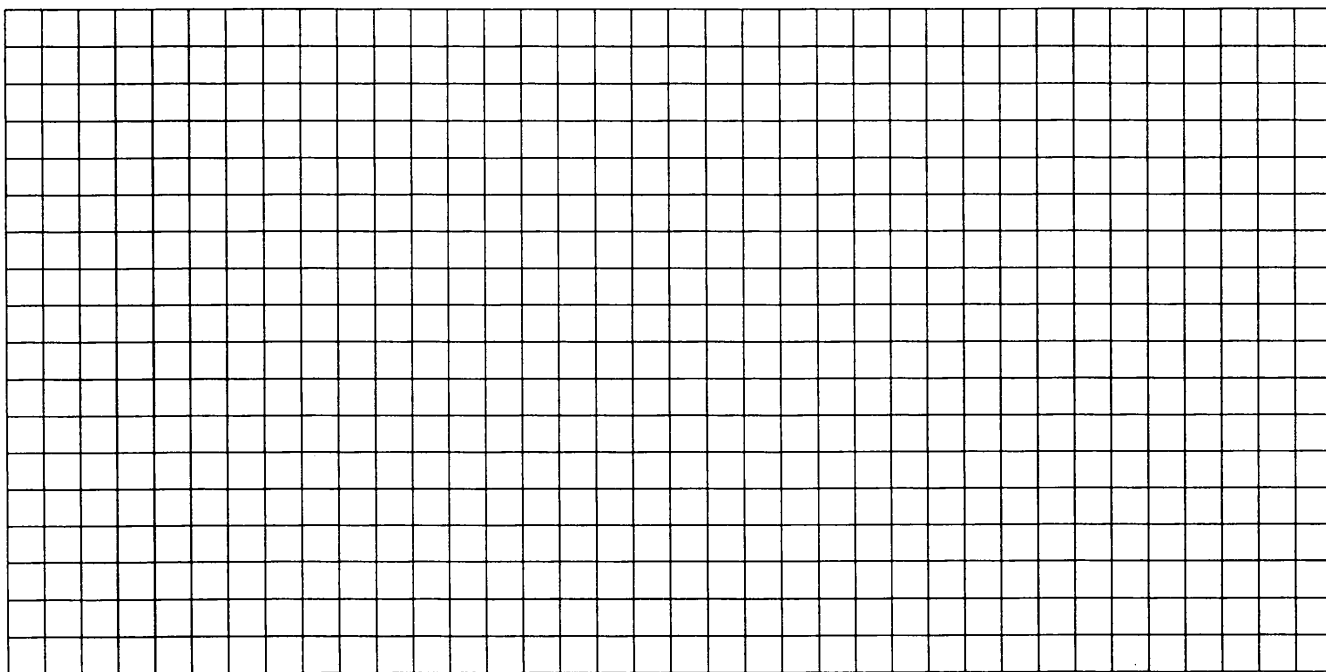
$$y = x^2 - 3x + \ln x + 10$$

на отрезке $\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

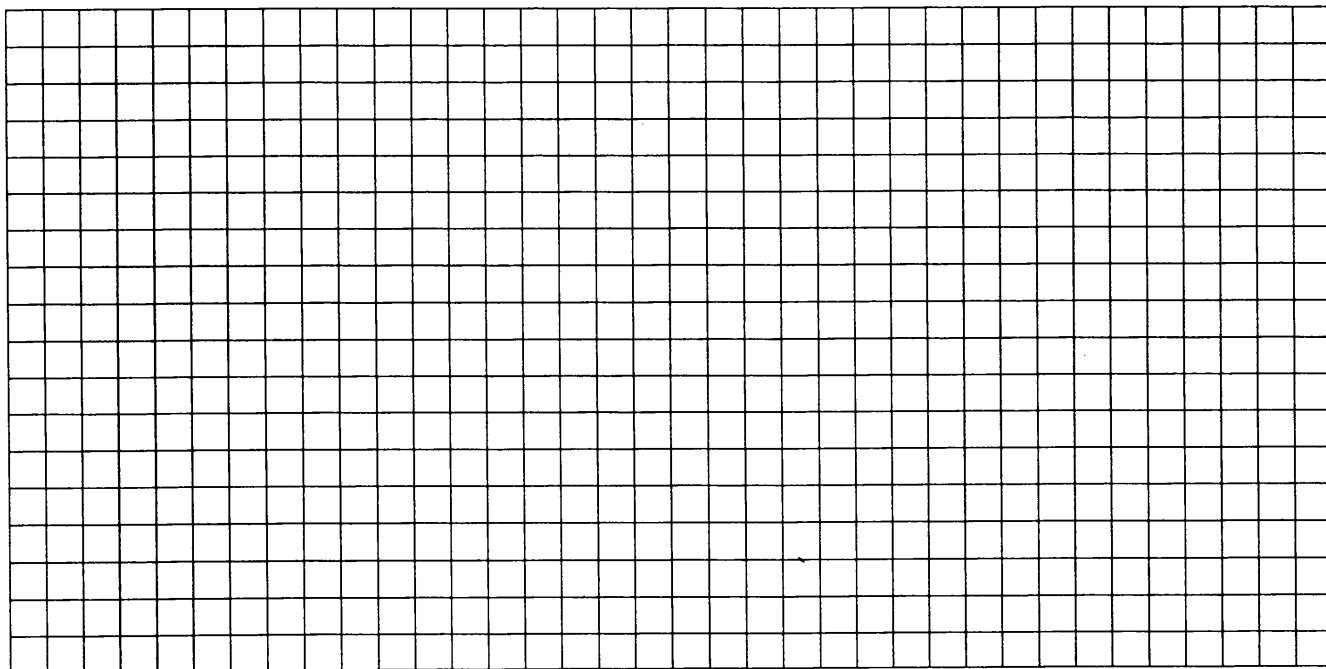
■17.B14

Часть 2

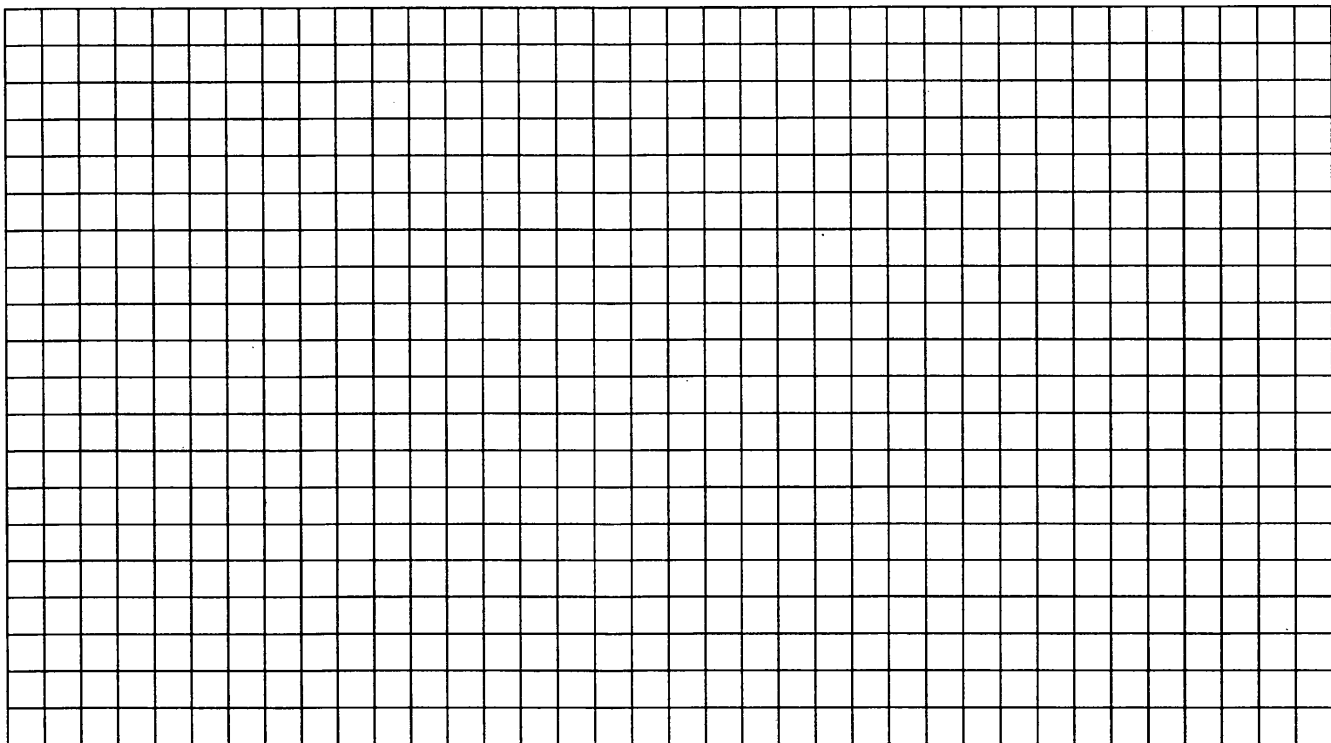
- С1.** Решите уравнение $12 \cos^2 x - 11 \cos x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.



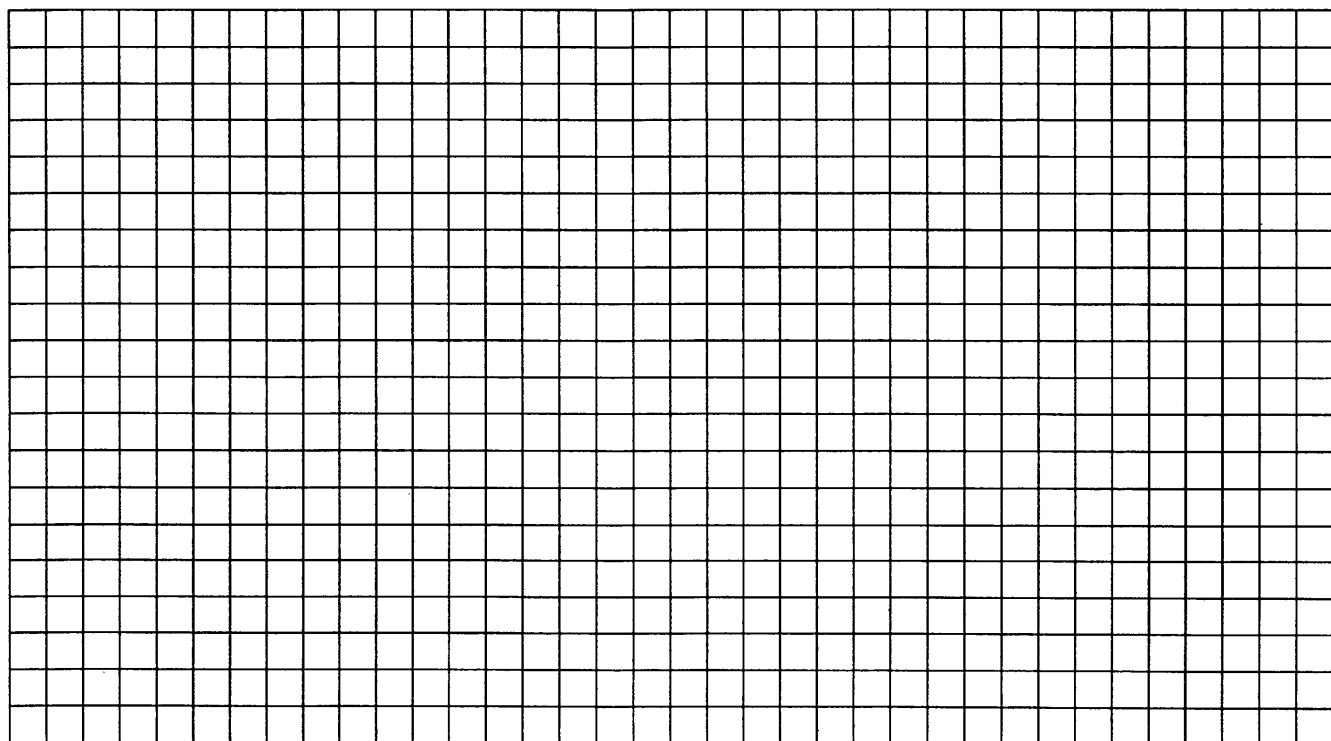
- С2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $AB = 2$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и CD_1 .



- С3.** Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} (9 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 1) \log_{x+1} |x - 3,5| \geq 0, \\ 9^{x+1} + \log_{x+1} |x - 3,5| + 1 \geq 10 \cdot 3^x. \end{cases}$$



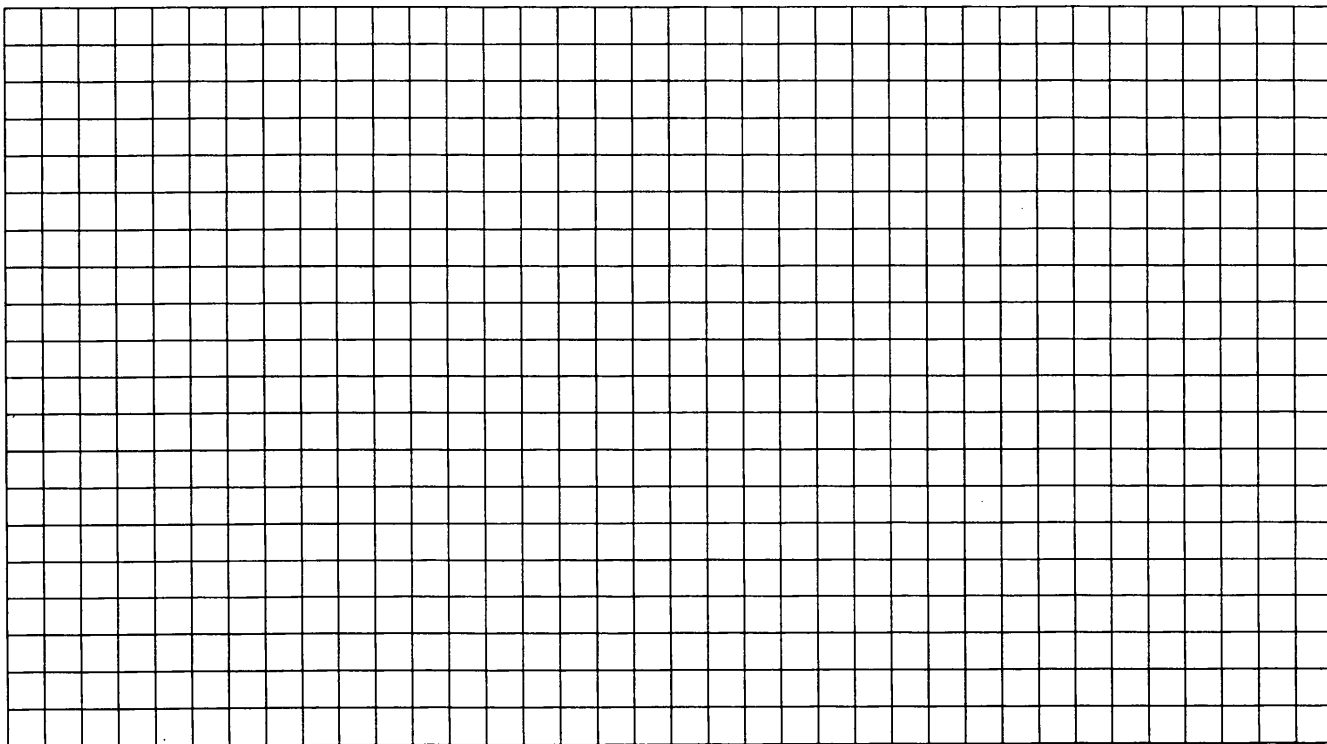
- С4.** Дана трапеция $ABCD$ с боковыми сторонами $AB = 27$, $CD = 28$ и основанием $BC = 5$. Известно, что $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите диагональ AC .



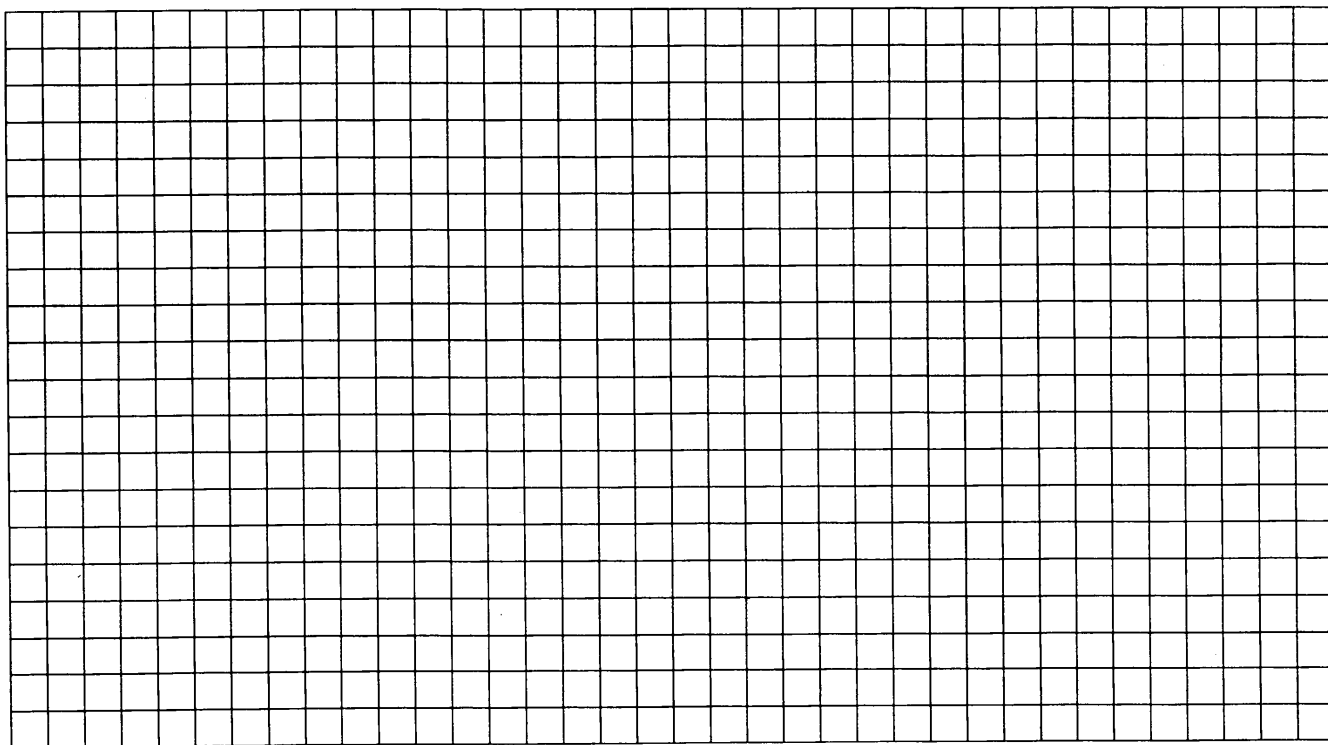
С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$x^2 - a(a^2 + 1)x + a^4 < 0$$

имеет решение и множество решений неравенства содержится в интервале $(-3; 1)$.



С6. Решите уравнение в целых числах $x^2 + x + 3 = y^2$.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

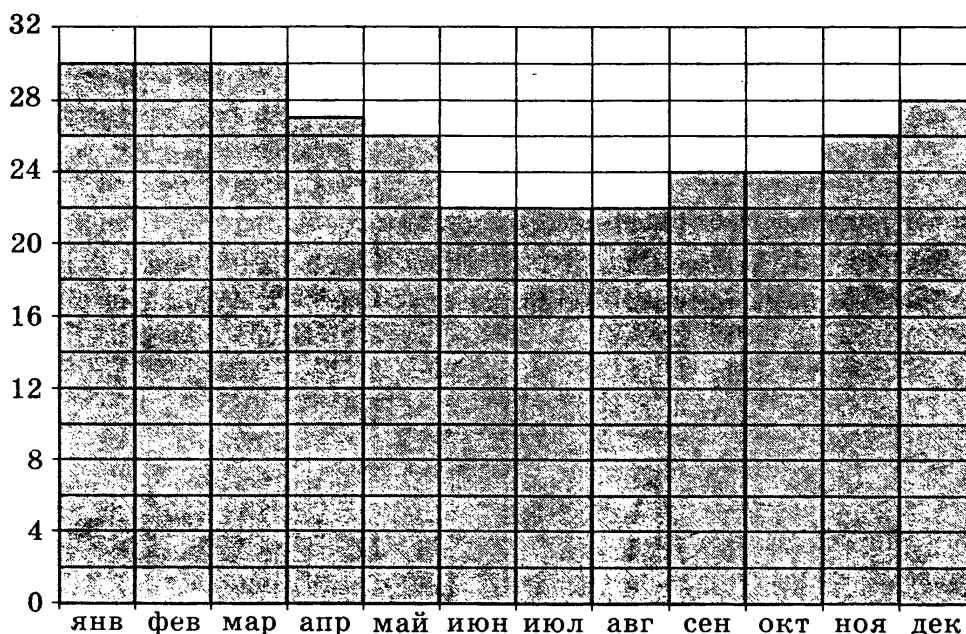
Часть 1

В1. В доме, в котором живет Толя, один подъезд. На каждом этаже по девять квартир. Толя живет в квартире 98. На каком этаже живет Толя?

■ 18.В1

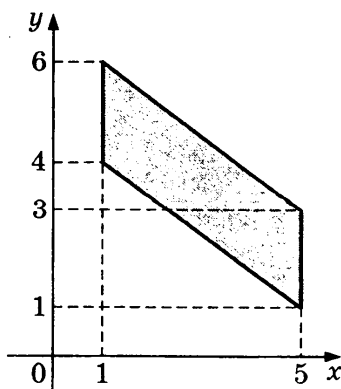
В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда среднемесячная температура превосходила 25°C .

■ 18.В2



В3. Найдите площадь параллелограмма, вершинами которого являются точки с координатами $(1; 4)$, $(1; 6)$, $(5; 3)$, $(5; 1)$.

■ 18.В3



18.B4 ■**18.B5 ■****18.B6 ■****18.B7 ■****18.B8 ■****18.B9 ■**

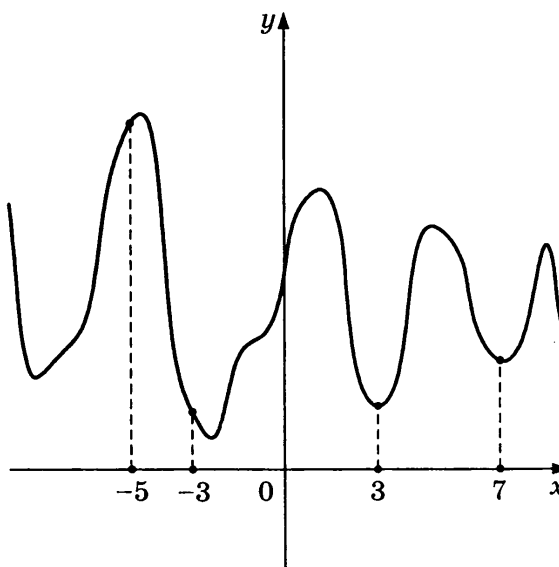
B4. В среднем гражданин А. в дневное время расходует 115 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 175 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счетчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счетчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,8 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счетчик? Ответ дайте в рублях.

B5. Найдите корень уравнения $\log_4(18 - 5x) = 2\log_4 3$.

B6. Прямая, параллельная стороне AB треугольника ABC , пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Найдите AC , если $CM = 7$, $CN = 8$, $BC = 24$.

B7. Найдите значение выражения $3 \cdot \sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[12]{64}$.

B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5 , -3 , 3 , 7 . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



B9. Высота правильной треугольной пирамиды равна 12, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна 13. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания.

B10. На турнир по шахматам прибыли 26 участников, в том числе близнецы Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Найдите вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.

■ 18.B10

B11. Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 15. Найдите объем шара.

■ 18.B11

B12. Два тела массой $m = 9$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 450 джоулей?

■ 18.B12

B13. На изготовление 468 деталей первый рабочий затрачивает на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 520 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

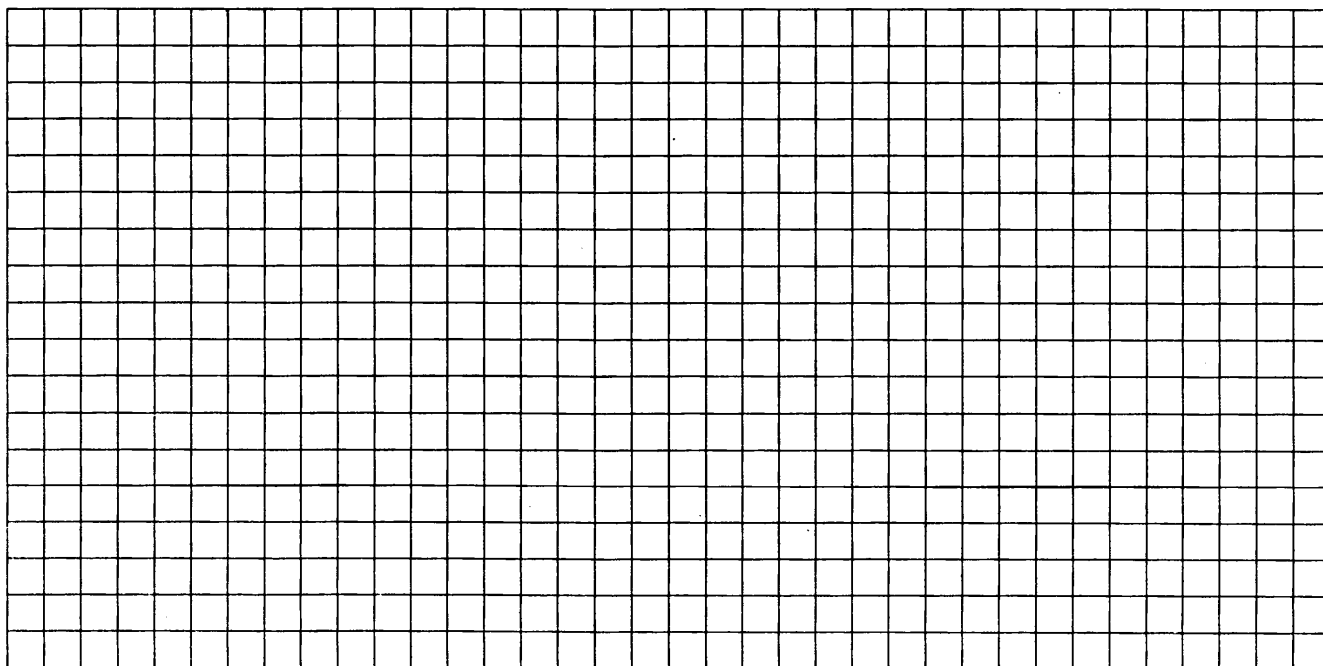
■ 18.B13

B14. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 625}$.

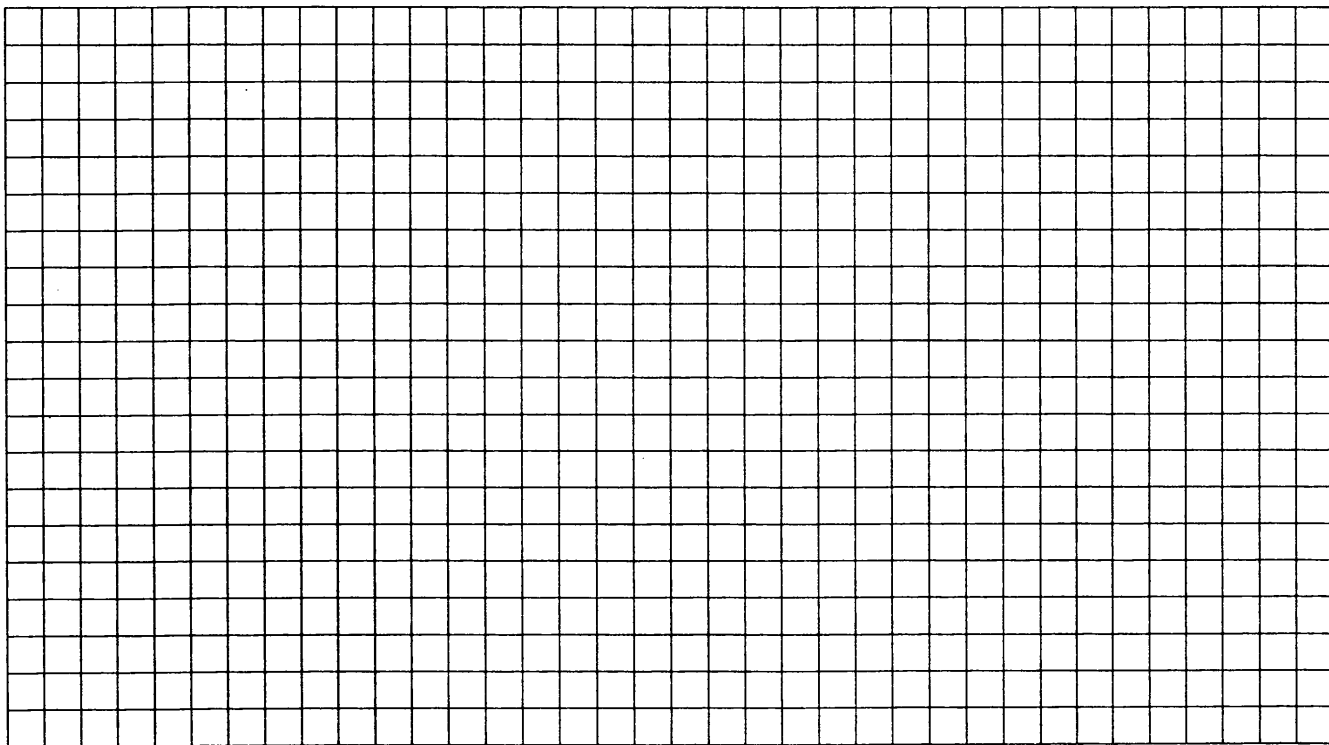
■ 18.B14

Часть 2

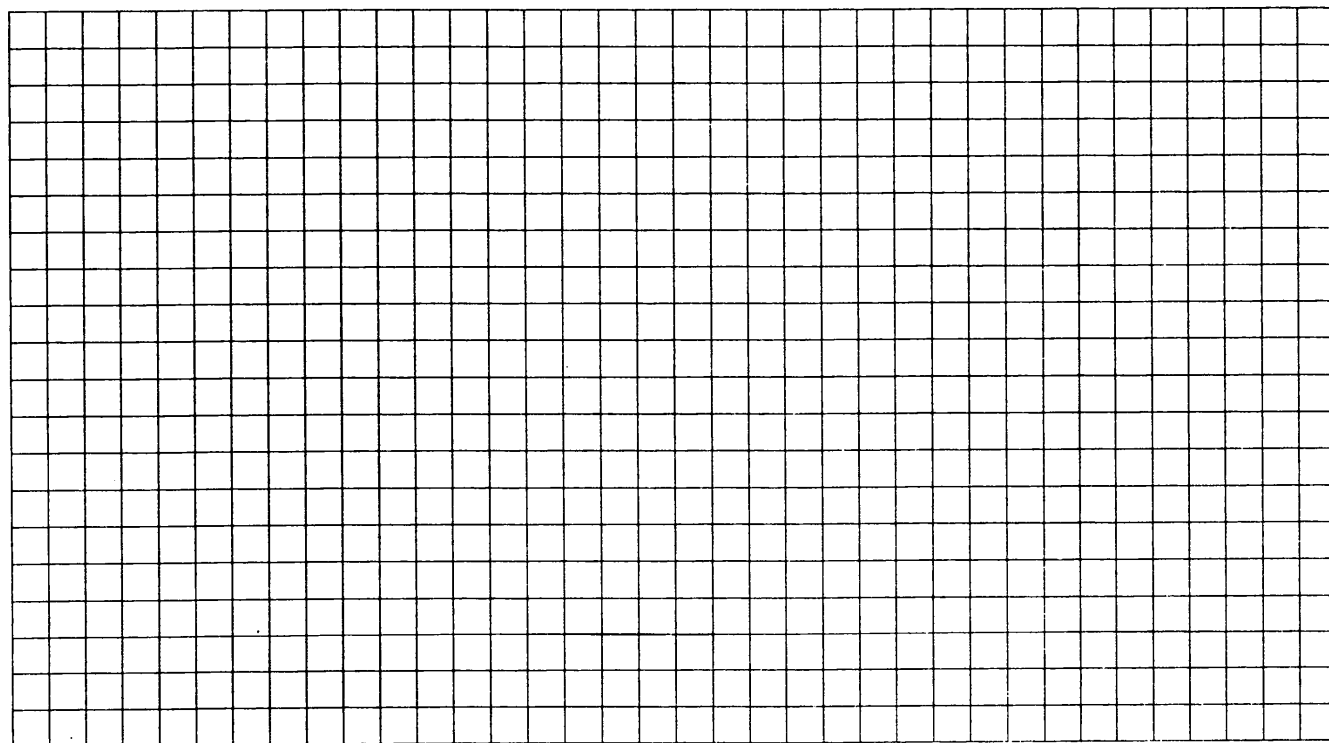
C1. Решите уравнение $3 \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



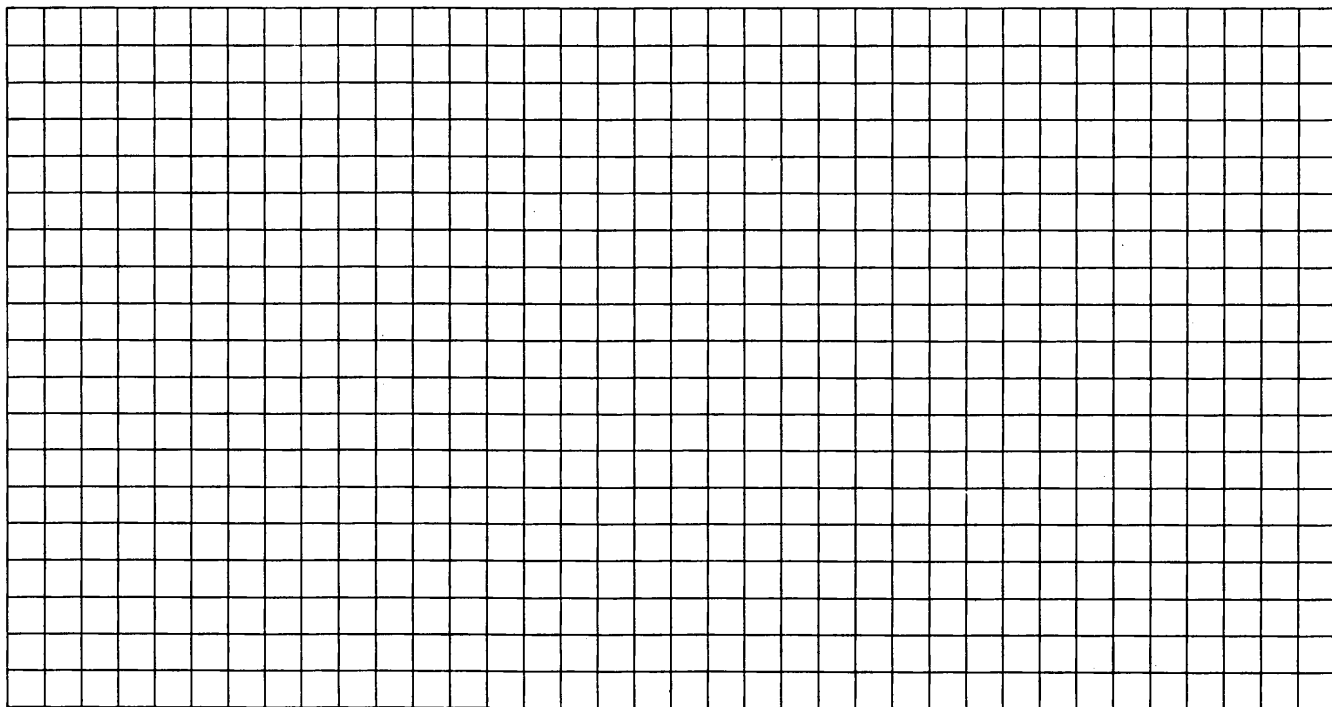
- С2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $AB = 3$, $AD = 12$, $AA_1 = 4$. Найдите синус угла между прямой DB_1 и плоскостью BCD_1 .



- С3.** Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{2x+3} + \log_2 (2x+3)^2 \geq 2. \end{cases}$$



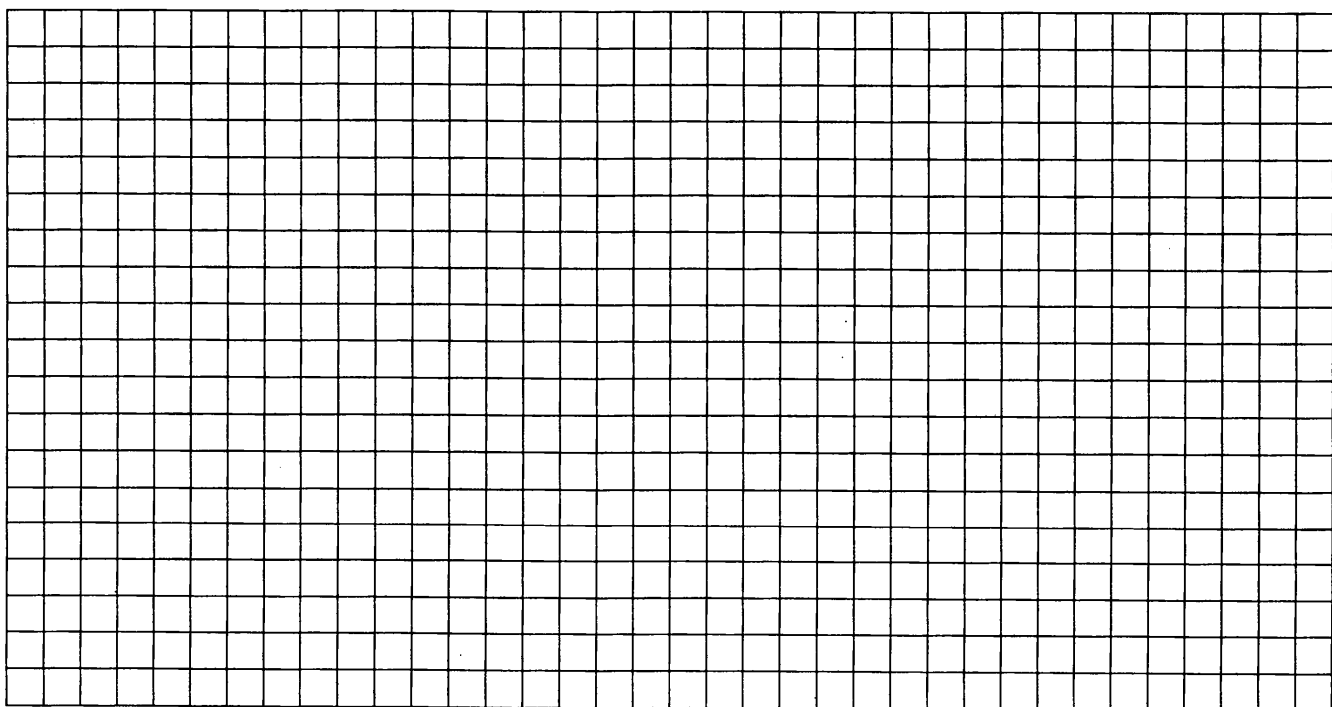
- С4.** В прямоугольном треугольнике ABC катеты AC и BC равны соответственно 16 и 12. Проведена окружность радиусом BC с центром в точке B . К ней проведена касательная, параллельная гипотенузе. Катет BC продолжен до пересечения с проведенной касательной. Определите, на какое расстояние продолжен катет.



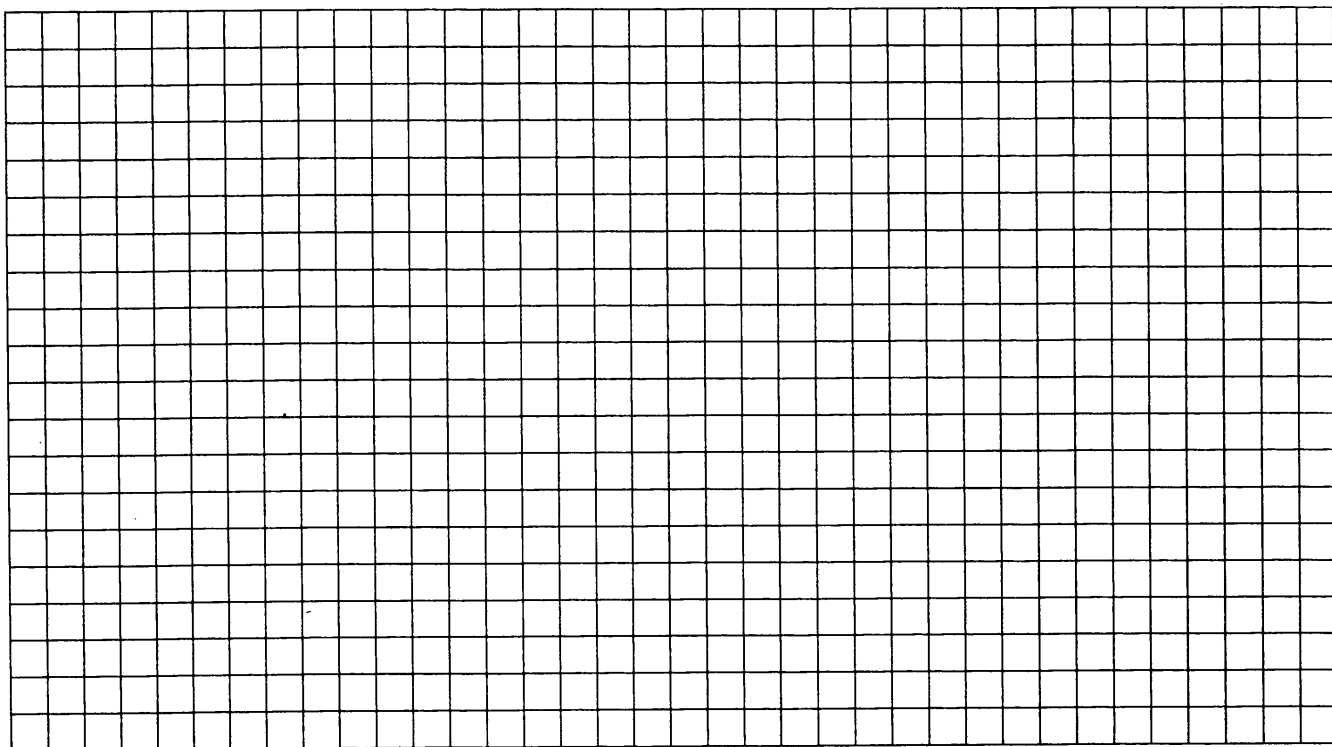
- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4^x - (a - 1) \cdot 2^{x+1} + a^2 - 4a - 5 = 0$$

имеет единственный корень.



С6. Решите уравнение в целых числах $2x^2 + 3xy + 3y^2 = 2x + 6y$.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

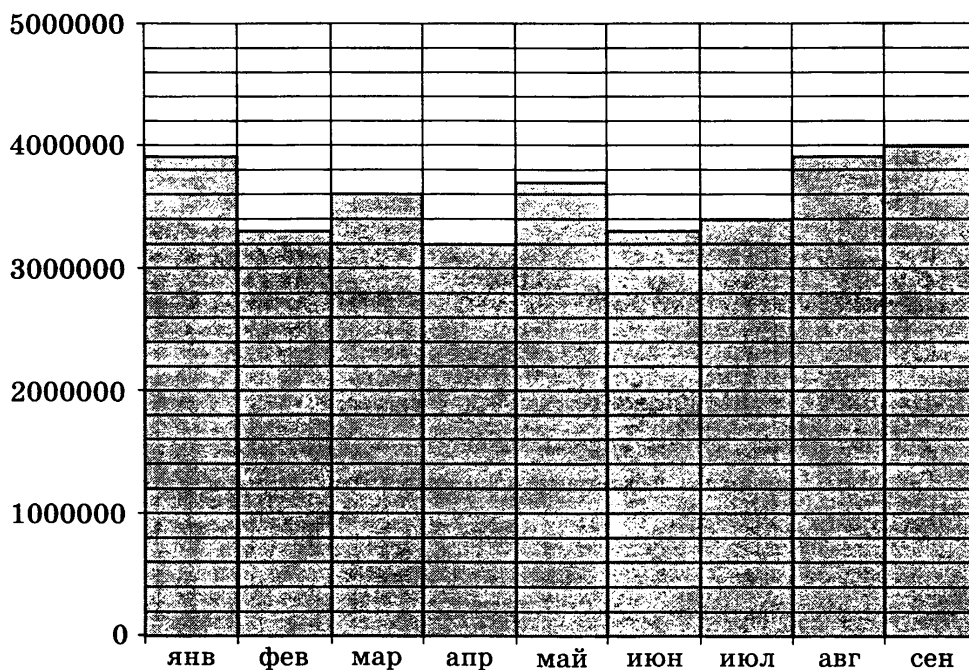
Часть 1

В1. В сентябре 1 кг винограда стоил 100 рублей, в октябре виноград подорожал на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в ноябре?

■ 19.В1

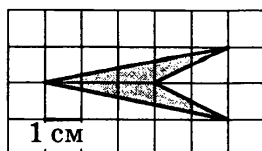
В2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда месячное число запросов со словом КИНО не превосходило 3500000.

■ 19.В2



В3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

■ 19.В3



19.B4 ■

- B4.** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	Нет	0,3 руб.
Комбинированный	140 руб. за 350 мин. в месяц	0,25 руб. за 1 мин. сверх 350 мин. в месяц
Безлимитный	200 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 800 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 800 минутам? Ответ дайте в рублях.

19.B5 ■

- B5.** Найдите корень уравнения $x^2 + 3x - 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

19.B6 ■

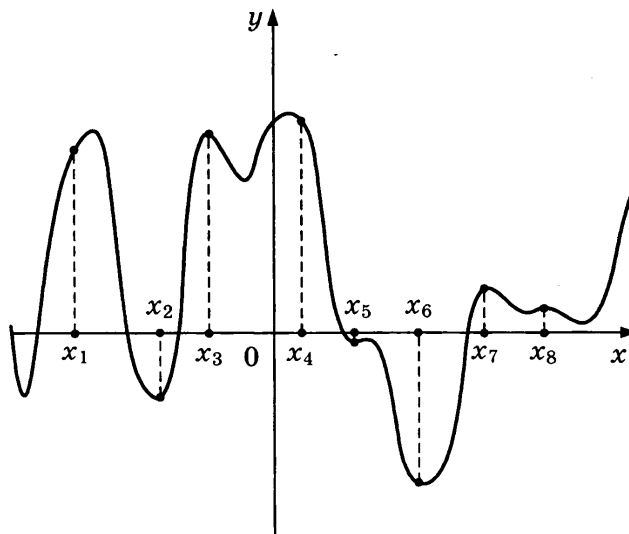
- B6.** Отрезки AB и BC являются хордами окружности с центром O . Найдите угол ACB , если угол ABO равен 23° . Ответ дайте в градусах.

19.B7 ■

- B7.** Найдите значение выражения $\sqrt{18} - \sqrt{72} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$.

19.B8 ■

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции $f(x)$?



В9. Угол между плоскостью боковой грани правильной четырехугольной пирамиды и плоскостью основания пирамиды равен 30° , а сторона основания пирамиды равна 16. Найдите расстояние от основания высоты пирамиды до плоскости боковой грани.

■ 19.B9

В10. На чемпионате по спортивной гимнастике выступают 20 спортсменов, среди них 2 гимнастки из России и 10 гимнасток из США. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмой будет выступать гимнастка из России.

■ 19.B10

В11. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 7.

■ 19.B11

В12. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 64 километров? Ответ выразите в метрах.

■ 19.B12

В13. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

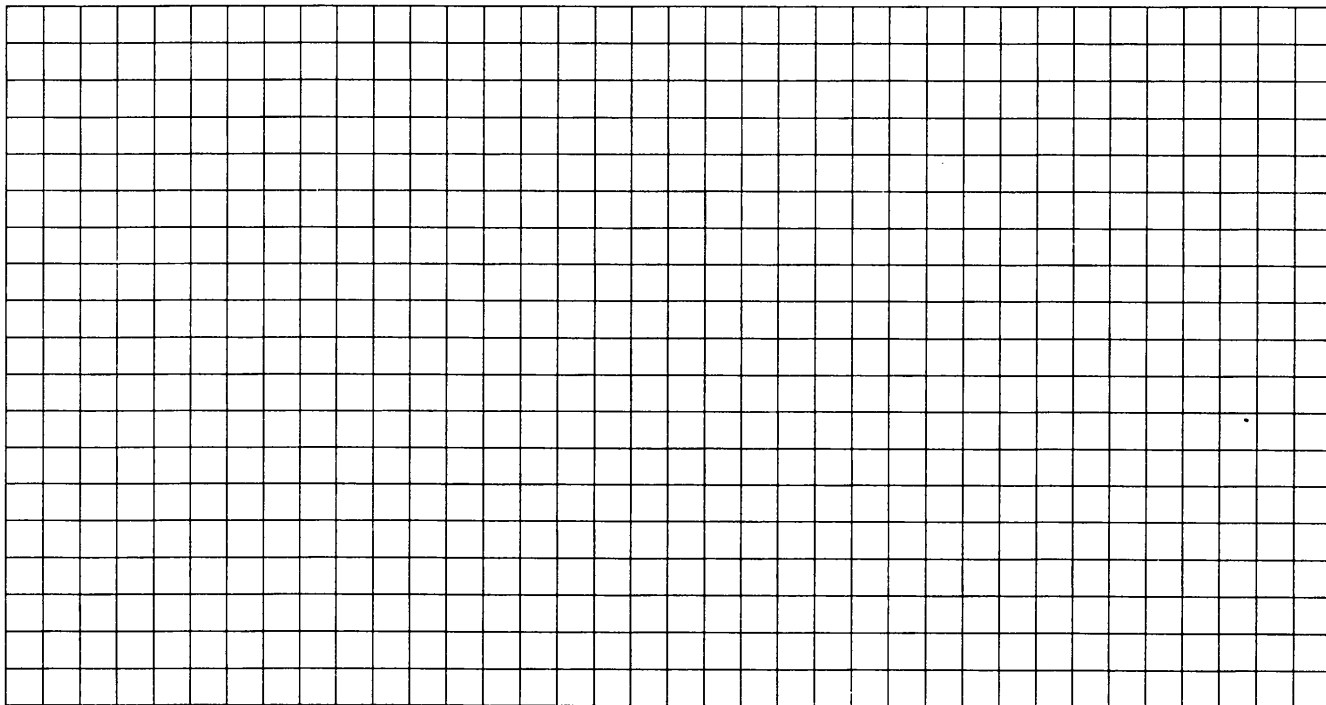
■ 19.B13

В14. Найдите наименьшее значение функции $y = (21 - x)e^{22-x}$ на отрезке $[16; 25]$.

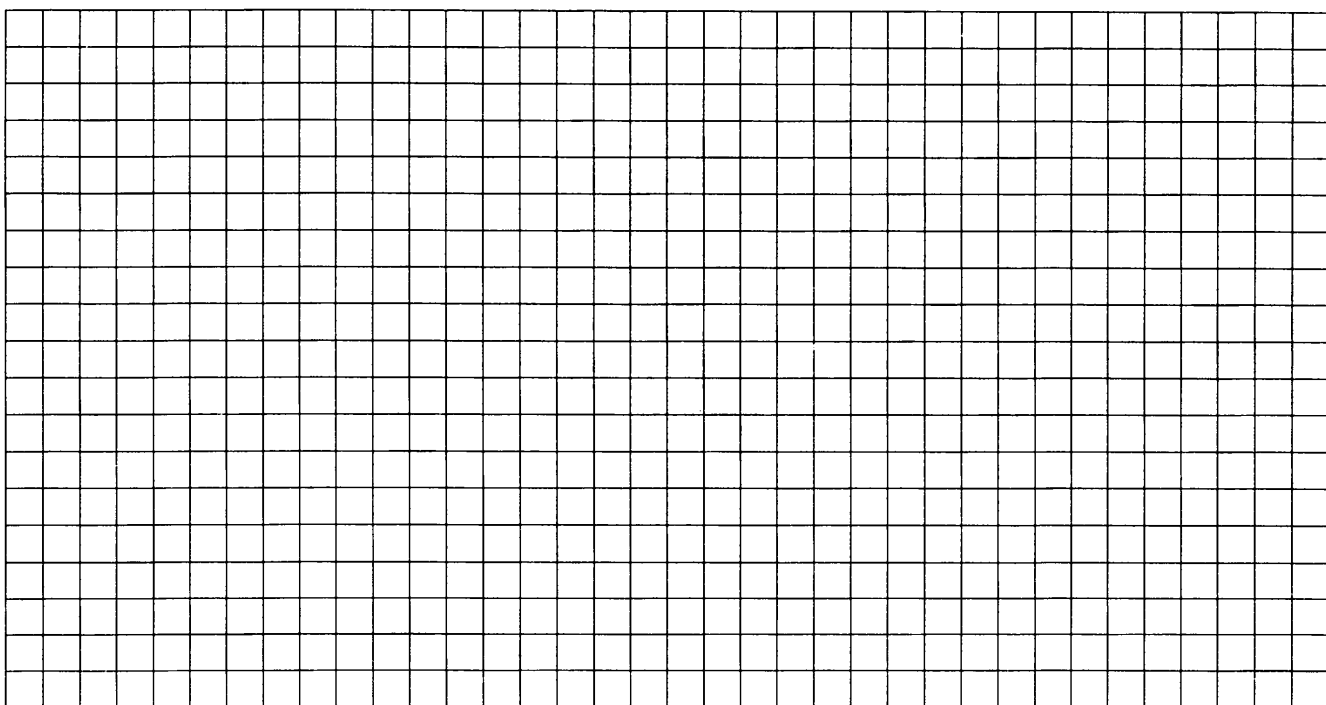
■ 19.B14

Часть 2

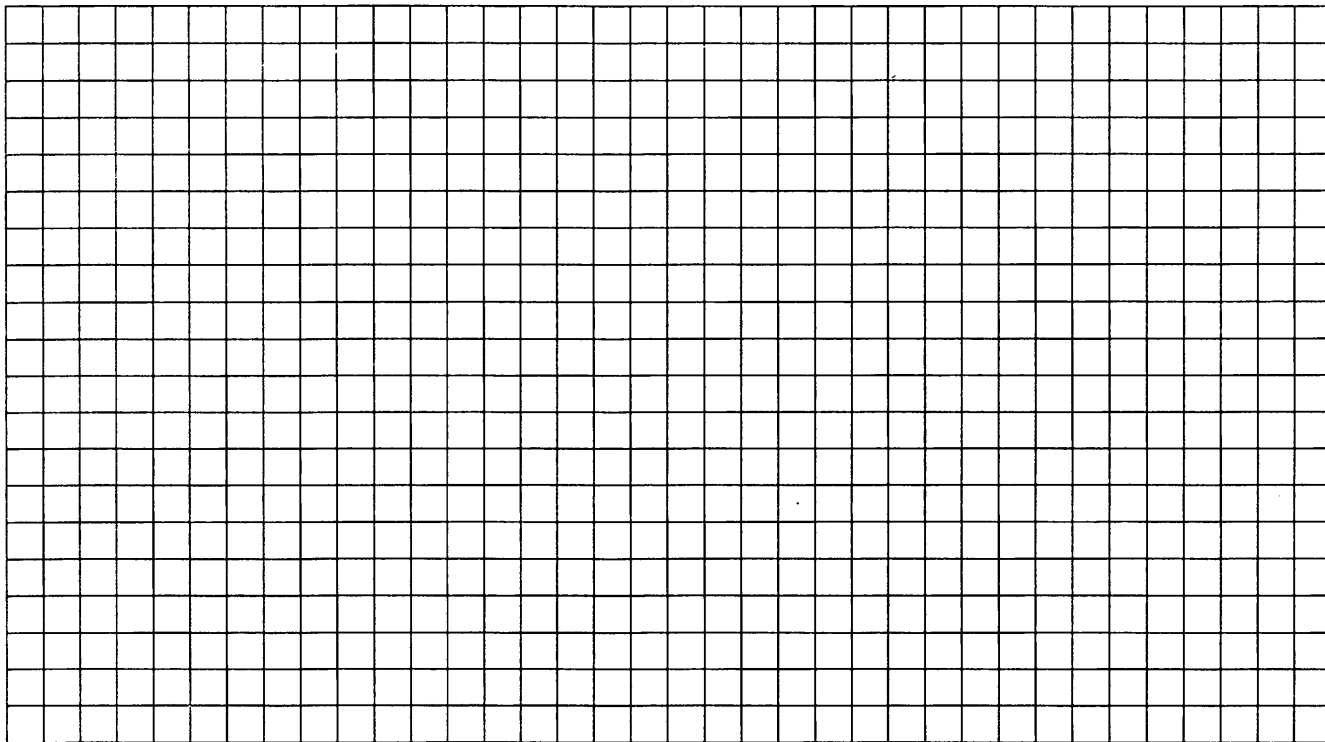
- С1.** Решите уравнение $4 \cos^2 x - 12 \cos x + 5 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.



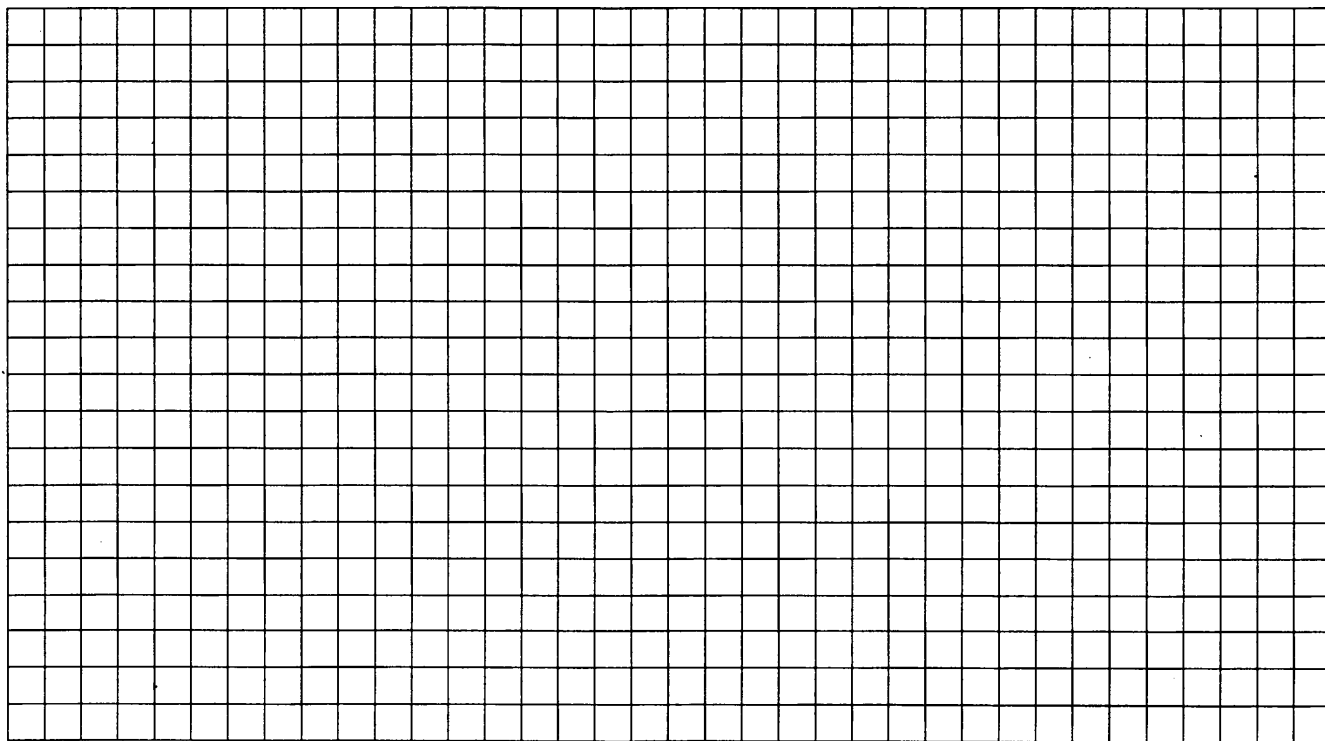
- С2.** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 10\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 8$. Найдите расстояние от точки B_1 до плоскости BA_1C_1 .



- С3.** Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} 2^x + 16 \cdot 2^{-x} \geq 17, \\ 2\log_9(4x^2 + 1) \leq \log_3(3x^2 + 4x + 1). \end{cases}$$

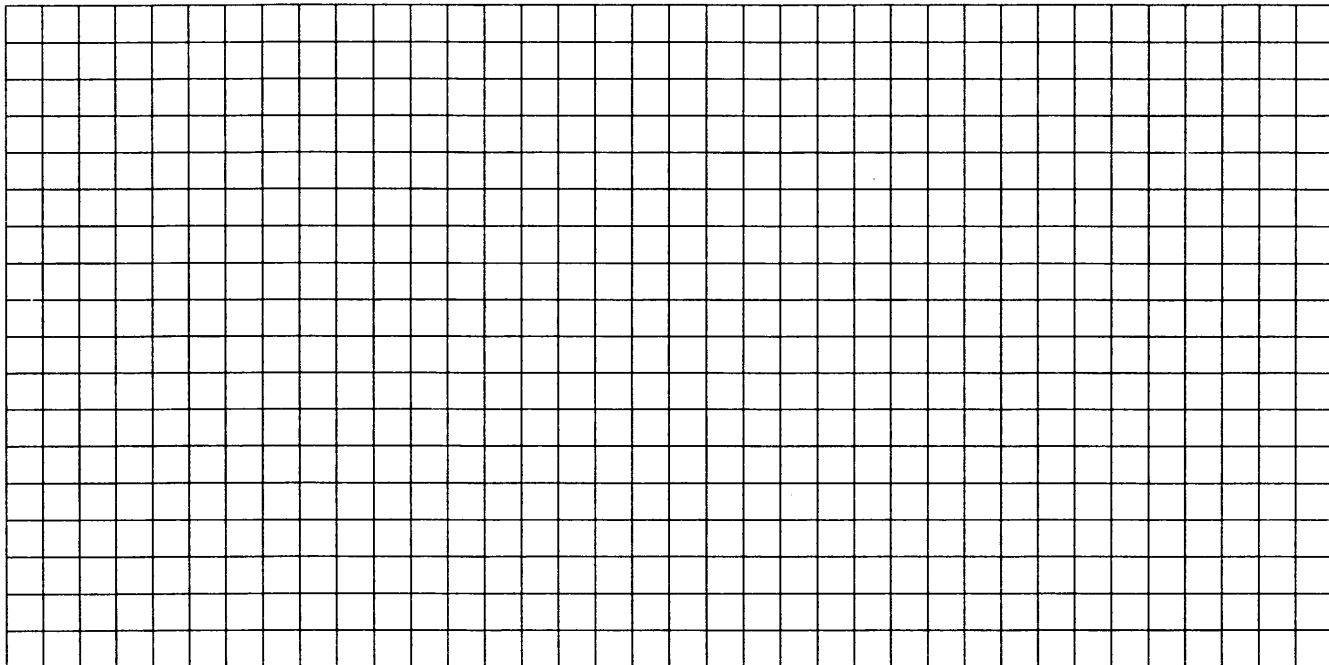


- С4.** Точка B — середина отрезка AC , причем $AC = 6$. Проведены три окружности радиуса 5 с центрами A , B и C . Найдите радиус четвертой окружности, касающейся всех трех данных.

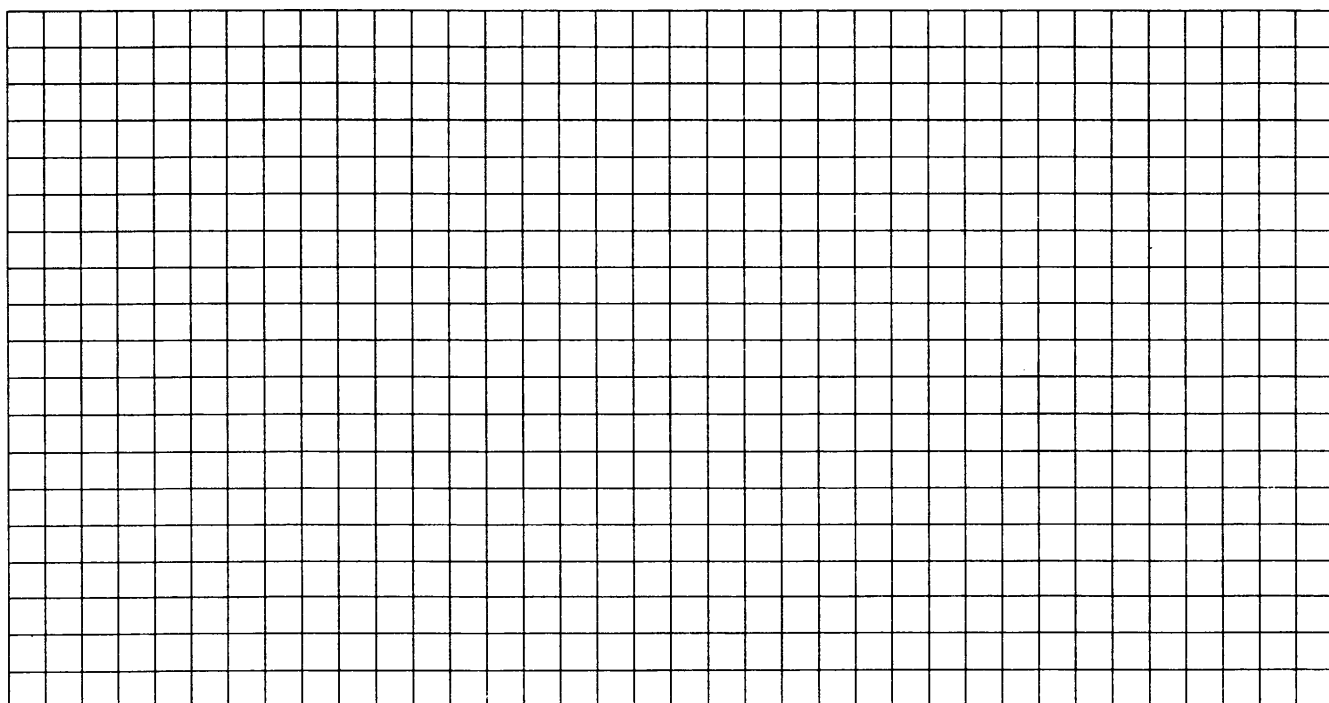


- С5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + (y - 4)^2 = 16, \\ \sqrt{x^2 + (y - 12)^2} + \sqrt{(x - a)^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 144}. \end{cases}$$



- С6.** Геометрическая прогрессия с отрицательной суммой состоит из четырех членов. Первый, третий и четвертый ее члены образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.



ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

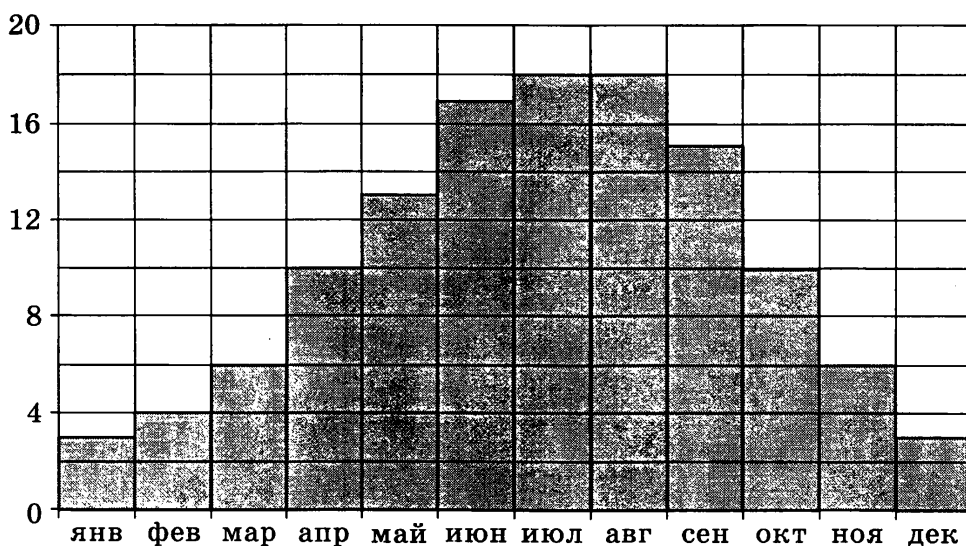
Часть 1

В1. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 110 рублей за штуку и продает с наценкой 30%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 900 рублей?

■ 20.В1

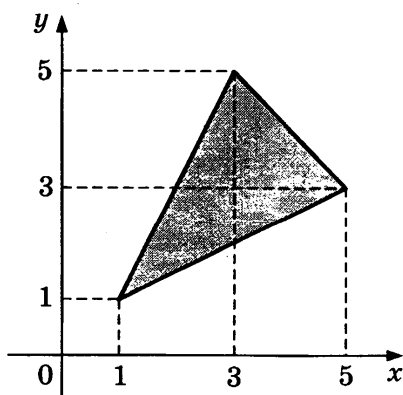
В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ 20.В2



В3. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки с координатами (1; 1), (3; 5), (5; 3).

■ 20.В3



20.B4 ■**20.B5 ■****20.B6 ■****20.B7 ■****20.B8 ■**

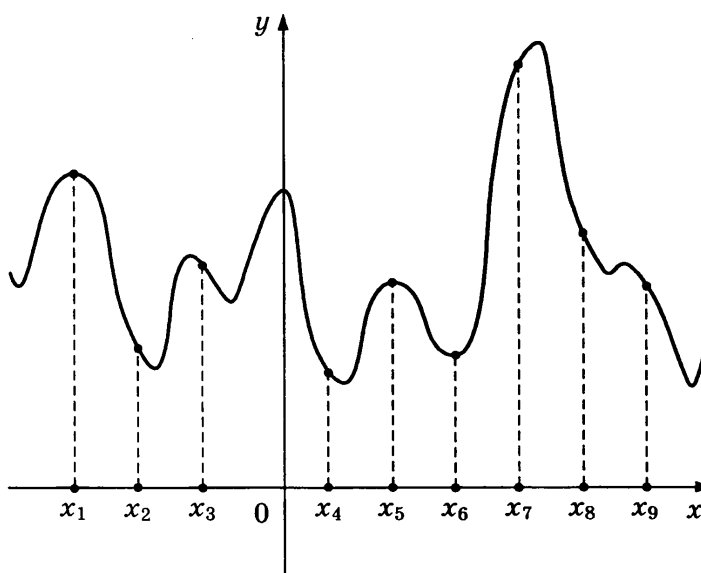
- B4.** В первом банке один фунт стерлингов можно купить за 47,6 рубля. Во втором банке 160 фунтов — за 7632 рубля. В третьем банке 60 фунтов стоят 2868 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 140 фунтов стерлингов?

B5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{10}{2x-8}} = \frac{1}{5}$.

- B6.** Сумма трех углов параллелограмма равна 197° . Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $\frac{\log_5 49}{\log_5 7}$.

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ отрицательна?

**20.B9 ■**

- B9.** Высота правильной треугольной пирамиды в три раза меньше высоты основания пирамиды. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

20.B10 ■

- B10.** На экзамене 25 билетов, Стас не выучил 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

В11. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 7 и 8. Найдите площадь поверхности параллелограмма.

■ 20.В11

В12. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 65$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 20$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 35 км от города. Ответ выразите в минутах.

■ 20.В12

В13. Игорь и Паша красят забор за 40 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 48 часов, а Володя и Игорь — за 60 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

■ 20.В13

В14. Найдите наименьшее значение функции

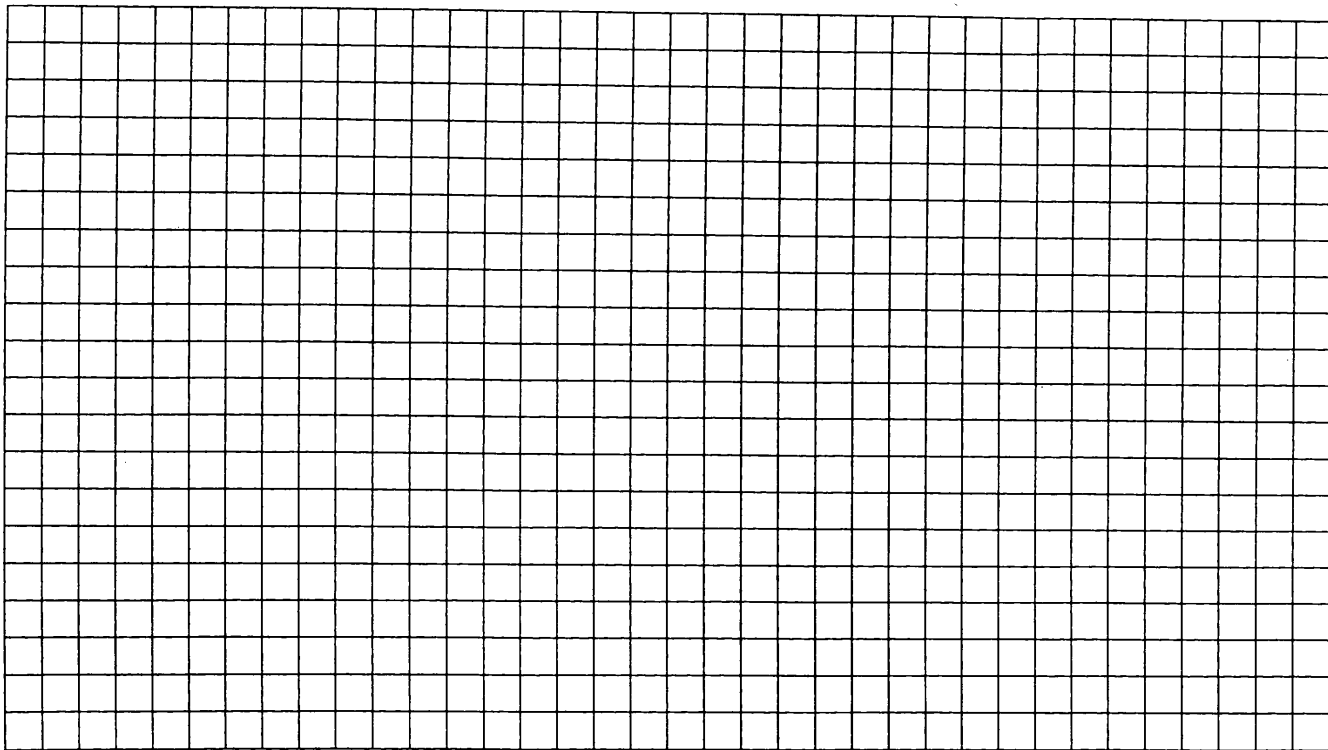
$$y = -12 - 8,5\sqrt{3}\pi + 51\sqrt{3}x - 102\sin x$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

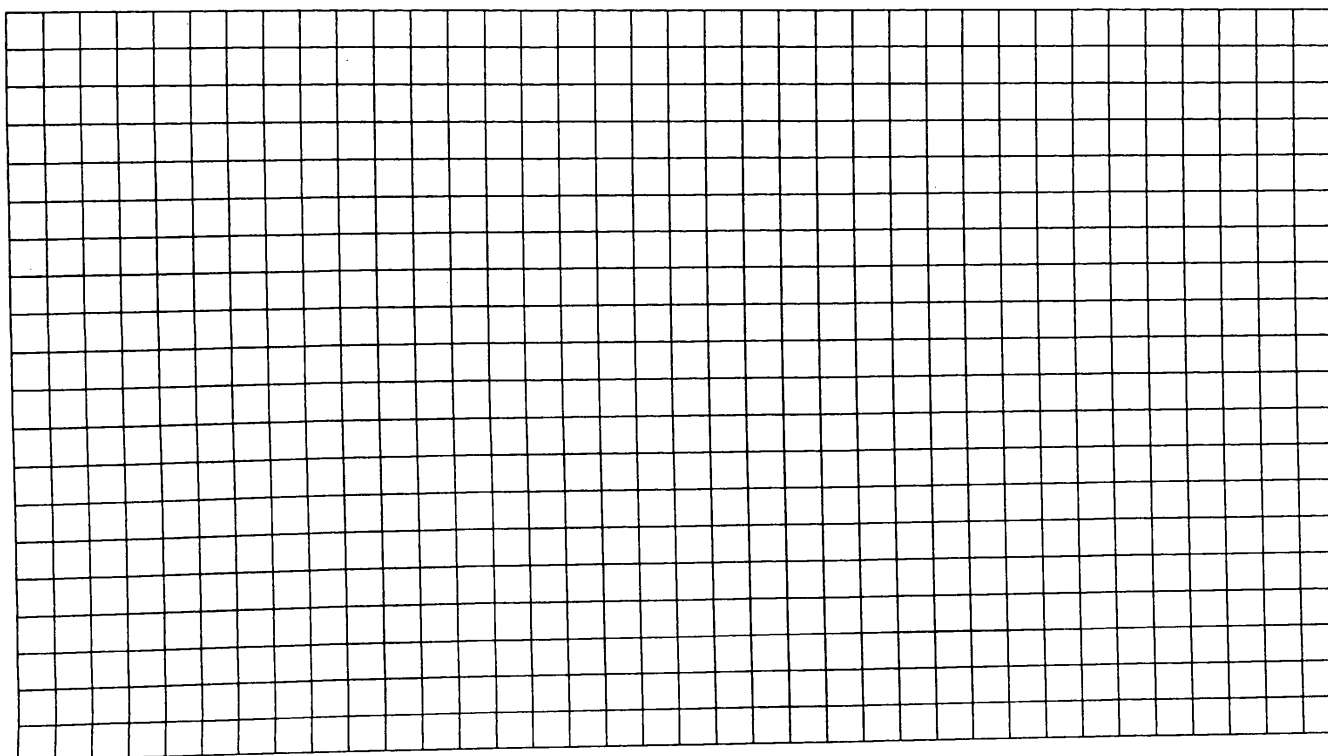
■ 20.В14

Часть 2

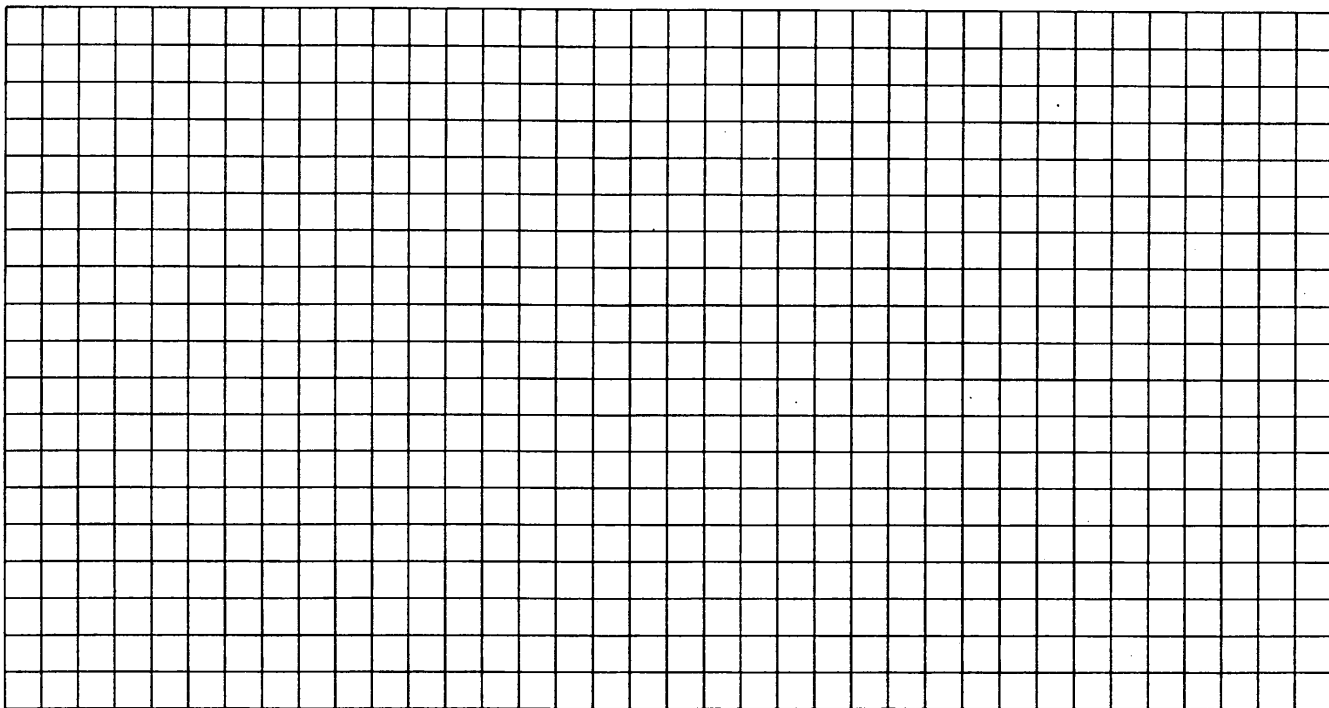
- С1.** Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



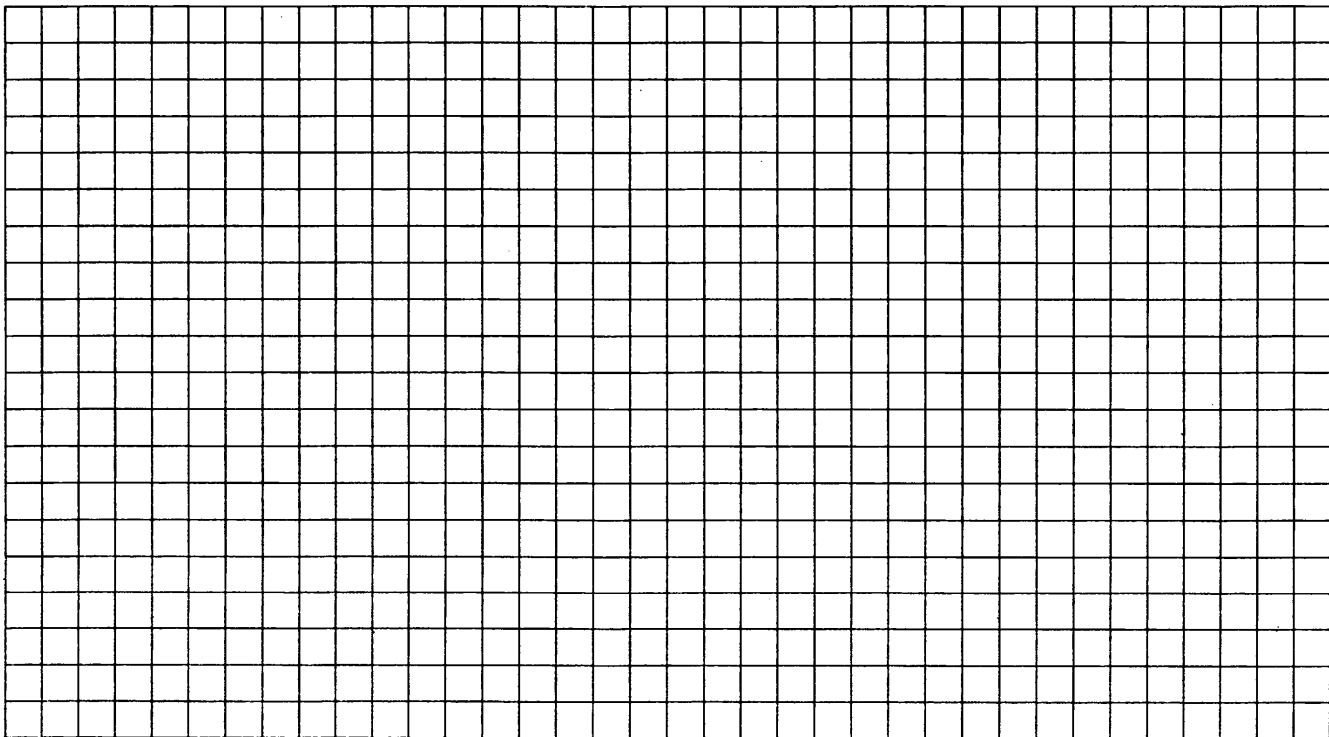
- С2.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $AB = 4$, $AD = 12$, $AA_1 = 3$. Найдите расстояние от точки D до прямой AC_1 .



С3. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} 4x - 6 \cdot 2^x + 8 \geq 0, \\ \log_3 \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 1} \leq 1. \end{cases}$$

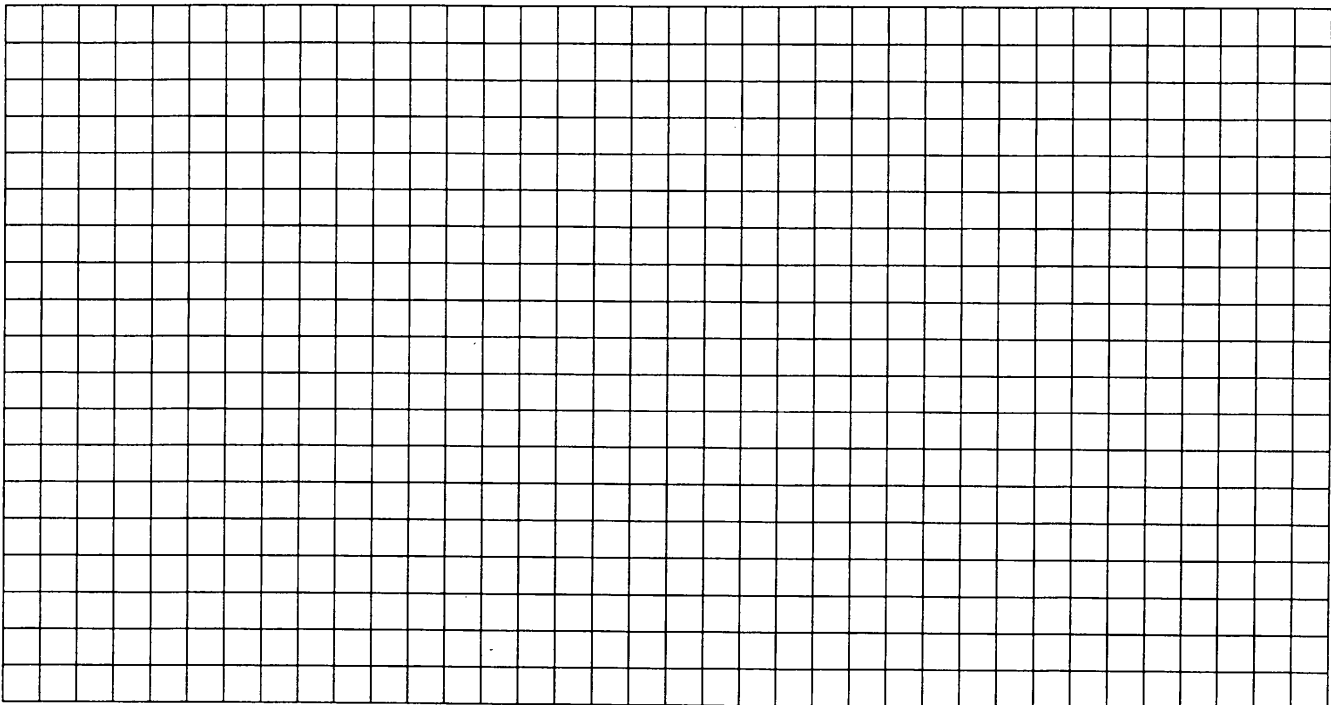


С4. Основания трапеции равны 3 и 7. Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2 : 3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

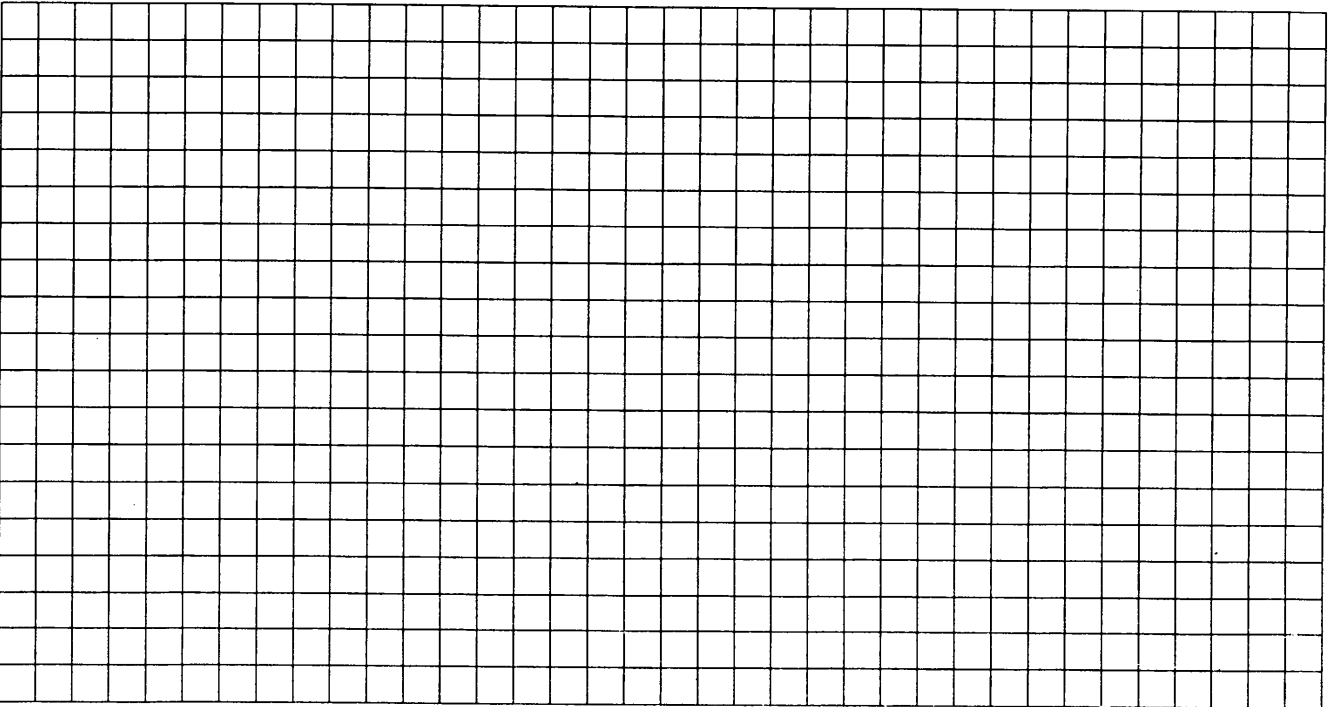


С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} y^2 - (2a + 1)y + a^2 + a - 2 = 0, \\ \sqrt{(x - a)^2 + y^2} + \sqrt{(x - a)^2 + (y - 3)^2} = 3. \end{cases}$$



С6. Найдите наибольшее натуральное число, каждая некрайняя цифра которого меньше среднего арифметического соседних с ней цифр.



ОТВЕТЫ

Диагностическая работа № 1

B1. 192. B2. -6. B3. 10. B4. 11200. B5. 10. B6. 94. B7. -43,68. B8. 4. B9. 8. B10. 0,3. B11. 5.
B12. 6000. B13. 20. B14. -21. C1. $\left(3\sqrt{3}; \frac{\pi}{3} + \pi k\right), \left(-3\sqrt{3}; \frac{2\pi}{3} + \pi n\right); k, n \in \mathbb{Z}$. C2. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.
C3. $[-3; 1] \cup [7; +\infty)$. C4. 47,25; 5,25. C5. (-11; -1). C6. 2500.

Диагностическая работа № 2

B1. 35. B2. 5. B3. 4. B4. 2,25. B5. 22. B6. 17. B7. 0. B8. 1,8. B9. 45. B10. 0,98. B11. 54.
B12. 6000. B13. 8. B14. 3. C1. $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C2. 2. C3. $(0; 1] \cup \{2\} \cup (3; 4) \cup (4; 5)$.
C4. 5 или 30. C5. -2,5, -9,5. C6. (-6; 6); (-7; 7).

Диагностическая работа № 3

B1. 22. B2. 2. B3. 8. B4. 238000. B5. -9. B6. 44. B7. 2. B8. 0,25. B9. 90. B10. 0,48. B11. 5.
B12. 1,8. B13. 300. B14. 11.

Диагностическая работа № 4

B1. 23. B2. 11. B3. 9. B4. 387000. B5. 6. B6. 11. B7. 2. B8. 7. B9. 9. B10. 0,375. B11. 8.
B12. 1000. B13. 40. B14. 9.

Задача В1

Подготовительные задания. 1. 12. 2. 13. 3. 1170. 4. 10. 5. 420. 6. 765. 7. 2625. 8. 28. 9. 2.
10. 12. 11. 11,6. 12. 221. 13. 6. 14. 200. 15. 229,5. 16. 9. 17. 8. 18. 15. 19. 35,56. 20. 672.

Зачетные задания. 1. 50. 2. 5. 3. 18000. 4. 60720. 5. 900. 6. 5. 7. 9000. 8. 1190.
9. 14160. 10. 7000. 11. 18. 12. 4. 13. 9. 14. 356. 15. 10890. 16. 2350. 17. 400. 18. 25850.
19. 21. 20. 64800.

Задача В2

Подготовительные задания. 1. 12. 2. 20. 3. 16. 4. 4. 5. 29,9. 6. 16. 7. 3. 8. 1,6. 9. 0,8. 10. 11.
11. 22. 12. -14. 13. 4. 14. 5. 15. 8. 16. 4. 17. 19. 18. 1. 19. 6000. 20. 10.

Зачетные задания. 1. 400000. 2. 2. 3. 4. 4. 3. 5. 29,6. 6. 30,6. 7. 15. 8. -6. 9. 6. 10. 12.
11. 400000. 12. 2. 13. 9. 14. 8. 15. -31. 16. -19. 17. 17. 18. 60. 19. 3. 20. 90.

Задача В3

Подготовительные задания. 1. 6. 2. 6. 3. 4. 4. 3. 5. 1. 6. 3. 7. 3. 8. 1. 9. 6. 10. 6. 11. 2,5.
12. 16. 13. 14. 14. 21. 15. 15. 16. 12. 17. 6,75. 18. 22. 19. 10. 20. 5.

Зачетные задания. 1. 5. 2. 7,5. 3. 3. 4. 2,5. 5. 10. 6. 10. 7. 2,5. 8. 1. 9. 4. 10. 2. 11. 6. 12. 8.
13. 8. 14. 7,5. 15. 9. 16. 12. 17. 10. 18. 3. 19. 9. 20. 12.

Задача В4

Подготовительные задания. 1. 16. 2. 108. 3. 0,76. 4. 4. 5. 75. 6. 8280. 7. -0,5. 8. 870. 9. 467,5. 10. 1520. 11. 0,74. 12. 1. 13. 1026. 14. 40. 15. 67950. 16. 150. 17. 10193. 18. 405900. 19. 1100. 20. 35700.

Зачетные задания. 1. 1025. 2. 2745. 3. 11000. 4. 312. 5. 338. 6. 884. 7. 6600. 8. 420. 9. 40901,6. 10. 80. 11. 154700. 12. 9100. 13. 820. 14. 200. 15. 1197. 16. 9440. 17. 1,1. 18. 1. 19. 503100. 20. 285.

Задача В5

Подготовительные задания. 1. 0,5. 2. -1. 3. 4. 4. 0,25. 5. 28. 6. -2,875. 7. 1,5. 8. -21. 9. -64. 10. 38. 11. 2. 12. 49. 13. 25. 14. 0,09. 15. 0,125. 16. 4. 17. 5. 18. -4. 19. -3. 20. 39.

Зачетные задания. 1. 5,25. 2. 0,5. 3. 7. 4. 2. 5. 2. 6. -22,4. 7. 23. 8. -1. 9. -12. 10. 0,25. 11. -0,5. 12. -10. 13. -8. 14. -10. 15. -4. 16. 5. 17. 1. 18. -2. 19. 8. 20. 5.

Задача В6

Подготовительные задания. 1. 10. 2. 28. 3. 8,5. 4. 90. 5. 45. 6. 105. 7. 26. 8. 35. 9. 34. 10. 2. 11. 33. 12. 9,5. 13. 18. 14. 118. 15. 26. 16. 34. 17. 1787. 18. 168. 19. 24. 20. 11.

Зачетные задания. 1. 30. 2. 82. 3. 23. 4. 5. 5. 17. 6. 48. 7. 150. 8. 6. 9. 24. 10. 21. 11. 73. 12. 66. 13. 11. 14. 22. 15. 67. 16. 53. 17. 134. 18. 46. 19. 28. 20. 5.

Задача В7

Подготовительные задания. 1. 3,5. 2. 49. 3. 23. 4. 0. 5. -4. 6. 4. 7. 0,75. 8. 14. 9. 5,5. 10. 2. 11. 0,5. 12. 3. 13. 2). 14. -3. 15. -2. 16. -4. 17. -2. 18. 3. 19. 1. 20. 2.

Зачетные задания. 1. -120. 2. 3. 3. 0,48. 4. 121. 5. 3. 6. 0,125. 7. -0,75. 8. 2. 9. 2. 10. 2. 11. 36. 12. -1102. 13. 2. 14. 100. 15. 36. 16. 22. 17. -16. 18. 3. 19. -0,5. 20. 2.

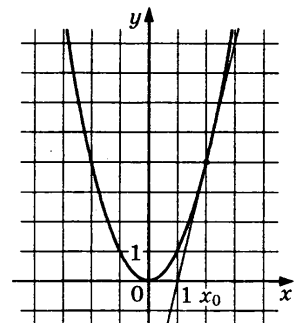
Задача В8

Подготовительные задания

1. 7. 2. -5. 3. 12. 4. 1. 5. 2. 6. 3. 7. 2. 8. -2. 9. 12. 10. 4. 11. См. рисунок. 12. 3). 13. 5. 14. -7. 15. 2. 16. 3. 17. 4,5. 18. 3. 19. 5. 20. 4,5.

Зачетные задания

1. -7. 2. -3. 3. 6. 4. 4. 5. 4. 6. 4. 7. 0,25. 8. -0,375. 9. -17. 10. 11,1. 11. 7. 12. -0,75. 13. -3. 14. 7. 15. 10. 16. -2. 17. 4. 18. 0. 19. 5. 20. 8.



Задача В9

Подготовительные задания. 1. 13. 2. 0,5. 3. 7. 4. 0,625. 5. 8. 6. 22. 7. 0,1. 8. 6. 9. 0,14. 10. 16. 11. 12. 12. 6. 13. 2,5. 14. 60. 15. 45. 16. 60. 17. 8. 18. 3. 19. 12. 20. 60.

Зачетные задания. 1. 10. 2. 24. 3. 96. 4. 19. 5. 1008. 6. 17. 7. 120. 8. 9. 9. 13. 10. 2. 11. 8. 12. 0,6. 13. 3. 14. 6. 15. 10. 16. 60. 17. 6. 18. 90. 19. 2,5. 20. 60.

Задача В10

Подготовительные задания. 1. 0,5. 2. 0,84. 3. 0,625. 4. 0,125. 5. 0,16. 6. 0,28. 7. 0,6. 8. 0,88. 9. 0,1. 10. 0,1. 11. 0,5. 12. $\frac{1}{12}$. 13. 0,14. 14. 0,35. 15. 0,2. 16. 0,064. 17. 0,4. 18. 0,6. 19. $\frac{2}{3}$. 20. 0,52.

Зачетные задания. 1. 0,48. 2. 0,2. 3. 0,45. 4. 0,3. 5. 0,03. 6. 0,2. 7. 0,04. 8. 0,42. 9. 0,25. 10. 0,01458. 11. 0,5. 12. 0,5. 13. 0,16. 14. 0,95. 15. 0,25. 16. 0,3. 17. 0,25. 18. 0,1. 19. 0,5. 20. 0,48.

Задача В11

Подготовительные задания. 1. 286. 2. 18. 3. 180. 4. 4,5. 5. 20,25. 6. 2. 7. 2197. 8. 2. 9. 0,2. 10. 36. 11. 8. 12. 70. 13. 15. 14. 2. 15. 300. 16. а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{4\pi}{3}$. 17. 3. 18. 100. 19. 8. 20. 75.

Зачетные задания. 1. 5. 2. 84. 3. 15. 4. 4,5. 5. 42. 6. 243. 7. 69. 8. 10,5. 9. 27. 10. 152. 11. 8. 12. 27. 13. 5. 14. 4,5. 15. 13. 16. 16. 17. 2. 18. 3. 19. 3. 20. 8.

Задача В12

Подготовительные задания. 1. 5000. 2. 200. 3. 0,31. 4. 76. 5. 151. 6. 0,3. 7. 30. 8. 8. 9. 90. 10. 30. 11. 540. 12. 27,5. 13. 10,4. 14. 375. 15. 10000. 16. 380. 17. 2,2. 18. 60. 19. 3,4. 20. 48.

Зачетные задания. 1. 60. 2. 1. 3. 20. 4. 6,8. 5. 0,512. 6. 33. 7. 2,5. 8. 25. 9. 60. 10. 0,5. 11. 25. 12. 8. 13. 2,5. 14. 50. 15. 2. 16. 4000. 17. 40. 18. 15. 19. 6250. 20. 45.

Задача В13

Подготовительные задания. 1. 560. 2. 18. 3. 200. 4. 25. 5. 123. 6. 2,4. 7. 60. 8. 8. 9. 72. 10. 10. 11. 150. 12. 780. 13. 180. 14. 6. 15. 8. 16. $\frac{10}{13}$. 17. 12,5. 18. 5. 19. 144. 20. 80.

Зачетные задания. 1. 27. 2. 9. 3. 2. 4. 360. 5. 63. 6. 4. 7. 45. 8. 4. 9. 15. 10. 2560000. 11. 3. 12. 30. 13. 50. 14. 16. 15. 75. 16. 10. 17. 20. 18. 20. 19. 100. 20. 18.

Задача В14

Подготовительные задания. 1. $4x^3 - 6x + 2$. 2. 6. 3. 3. 4. 1,2. 5. -1. 6. -4. 7. 1. 8. 1. 9. 1. 10. -2. 11. 4. 12. 21. 13. -5. 14. 14. 15. 6. 16. 4. 17. 12. 18. 9. 19. 22. 20. -20.

Зачетные задания. 1. 6. 2. 12. 3. 324. 4. 581. 5. -2. 6. 24. 7. 0. 8. -35. 9. -6. 10. 75. 11. -2. 12. 10. 13. 1. 14. 16. 15. 0,75. 16. 8. 17. 4. 18. 2. 19. -4,8. 20. 10.

Диагностическая работа № 5

В1. 8. В2. 10. В3. 10,5. В4. 731,5. В5. 32. В6. 36. В7. 2. В8. 5. В9. 40. В10. 0,2. В11. 15. В12. 30. В13. 75. В14. 13.

Диагностическая работа № 6

B1. 3. B2. 20. B3. 7,5. B4. 54. B5. -7. B6. 8. B7. 4. B8. 3. B9. 2. B10. 0,25. B11. 45. B12. 30. B13. 72. B14. 13.

Диагностическая работа № 7

C1. $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $(-1)^{n+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{2}$, $2\pi - \arcsin \frac{2}{3}$, $\pi + \arcsin \frac{2}{3}$. C2. 0,5.
C3. $(0,25; 0,5] \cup [2; +\infty)$. C4. $\frac{1323}{20}$. C5. $a = -3$; $a = 1$. C6. $k = 2$, $n = 4$.

Диагностическая работа № 8

C1. $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. C2. 0,5. C3. 3. C4. 6. C5. $a = -4$, b — любое; $a = 4$, $b = 2$.
C6. 64 и 6084.

Задача C1

Подготовительные задания. 1. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$. $-\frac{\pi}{3}$, $-\frac{2\pi}{3}$. 2. $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $-\arcsin \frac{2}{3} + 2\pi m$, $\pi + \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi l$, $n, k, m, l \in \mathbb{Z}$. $\frac{\pi}{6}$, $-\arcsin \frac{2}{3}$. 3. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$. $\frac{5\pi}{3}$, $2\pi - \arccos \frac{1}{3}$. 4. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$. $\pm \frac{\pi}{3}$; $\pm \arccos \frac{1}{3}$. 5. $\arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n$, $\pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$. Корней, принадлежащих отрезку $[-3\pi; -2\pi]$, уравнение не имеет. 6. $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; -2π . 7. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 8. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 9. $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; -2π . 10. $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 11. $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 12. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$. 13. $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 14. $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 15. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{3}$.

Зачетные задания. 1. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $(-1)^m \arcsin \frac{3}{4} + \pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $\arcsin \frac{3}{4}$, $\pi - \arcsin \frac{3}{4}$. 2. $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 3. $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 4. $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-3\pi - \arcsin \frac{1}{3}$. 5. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 6. $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 7. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $m \in \mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$. 8. $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi - \arccos \frac{1}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 9. $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi + \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 10. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $\frac{\pi}{3} + 2\pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{6}$.

Задача С2

Подготовительные задания. 1. 8 см. 2. 3. 3. 4,5. 4. $\sqrt{\frac{11}{3}}$ см. 5. 7 см. 6. 13. 7. 10. 8. 16.
9. 24. 10. 1,5. 11. 4. 12. 8. 13. 6. 14. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. 15. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Зачетные задания. 1. 5. 2. 4. 3. 6. 4. 6. 5. 2. 6. 2. 7. 6. 8. 6. 9. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 10. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Задача С3

Подготовительные задания. 1. $\{-2\} \cup (-1; 0) \cup \{1\}$. 2. $\{0\} \cup \{2\} \cup [2, 5; +\infty)$.
3. $(-2 - \sqrt{10}; -2) \cup \{-1\} \cup \left(0; \frac{1}{2}\right)$. 4. $\{-1\} \cup [0; 1) \cup (1; 2]$. 5. $[-4; -2] \cup \{-1\}$. 6. 3. 7. $(1, 5; 2) \cup (4; \infty)$.
8. $(-4; -3, 5) \cup (-3; -2, 5)$. 9. 3. 10. $(0; 0, 1] \cup [10000; \infty)$. 11. $(3; 27)$. 12. $(-1; 0); (0; 0, 5]; (1; 2]$.
13. $(6; 7) \cup (7; \infty)$. 14. $\{9\}$. 15. $(7; 13]$.

Зачетные задания. 1. 0; 3. 2. $(1; 2)$. 3. $\left[\frac{1}{8}; 1\right) \cup (1; 16] \cup (64; \infty)$. 4. $\left(-\frac{1}{3}; 0\right); 1$. 5. $[2; \infty)$.
6. $(-2; 3)$. 7. $-3; [2; \infty)$. 8. $(4; 64]$. 9. $[-4; -1] \cup \{1\}$. 10. $[0; 0, 25]; 4$.

Задача С4

Подготовительные задания. 1. 1 см. 2. $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ см. 3. 1 см². 4. 1 см². 5. 6 см. 6. $\frac{4}{\sqrt{17}}$.
7. $\sqrt{10}$. 8. 4; 8; 4; 8. 9. 39 или 9. 10. 2. 11. 8 : 13. 12. $\frac{1}{3}$. 13. 9. 14. 4. 15. 12 см.

Зачетные задания. 1. $\frac{5\sqrt{13}}{12}$. 2. 5; 3. 3. 48. 4. 5. 5. $\frac{24\sqrt{3}}{7}$. 6. 1 : 2. 7. $18\sqrt{2}$. 8. 90°. 9. 8 и 15.
10. 2.

Задача С5

Подготовительные задания. 1. $a = 2, 5$. 2. $\left(-\infty; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. 3. $(\pi n; \pi k; c)$ при $a = 0$,
где $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{R}$; $\left((-1)^m \arcsin a + \pi m; (-1)^l \arcsin a + \pi l; \frac{\pi}{2} + 2\pi r\right)$ при $a \in [-1; 0) \cup (0; 1]$,
где $m \in \mathbb{Z}$, $l \in \mathbb{Z}$, $r \in \mathbb{Z}$; при прочих a решений нет. 4. $(\pi n; 0; 0)$ при $a = 0$, $n \in \mathbb{Z}$;
 $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 0; -2\right)$ при $a = 2$, $k \in \mathbb{Z}$; при прочих a решений нет. 5. $(0; 0; 0)$ при $a \leq 0$; решений
нет при $a > 0$. 6. $a = 1: \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi k\right)$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; при прочих a решений нет.
7. $a \in (-1; 0) \cup (0; 4)$. 8. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$. 9. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$. 10. $a = 0$; $a = \pm 4$.
11. $a \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$. 12. $\pm(\sqrt{5}-2)$; $\pm(\sqrt{5}+2)$. 13. $a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. 14. $a \in [3; 9)$.
15. $a \in [-4; -2]$; $x = \pm \arccos(a+3) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; при прочих a корней нет.

Зачетные задания. 1. $a = -2$. 2. $a \in [-2; -0, 5]$. 3. $a \in (-\infty; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. 4. $a > 0$;
 $x = 2a + 1 + \sqrt{3a+1}$; $a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$: $x = 2a + 1 \pm \sqrt{3a+1}$; при прочих a корней нет. 5. a — любое ир-
рациональное число. 6. $a \in [1; +\infty)$. 7. $a = 3$. 8. $a = 0$; $a = 2\sin 1$. 9. $x = 1$. 10. $b \in (-4; -1)$.

Задача С6

Подготовительные задания. 1. 144, 225. 2. $n = 11$. 3. -43 . 4. Неверно. 5. $x = y = z = 2$. 6. Например, $a = 2$, $b = 20$. 7. $x = \left[\frac{10}{7} \right] = 1$, $y = \left[\frac{1}{\frac{10}{7} - 1} \right] = 2$, $z = 3$. 8. Нельзя. 9. $n = 1806$. 10. 8910.

Зачетные задания. 1. 8, 9, 10. 2. $n = 1996$. 3. 2. 4. $p = 7$, $q = 3$. 5. $\frac{m}{n} = \frac{5}{2}$. 6. Нет. 7. $x = 5p + 3q - 11$, $y = 11 - 5p - 2q$, $z = p$; p, q — любые целые числа. 8. $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$. 9. ± 1000 . 10. 6, 42, 1806.

Диагностическая работа № 9

С1. $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. С2. $\frac{2}{3}$. С3. 2. С4. $1 : 1$. С5. $a = -2$. С6. 2011, 3015.

Диагностическая работа № 10

С1. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{6}$. С2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. С3. $(-4; -3) \cup (-1; 3)$. С4. $\frac{\sqrt{5}}{6}$. С5. $a = -\frac{1}{4}$; $a = -\frac{1}{32}$. С6. $a = 273$.

Диагностическая работа № 11

В1. 1449. В2. 4000000. В3. 9. В4. 18. В5. 45. В6. 34. В7. 2. В8. 4. В9. 10. В10. 0,1. В11. 30. В12. 7. В13. 9. В14. 16. С1. $-\arctg 2 + \pi n$, $-\arctg 3 + \pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-\pi - \arctg 2$, $-\pi - \arctg 3$. С2. 2. С3. $[-2; -1)$; $(-1; 0)$; $(0; 1)$; $(1; 2]$. С4. $2\sqrt{2}$ или $6\sqrt{2}$. С5. $a = 2$. С6. $x_1 = 12$, $x_2 = 13$.

Диагностическая работа № 12

В1. 2. В2. 7000. В3. 10,5. В4. 168000. В5. -1 . В6. 3. В7. 12. В8. 3. В9. 0,7. В10. 0,96. В11. 20. В12. 0,3. В13. 10. В14. -1 . С1. $x = \pi - \operatorname{arccotg} \frac{4}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. С2. $2\sqrt{7}$. С3. $-1,5$. С4. $a\sqrt{1 \pm \frac{r}{R}}$. С5. $a = \frac{4}{3}$. С6. 3.

Диагностическая работа № 13

В1. 13. В2. 4. В3. 5. В4. 754600. В5. 7. В6. 28. В7. 10. В8. $-0,5$. В9. 6. В10. 0,2. В11. 864. В12. 1,6. В13. 120. В14. -18 . С1. $2\pi n$, $\pm \arccos \frac{1}{7} + 2\pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; 0 , $\pm \arccos \frac{1}{7}$. С2. 2. С3. 2. С4. $2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}$. С5. $a = 1$. С6. 503.

Диагностическая работа № 14

В1. 72. В2. 4500. В3. 10. В4. 23,5. В5. 16. В6. 7. В7. 12. В8. 0,25. В9. 45. В10. 0,375. В11. 5. В12. 180. В13. 15,4. В14. -1 . С1. $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. С2. $\frac{\pi}{3}$. С3. $(-2; -1] \cup (1; 2)$. С4. $2\sqrt{21} - 9$ или $3 + 2\sqrt{3}$. С5. $-8; 0; 1; 9$. С6. $a = -3$, $b = -1$.

Диагностическая работа № 15

B1. 8. B2. 6. B3. 6. B4. 1840. B5. 0,25. B6. 9. B7. -2. B8. 5. B9. 3. B10. 0,5. B11. 512.
B12. 25. B13. 25. B14. -5. C1. $\pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-2\pi - \arccos \frac{2}{5}$, $-2\pi + \arccos \frac{2}{5}$.
C2. 2. C3. -4; [3,5; 4]. C4. $\frac{7 \pm 2\sqrt{6}}{6}$. C5. $a = 4$. C6. $n = 0$, $x = 3$; $n = 0$, $x = -3$.

Диагностическая работа № 16

B1. 54. B2. 8. B3. 20. B4. 786. B5. 1,5. B6. 120. B7. 535. B8. 3. B9. 3. B10. 0,6. B11. 84.
B12. 37. B13. 30. B14. 28. C1. $2\pi n$, $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-2\pi - \arccos \frac{1}{6}$, $-2\pi + \arccos \frac{1}{6}$.
C2. $\frac{12}{7}$. C3. 3. C4. $\sqrt{\frac{13}{3}}$ или $\sqrt{\frac{19}{3}}$. C5. $a = b = -2$. C6. 51.

Диагностическая работа № 17

B1. 2100. B2. 150000. B3. 4. B4. 5850. B5. 1,5. B6. 92. B7. 2. B8. 2. B9. 0,8. B10. 0,25.
B11. 10. B12. 8. B13. 20. B14. 8. C1. $\pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi n$, $\pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-2\pi + \arccos \frac{1}{4}$,
 $-2\pi + \arccos \frac{2}{3}$. C2. 3. C3. [0; 2,5]; [4,5; ∞). C4. 28 или $2\sqrt{181}$. C5. $a \in \in [-\sqrt[3]{3}; -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1)$.
C6. (2; 3), (2; -3), (-3; 3), (-3; -3).

Диагностическая работа № 18

B1. 11. B2. 7. B3. 8. B4. 3360. B5. 1,8. B6. 21. B7. 12. B8. -3. B9. 2,4. B10. 0,52. B11. 10.
B12. 90. B13. 26. B14. -25. C1. $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg \frac{7}{3} + \pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}$, $\arctg \frac{7}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$. C2. $\frac{24}{65}$.
C3. [-2; -1,5]; 3. C4. 15 или 3. C5. $a \in (-1; 5]$. C6. (0; 0), (1; 0), (1; 1), (0; 2), (-2; 2).

Диагностическая работа № 19

B1. 150. B2. 4. B3. 3. B4. 200. B5. 2. B6. 67. B7. -3. B8. 5. B9. 4. B10. 0,1. B11. 14.
B12. 320. B13. 24. B14. -1. C1. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{3}$. C2. $\frac{120}{17}$. C3. 0; 4. C4. $\frac{9}{20}$ или
 $\frac{9}{10}$. C5. $a = \pm 4\sqrt{3}$. C6. $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

Диагностическая работа № 20

B1. 6. B2. 18. B3. 6. B4. 6664. B5. 129. B6. 17. B7. 2. B8. 5. B9. 45. B10. 0,8. B11. 142.
B12. 30. B13. 32. B14. -63. C1. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $-\arccos \frac{1}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3}$, $\arccos \frac{1}{3}$.
C2. $\frac{60}{13}$. C3. $\left(-\frac{5}{2}; -2\right]$; 2. C4. 5 или $\sqrt{31}$. C5. $a \in [-2; 1) \cup (1; 4]$. C6. 96433469.

Учебное издание

**Ященко Иван Валериевич
Шестаков Сергей Алексеевич
Трепалин Андрей Сергеевич
Захаров Пётр Игоревич**

ЕГЭ МАТЕМАТИКА

Тематическая рабочая тетрадь

Издательство Московского центра непрерывного математического образования

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо.*
Технический редактор *Л.В. Павлова*
Корректор *О.Ю. Казанцева*
Дизайн обложки *М.Н. Ершова*
Компьютерная верстка *Е.Ю. Лысова, Т.Н. Меньшова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8. www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz;
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93,
том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парсто-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

Отпечатано в ОАО «Щербинская типография»
117623, г. Москва, ул. Типографская, д. 10. Тел.: 659-23-27.

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).**